

# 长周期光纤光栅傅里叶模式耦合理论

曾祥楷<sup>1)†</sup> 饶云江<sup>2)</sup>

1)(重庆理工大学电子信息与自动化学院, 汽车零部件制造及检测技术教育部重点实验室, 重庆 400050)

2)(重庆大学光电技术与系统教育部重点实验室, 重庆 400044)

(2010 年 1 月 7 日收到; 2010 年 5 月 17 日收到修改稿)

建立了长周期光纤光栅傅里叶模式耦合理论. 在分析同向模式耦合时, 发现了同向耦合模式的振幅系数间存在傅里叶变换关系. 推导了长周期光纤光栅的同向耦合谱和透射谱的通用表达式. 该理论是用傅里叶变换分析得出长周期光纤光栅折射率微扰的空域谱, 再对该空域谱进行模式同向耦合分析, 从而得到长周期光纤光栅光谱特性的通用表达式. 根据该理论模拟分析了长周期光纤光栅在不同长度和微扰幅值时的光谱特性, 与传统耦合模理论进行了对比分析. 结果表明, 该长周期光纤光栅傅里叶模式耦合理论具有简单、精确和高效的特点, 与实际长周期光纤光栅的透射谱特性一致. 应用该理论可分析无过耦合的任意轴向折射率微扰分布的长周期光纤光栅光谱特性.

**关键词:** 光纤器件, 长周期光纤光栅, 傅里叶模式耦合, 透射光谱

**PACC:** 4280F, 4281, 4230K

## 1. 引 言

长周期光纤光栅(LPFG)自发明<sup>[1]</sup>以来, 在掺铒光纤放大均衡、光纤耦合、多波长光源和光纤传感等方面得到了快速发展和应用. LPFG的特性分析是LPFG研究和应用的基础, 在LPFG及其振幅掩模板的设计与制作、谱特性分析和实际应用中都非常重要. 目前, 可分析LPFG特性的方法有耦合模理论<sup>[1-3]</sup>、传输矩阵<sup>[4]</sup>、Bloch波理论<sup>[5]</sup>和散射理论<sup>[6]</sup>等, 其中Bloch波理论和散射理论较复杂而应用较少, 应用较多的是耦合模理论和传输矩阵法.

Vengsarkar等<sup>[1]</sup>首先于1996年用耦合模理论分析了LPFG. Erdogan等<sup>[2,3,7,8]</sup>用三层介质模型及耦合模理论分析了LPFG的包层模谐振谱特性, 还分析了超结构光纤光栅(有LPFG模式特征)的光谱特性及螺旋形光纤光栅的耦合特性, 指出纤芯导模 $HE_{11}$ 只能与一阶各奇次包层模发生有效的耦合. 1998年, Patrick等<sup>[9]</sup>分析了LPFG谐振峰的波长和幅值随外界环境折射率的变化特性. 同年, MacDougall等<sup>[10]</sup>分析了LPFG在制作生长过程中谐振波长的漂移特性, 认为谐振波长漂移的方向及快慢与耦合的包层模式有关. 另外, 张东生等<sup>[11]</sup>用

Kramers-Krönig原理和色心模型研究了LPFG谐振中心波长与曝光量、模板占空比的关系. 1999年, Stegall等<sup>[12]</sup>用耦合模理论分析了LPFG中包层泄漏模的特性. 2003年后, 文献[13]用耦合模和色散方程分析了矩形折射率调制LPFG的传输谱, 文献[14]用耦合模理论和数值求解方法分析了旋转折变型LPFG的模式耦合特征. 在分析非均匀长周期光栅时, 耦合模理论没有解析解, 须用数值计算法求解. 在耦合模理论基础上发展起来的传输矩阵数值法, 可分析较规则的非均匀LPFG(如啁啾或变迹光栅<sup>[4]</sup>). 为达到足够精度, LPFG的分段数需足够大, 这样传输矩阵相乘的计算效率就低, 计算误差也会增大. 在分析不规则任意折射率微扰分布的LPFG时, 耦合模理论或传输矩阵法的分析效率都较低.

本文提出了将傅里叶变换和同向模式耦合融合在一起的LPFG傅里叶模式耦合(FMC)理论, 用于LPFG的谱特性分析. 其分析过程是对LPFG的折射率微扰进行傅里叶变换得到其空域谱, 再基于模式耦合方程对空域谱进行模式同向耦合分析, 从而得到LPFG光谱特性的通用表达式. 该理论可分析不规则任意轴向折射率微扰分布的LPFG结构(倾斜光纤光栅除外), 具有简单、清晰、精确和分析效

† E-mail: zzkai@cqu.edu.cn

率高的特点.下面论述该 LPFG 的 FMC 分析法的理论及其模拟分析结果.

## 2. LPFG 的 FMC 理论

### 2.1. LPFG 的模式耦合

LPFG 是一种周期约为数十微米到数毫米的轴向周期性折射率微扰光纤器件,可实现纤芯导模和包层导模之间的相互耦合. LPFG 微扰部分的介电常数相对较小,可看作理想波导的微扰.根据周期性波导的导模耦合理论<sup>[15,16]</sup>,与 Bragg 光纤光栅一样,LPFG 中的光传输也符合耦合模理论,无源光纤中的 LPFG 场方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{E}$  为电场矢量,  $\mu$  为磁导率,  $\varepsilon$  为光纤介电常数,  $t$  为时间,  $\mathbf{P} = \Delta \varepsilon \mathbf{E}$ ,  $\Delta \varepsilon$  为长周期折射率微扰部分的介电常数.

LPFG 的折射率微扰一般是标量,只会引起同类模式间的耦合,  $\Delta \varepsilon$  为张量时才会引起两类不同模式间的耦合. 倾斜 LPFG 的模式耦合较为复杂,因篇幅所限,本文用标量方法分析除倾斜光纤光栅外的其他 LPFG.

设介电常数  $\varepsilon$  描述的光纤纤芯简正本征模电场为  $E_m(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_m z)]$ , 其中  $r, \phi, z$  是柱坐标,  $E_m(r, \phi)$  为  $m$  阶模电场的横向分量,  $\omega$  为频率,  $\beta_m$  为纤芯  $m$  阶模的传输常数. 这些本征模均满足光波导的波动方程,无微扰介质中的电场是本征模的叠加. 由于 LPFG 中存在电介质微扰,光纤光栅中的光波不再是本征模. 此时, LPFG 中的电场  $E$  可表示成无微扰电介质中简正本征模的线性组合

$$E = \sum_m B_m(z) E_m(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_m z)], \quad (2)$$

式中  $B_m(z)$  为  $m$  阶本征模电场的系数,随  $z$  缓慢变化. 将(2)式代入(1)式并利用本征模的波动方程化简后可得

$$\begin{aligned} & \sum_m -j\beta_m \frac{dB_m(z)}{dz} E_m(r, \phi) \\ & \times \exp[j(\omega t - \beta_m z)] + C \\ & = \frac{1}{2} \mu \frac{\partial^2 P(r, \phi, z, t)}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $C$  是等号左边第一项的共轭项. (3)式中对  $m$  的求和包括两项,即同一  $m$  值的沿  $+z$  方向和  $-z$  方

向传播的光波. 当传输常数符号考虑到  $z$  轴的方向时,模式耦合中的共轭项可不写入.

由于长周期电介质微扰  $\Delta \varepsilon$  的存在,本征模电场在 LPFG 中将产生附加的微扰极化量  $P$ . 该极化量  $P$  作为一种分布源,可把本征模的能量耦合到另一同向传播的光纤包层导模  $E_s(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_s z)]$  中去( $s$  为包层模序号,包括阶数和阶内次序;  $\beta_s$  为  $s$  包层模的传输常数),该耦合过程是可逆的. 这样,  $\Delta \varepsilon$  使  $m$  阶纤芯模和同向  $s$  阶包层模的能量发生了相互耦合.

LPFG 光栅区发生的是同向模式间的能量耦合,故只考虑沿同方向传输光的耦合,用上标“+”表示. LPFG 中的纤芯导模可以和多个不同的包层导模发生耦合,现考虑纤芯导模耦合到任一个包层导模的情况. 对(3)式两边同乘以任一个同向包层导模的横向电场  $E_s^*(r, \phi)$ , 在光纤横截面全空间内积分,并利用本征模的正交性关系可得

$$\begin{aligned} & \frac{dB_s^+}{dz} \exp[j(\omega t - \beta_s z)] \\ & = \frac{j}{4\omega} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iint_{A_\infty} P(r, \phi, z, t) E_s^*(r, \phi) dA, \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $A$  为横截面积,  $A_\infty$  表示整个横截面;  $B_s^+$  为同向耦合的包层导模电场系数,可表示同向耦合光的大小.

介质介电常数  $\varepsilon$  与折射率  $n$  的关系为  $\varepsilon = \varepsilon_0 n^2$ , LPFG 的总介电常数是在光纤的介电常数上叠加了一个微扰量,则折射率微扰产生的附加微扰极化量  $P$  为

$$P(r, \phi, z, t) = 2n\varepsilon_0 \Delta n(r, \phi, z) E(r, \phi, z, t), \quad (5)$$

式中  $\Delta n$  是光纤介质的长周期折射率微扰变化量,  $\varepsilon_0$  是真空介电常数. 将(2)式代入(5)式得微扰极化量  $P$ , 再把  $P$  代入(4)式可得

$$\begin{aligned} & \frac{dB_s^+}{dz} \exp[j(\omega t - \beta_s z)] \\ & = \frac{jn\varepsilon_0}{2\omega} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \sum_m [B_m(z) \iint_{A_\infty} \Delta n(r, \phi, z) E_m(r, \phi) \right. \\ & \quad \left. \times E_s^*(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_m z)] dA \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

(6)式等号右边为引起纤芯导模耦合到同向包层导模的源,  $E_m(r, \phi)$  为激励模式的源场,  $E_s^*(r, \phi)$  为被激励模式的场. 为使波源和被激励模式的相互作用在传输距离内不被平均或抵消,要求波源和被激励模式的频率相同,且有近乎相同的相位. 换言之,为使  $m$  阶模式有效地耦合到同向包层  $s$  阶模式, (6)

式右边的乘积项  $\Delta n(r, \phi, z) \exp(-j\beta_m z)$  须包含正比于  $\exp(j\beta_s z)$  的项. 因此, 纤芯导模与包层导模的耦合依赖于 LPFG 的折射率微扰分布  $\Delta n(r, \phi, z)$ .

## 2.2. LPFG 的 FMC

设 LPFG 仅有纤芯折射率发生变化, 且沿其横截面的折射率变化是均匀的或是光纤轴向  $z$  变量可分离的, 则  $\Delta n(r, \phi, z)$  只是光纤轴  $z$  的函数, 可简写为  $\Delta n(z)$ . 根据(6)式可得 LPFG 同向耦合模振幅系数的关系为

$$\frac{dB_s^+}{dz} = -\frac{jn\omega\epsilon_0}{2} \sum_m \left\{ B_m(z) \Delta n(z) \exp[j(\beta_s - \beta_m)z] \times \iint_{A_\infty} E_m(r, \phi) E_s^*(r, \phi) dA \right\}. \quad (7)$$

令  $k_s = \frac{\epsilon_0 \omega n}{2} \iint_{A_\infty} E_m(r, \phi) E_s^*(r, \phi) dA$  是纤芯导模与包层导模的耦合系数,  $k_s$  与两模式场的横向分布有关. 不同的包层模式有不同的模场分布, 其耦合系数  $k_s$  也不同, 且随光波长变化. 在单模光纤 LPFG 的小波长范围内, 同一个包层模的耦合系数可近似为常数. 由(7)式可得

$$\frac{dB_s^+}{dz} = -j \sum_m k_s B_m(z) \Delta n(z) \times \exp[j(\beta_s - \beta_m)z]. \quad (8)$$

弱导单模光纤的纤芯只传输一个基模 ( $HE_{11}$  或  $LP_{01}$ ). 由模式的正交性及耦合系数的定义可知, 在单模光纤上制作的 LPFG 中, 只取一个纤芯基模作为耦合源, 且仅存在纤芯基模与一阶各次包层导模间的有效耦合. 因此, (8)式等号右边的累加项只有一个模式耦合源.

单模光纤上 LPFG 的耦合长度约为数毫米至数分米, 且传导模和辐射模之间的耦合不显著, 故可忽略材料吸收损耗和导模辐射损耗. 根据能量守恒定律, 纤芯导模的  $B_m(z)$  在  $z$  处耦合出的能量应等于包层导模  $B_s^+(z)$  耦合入的能量. 光能量与电场振幅平方成正比, 也与电场振幅系数的平方成正比. 设沿  $z$  正方向的增加为正, 衰减为负, 则耦合源的  $B_m(z)$  和同向耦合包层模的  $B_s^+(z)$  沿  $z$  方向的能量变化是大小相等而符号相反, 即有  $d[B_m(z)]^2 = -d[B_s^+(z)]^2$ , 匹配相位已包含在该式及耦合振幅的关系中, 根据耦合方程也可证明该式是成立的. 另外, LPFG 的边界条件是在 LPFG 开始端  $z=0$  处, 同向耦合光能量为零, 如图 1 所示 ( $L$  为 LPFG

的长度). LPFG 中同向模式耦合的电场系数关系还有

$$[B_s^+(z)]^2 = [B_m(0)]^2 - [B_m(z)]^2. \quad (9)$$

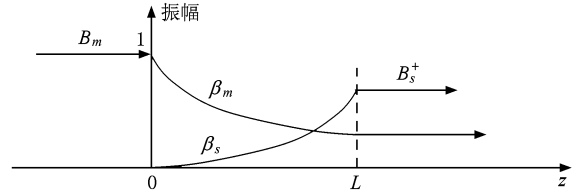


图1 LPFG 同向耦合模式间的振幅系数

根据传输常数与有效折射率的关系可知,  $\beta_m = 2\pi n_m / \lambda$ ,  $\beta_s = 2\pi n_s / \lambda$ , 式中  $n_m$  和  $n_s$  分别为纤芯导模和包层导模的有效折射率,  $\lambda$  为波长. 考虑传播模式的方向性后, 对(8)式两边在 LPFG 轴线长度范围内取积分, 则由(8)和(9)两式可得

$$\int_0^{B_s^+(L)} \frac{dB_s^+(z)}{\sqrt{[B_m(0)]^2 - [B_s^+(z)]^2}} = -jk_s \int_0^L \Delta n(z) \exp(-j2\pi\nu_s z) dz, \quad (10)$$

式中  $\nu_s$  是与光频率成正比的频率,  $\nu_s = (n_m - n_s) / \lambda$ . (10)式等号右边是 LPFG 折射率微扰分布  $\Delta n(z)$  的傅里叶变换, 其变换结果是以  $\nu_s$  为变量的谱函数, 也是光波长  $\lambda$  的函数. 令(10)式等号右边的傅里叶变换为

$$\int_0^L \Delta n(z) \exp(-j2\pi\nu_s z) dz = \gamma_s(\nu_s) + j\eta_s(\nu_s). \quad (11)$$

将(11)式代入(10)式并解得

$$\arcsin\left[\frac{B_s^+(L)}{B_m(0)}\right] = k_s [\eta_s(\nu_s) - j\gamma_s(\nu_s)]. \quad (12)$$

由(12)式可得 LPFG 的耦合率  $T_{cs}$  和透射率  $T_s$  分别为

$$T_{cs} = \cosh^2[k_s \gamma_s(\nu_s)] - \cos^2[k_s \eta_s(\nu_s)], \quad (13)$$

$$T_s = \cos^2[k_s \eta_s(\nu_s)] - \sinh^2[k_s \gamma_s(\nu_s)]. \quad (14)$$

单模光纤中可存在多个包层导模, 不同的包层导模有不同的有效折射率和耦合系数, 对应不同的耦合波长带. 只要满足相位匹配条件, 单模光纤 LPFG 可把纤芯基模同时耦合到多个包层导模中去, 在透射谱上表现为多个耦合波长区, 其总的透射谱  $T(\lambda)$  是各阶次包层导模耦合后的透射谱, 即

$$T(\lambda) = \prod_s \{ \cos^2[k_s \eta_s(\nu_s)] \}$$

$$-\sinh^2[k_s \gamma_s(\nu_s)] \Big|_{\nu_s = \frac{n_m - n_s}{\Lambda}}. \quad (15)$$

(13)–(15)式是由任意轴向折射率微扰分布的傅里叶变换结果得到的 LPFG 耦合光谱或透射光谱的通用表达式。(13)–(15)式可用于分析 LPFG 的耦合或透射谱特性,是可为解析解也可为数值解的通用表达式,其具体的表达式与折射率微扰的表示有关.当折射率微扰及其傅里叶积分可用解析式表达时(如均匀正弦或余弦光栅,高斯或变迹高斯光栅、相移光栅、采样光栅等),(13)–(15)式可为解析解.当折射率微扰或其傅里叶积分只能用数值表达时(如幅值或周期有一定随机性变化的非正规光栅等),(13)–(15)式是数值解.无论是解析解还是数值解,它们都有相同的形式,融合了傅里叶变换和同向模式耦合分析计算.

这里的 FMC 理论可以解释 LPFG 制作过程中的透射谱跳变现象.如在用 CO<sub>2</sub> 激光逐点写入法制作 LPFG 时,发现 LPFG 的透射谱会出现跳变闪烁现象.这是由于在逐点写入法制作 LPFG 的过程中,光栅周期数是奇偶数交替逐渐增加的,当其周期数达到一定量且满足一定对称性条件时,耦合中心波长附近的傅里叶变换结果是较大的纯虚数或纯实数.根据 FMC,这将导致其透射谱时而为极小值时而为极大值,从而出现跳变闪烁现象.

### 3. 数值模拟及特性

#### 3.1. 数值模拟

利用(13)–(15)式数值模拟计算了 LPFG 的耦合光谱和透射光谱.模拟均匀 LPFG 的参数如下:单模光纤的纤芯和包层折射率分别为 1.4648 和 1.4587,纤芯和包层半径分别为 4.15 和 62.5 μm,LPFG 周围的介质为空气;LPFG 的周期  $\Lambda = 500$  μm,光栅长度  $L = 40$  mm;折射率微扰分布是均值为零的正弦型分布(其直流部分计入光纤纤芯的折射率),微扰幅值  $\delta n = 4.297 \times 10^{-4}$ ;用数值方法计算傅里叶变换,一个光栅周期内取 50 个值,光波长的计算范围为 1300–1700 nm,显示范围为 1500–1600 nm,在 1550 nm 附近的波长计算分辨率为 18 pm;纤芯和包层模的模场及有效折射率采用三层波导结构来计算<sup>[17]</sup>,纤芯基模(HE<sub>11</sub>)的有效折射率  $n_m = 1.461751$ ,纤芯基模可与包层导模 LP<sub>01</sub> 和 LP<sub>02</sub> 产生有效耦合;包层模 LP<sub>01</sub> 和 LP<sub>02</sub> 的有效折射率分别为  $n_{01} = 1.458696$  和  $n_{02} = 1.458619$ ,其对应的模场重叠因子分别为 0.025 和 0.046,在 1526 nm 波长附近对应的耦合系数分别为  $k_{01} = 0.20185$

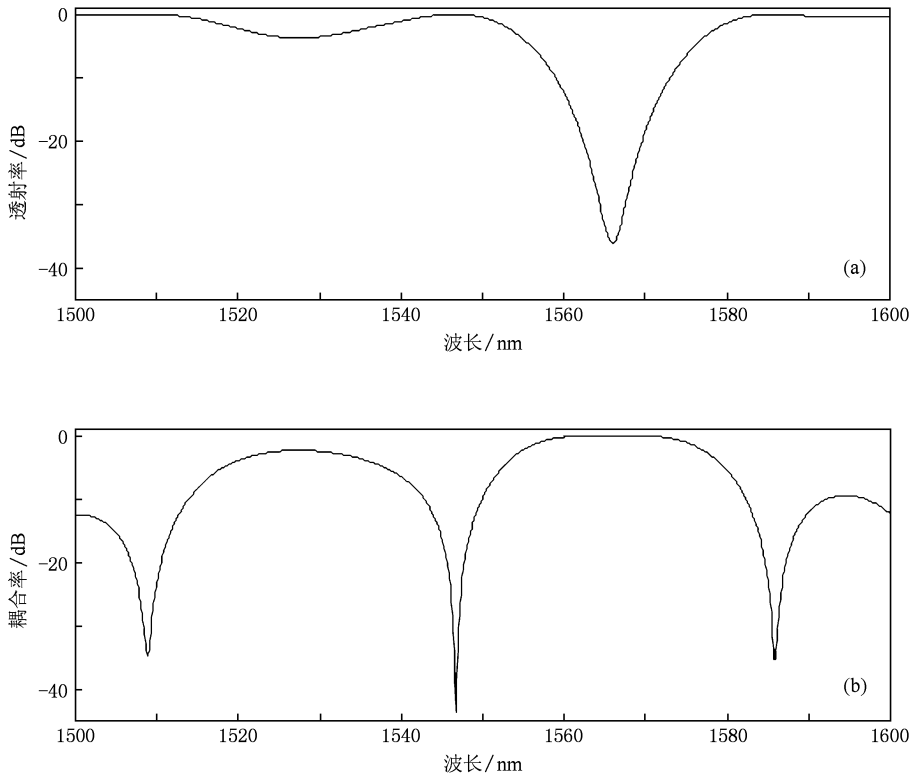


图2 用 FMC 计算得到的均匀 LPFG 光谱 (a)透射谱,(b)耦合谱

$FmW/s\mu m$  和  $k_{02} = 0.3714FmW/s\mu m$ . 根据 (13) — (15) 式可计算出 LPFG 的耦合谱和透射谱, 纤芯基模 ( $HE_{11}$ ) 与包层导模  $LP_{01}, LP_{02}$  耦合后的透射谱和耦合谱如图 2 所示. LPFG 的耦合谱表现为有较宽的通带, 其透射谱表现为有较宽的阻带, 对应包层模  $LP_{01}, LP_{02}$  的两个耦合中心波长分别为 1527.5, 1566 nm, 与传统耦合模理论中 LPFG 相位匹配条件得到的中心波长值一致.

在其他参数相同, LPFG 的微扰幅值  $\delta n$  为  $2.5 \times 10^{-4}, 3.7 \times 10^{-4}, 4.15 \times 10^{-4}, 4.3 \times 10^{-4}$  时, 用 FMC 计算得到的 LPFG 透射谱如图 3 所示. 折射率微扰均值计入纤芯折射率, 相当于其耦合中心波长已归一化. 由图 3 可以看出, 随着 LPFG 微扰幅值的增加, LPFG 耦合到包层的光强增强, 透射谱中耦合中心波长处的衰减幅值非线性地增大, 而在零幅值处的衰减带宽变化不大, 在微扰均值计入纤芯导模有效折射率时的归一化耦合中心波长也不变. 在其他参数相同, LPFG 长度  $L$  为 26, 35, 39, 40 mm 时, 用 FMC 计算得到的 LPFG 透射谱如图 4 所示. 由图 4 可以看出, 随着 LPFG 长度的增加, LPFG 耦合到包层的光强增强, 透射谱中耦合中心波长处的衰减幅值非线性地增大, 且衰减谱的带宽变窄, 而中心波长不变. FMC 计算得到的这些 LPFG 性质与微扰条件下的耦合模理论相一致, 与实际 LPFG 的性质也是一致的.

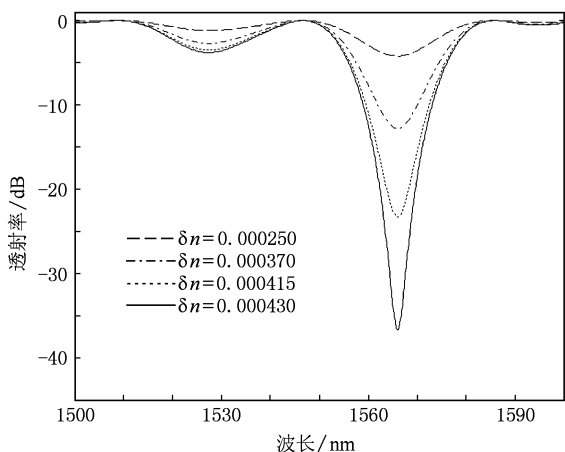


图 3 用 FMC 计算得到不同微扰幅值  $\delta n$  时的 LPFG 透射谱

### 3.2. FMC 特性

下面从 FMC 适用的光栅类型、精确性及计算效率等方面来说明 FMC 的特性. 在适用对象方面, 由于傅里叶变换适合于有限长的均匀和非均匀各种

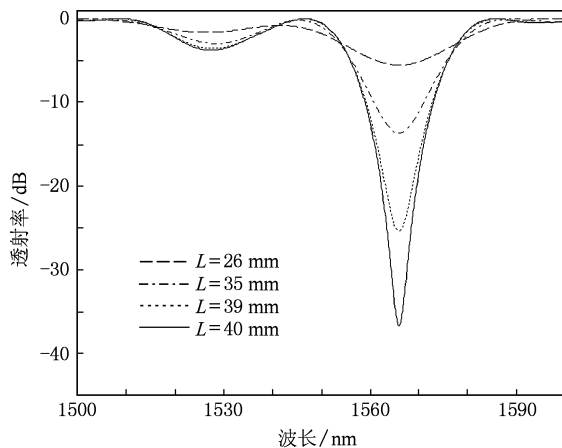


图 4 用 FMC 计算得到不同长度  $L$  时的 LPFG 透射谱

轴向折变分布的分析计算, 所以本文的 FMC 计算公式适用于均匀和非均匀的各种 LPFG 分析计算 (倾斜型光栅除外), 包括均匀正弦或余弦光栅, 非均匀的啁啾、相移、高斯及变迹高斯、升余弦变迹及其他任意轴向折变分布 LPFG (应当注意, 因 LPFG 的周期较长, 光栅啁啾量对光谱特性的影响相对较小). 而耦合模理论适用于均匀 LPFG, 对非均匀 LPFG 没有解析解, 只能借助于传输矩阵或龙格-库塔法来分析计算. 传输矩阵法适用于均匀和较规则非均匀 (如啁啾、相移、各种变迹等) LPFG 的分析计算, 但对有一定随机性的任意轴向折变分布的 LPFG 计算比较繁琐和困难.

图 5 是实测得到的 LPFG 透射光谱, 显示波长范围为 1480—1580 nm. 该 LPFG 是用逐点写入法在 Corning SMF-28 光纤上制作的, 其折射率微扰分布是均匀正弦分布, 光栅周期为  $500 \mu m$ , 长度为 40 mm, 耦合的中心波长为 1526 nm, 透射谱在耦合中心波长的衰减幅值为  $-35 \text{ dB}$ , LPFG 耦合的纤芯和包层模的有效折射率差约为  $3.052 \times 10^{-3}$ . 为便于对比分析, 用 FMC 理论和耦合模理论分别模拟计算了该 LPFG 的透射谱, 如图 6 中的实线和虚线所示. 计算时设纤芯基模与包层  $LP_{02}$  模耦合, 折射率微扰幅值为  $4.182 \times 10^{-4}$ . 比较图 6 中的虚线和实线可以看出, 在用耦合模理论和 FMC 理论计算的透射谱衰减带中, 耦合模理论的衰减带较窄, 其中心波长处的衰减幅值大一些, 其他特性 (如中心波长、耦合模式、谱线分布形状等) 都基本一致.

在图 5 和图 6 的实测谱线和计算谱线中, 通过比较透射谱衰减带在衰减为 0,  $-5$ ,  $-10$ ,  $-20$ ,  $-30 \text{ dB}$  时的带宽及其变化趋势可知: 当中心波长处

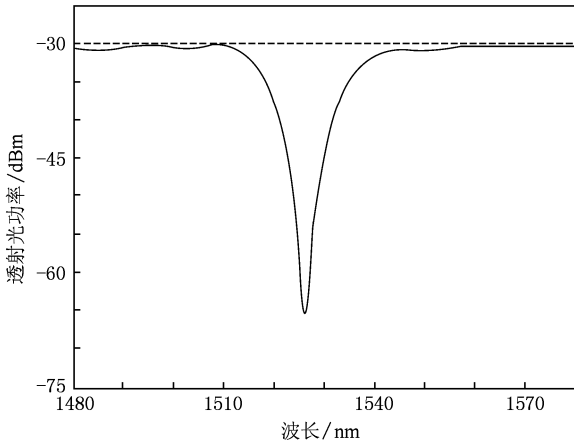


图5 实测得到的 LPFG 透射谱

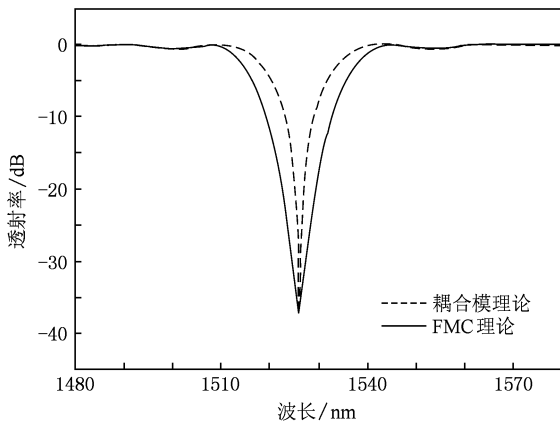


图6 用耦合模理论和 FMC 计算得到的 LPFG 透射谱

的衰减幅值相同时,用 FMC 计算得到的透射谱与实测得到的 LPFG 透射谱基本一致且符合得很好;而用耦合模理论计算得到的衰减带比实测得到的谱带要窄,衰减带底部更尖,带宽变窄的斜率更大,与实际的 LPFG 透射谱有较大的差异.这里用耦合模理论计算的中心波长处衰减幅值是  $-37$  dB,若变化为  $-35$  dB 时,上述差异相似,而其带宽还更窄.从图 5 和图 6 的比较可以看出,在耦合效率不高时,用 FMC 与耦合模理论计算得到的结果是一致的,与实际谱线也是一致的;当耦合效率较大或接近过耦合时,耦合模理论计算得到的透射谱带宽比 FMC 计算得到的透射谱带宽更窄且中心波长处的幅值更大;用耦合模理论计算得到的透射谱与实际谱线有较大差异,比实际谱线的带宽要窄且变化斜率更大,但用 FMC 计算得到的透射谱仍与实际谱线一

致.另外,传输矩阵法在计算均匀 LPFG 时可有解析解,其计算精度与耦合模理论相近.但在计算非均匀 LPFG 时,因分段数较多而增大了计算误差.这说明 FMC 理论的计算更为精确,适合各型 LPFG 的特性分析.从分析计算所包含的实际信息可知,产生 FMC 分析精度高的原因主要有两个方面.一是 FMC 在用傅里叶变换分析各种 LPFG 时考虑了折射率微扰分布初始相位变化的影响,而传统耦合模理论及基于耦合模理论的传输矩阵法在计算均匀 LPFG 耦合谱或非均匀 LPFG 分段后的耦合谱时没有考虑初始相位的变化.实际上初始相位对 LPFG 谱特性的影响很大,如  $\pi/2$  初始相位在光栅两端将产生较大的反射而出现 Fabry-Perot 腔干涉.二是 FMC 将傅里叶变换和模式耦合融合在一起后,既保留了谐波和非谐波量,又考虑了模式耦合的非线性特性,而耦合模理论或基于耦合模理论的传输矩阵法忽略了 LPFG 折射率微扰的非基频谐波量.实际 LPFG 总是有限长和非理想(非均匀)的,存在非基频谐波量,这就造成了计算误差.

在分析效率方面,为便于比较,不同分析方法的波长范围及分辨率均设为相同,波长范围为  $400$  nm,波长分辨率为  $18$  pm;模拟计算环境均为方正 S360R 型通用微机.在分析均匀 LPFG 时,耦合模理论解析解的分析时间约为  $0.0813$  s, FMC 可用数值方法也可用解析法计算折射率微扰的傅里叶变换.当用解析方法得到傅里叶变换结果时, FMC 的分析时间约为  $0.107$  s,与耦合模理论相近.当用数值方法得到傅里叶变换结果时, FMC 计算时间约为  $9.95$  s,低于耦合模理论.在分析非均匀 LPFG 时,以啁啾 LPFG 为例,耦合模理论可用龙格-库塔法或与传输矩阵相结合等数值方法来计算.若与传输矩阵相结合,此时的耦合模理论演变为基于耦合模理论的传输矩阵法.当啁啾 LPFG 分为  $100$  段时,每段视为均匀光栅,其计算时间约为  $67.3$  s.而 FMC 计算啁啾 LPFG 的时间仍约为  $10$  s,与计算均匀 LPFG 的时间相近.所以, FMC 的计算效率高于耦合模理论数值解法(传输矩阵)的计算效率.

从现有的 LPFG 分析实践看,耦合模理论适合于均匀 LPFG 的分析,有较高的精度和效率,但分析非均匀 LPFG 时的效率较低;传输矩阵法适合于较规则的 LPFG 特性分析,但其分析效率和精度较低. FMC 适合于各类任意轴向折射率微扰分布 LPFG 的分析,同时具有精度高和效率高的特性.

## 4. 结 论

本文将傅里叶变换和同向模式耦合分析融合在一起,形成了 LPFG 的 FMC 理论,用于 LPFG 光谱特性的精确快速分析.该方法是对 LPFG 的任意轴向折射率微扰进行傅里叶变换得到空域谱,再对空域谱进行同向模式耦合分析,从而得到 LPFG 光谱特性的通用表达式.从数值模拟计算和特性分析可知,LPFG 的 FMC 理论可用于 LPFG 光谱特性的精确分析,比普遍采用的耦合模理论具有更大的优越性.FMC 对任意轴向折射率微扰分布的 LPFG 都有

相同形式的通用表达式,可精确高效地分析其光谱特性,与 LPFG 的实际谱特性相一致.这是由于 FMC 中模式耦合的傅里叶变换适用于任意轴向折射率微扰分布的计算,同时保留了空域谱的谐波及非谐波分量的非线性耦合而产生的优越性.而耦合模理论对非均匀 LPFG 的分析效率较低,没有统一形式的解,且忽略了非基频谐波量的耦合,对强耦合 LPFG 的计算误差较大.总之,FMC 可分析无过耦合的任意轴向折射率微扰分布的 LPFG,具有简单、精确、高效的特点,可应用于 LPFG 及其模板的设计与制作、LPFG 光谱特性分析及其工程应用等方面.

- 
- [1] Vengsarkar A M, Lemaire P J, Judkins J B, Bhatia V, Erdogan T, Sipe J E 1996 *J. Lightwave Technol.* **14** 58
- [2] Erdogan T 1997 *J. Opt. Soc. Am. A* **14** 1760
- [3] Erdogan T 1997 *J. Lightwave Technol.* **15** 1277
- [4] Chern G W, Wang L A 1999 *J. Opt. Soc. Am. A* **16** 2675
- [5] Peral E, Capmany J 1997 *J. Lightwave Technol.* **15** 1295
- [6] Bouzid A, Abushagur M A G 1997 *Appl. Opt.* **36** 558
- [7] Erdogan T 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **17** 2113
- [8] Lee K S, Erdogan T 2001 *Electron. Lett.* **37** 156
- [9] Patrick H J, Kersey A D, Bucholtz F 1998 *J. Lightwave Technol.* **16** 1606
- [10] MacDougall T W, Pilevar S, Haggans C W, Jackson M A 1998 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **10** 1449
- [11] Zhang D S, Jiang L, Zhang W G, Li L J, Fan W D, Yuan S Z, Kai G Y, Dong X Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 3087 (in Chinese) [张东生、姜莉、张伟刚、李丽君、范万德、袁树忠、开桂云、董孝义 2003 物理学报 **52** 3087]
- [12] Stegall D B, Erdogan T 1999 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **11** 343
- [13] Xu X H, Cui Y P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 96 (in Chinese) [徐新华、崔一平 2003 物理学报 **52** 96]
- [14] Zhu T, Song Y, Rao Y J, Zhu Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4738 (in Chinese) [朱涛、宋韵、饶云江、朱永 2009 物理学报 **58** 4738]
- [15] Marcuse D 1974 *Theory of Dielectric Optical Waveguide* (New York: Academic Press)
- [16] Fang J X, Cao Z Q, Yang F Z 1987 *Physical Foundation of Optical Waveguide Technology* (Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press) (in Chinese) [方俊鑫、曹庄琪、杨傅子 1987 光波导技术物理基础(上海:上海交通大学出版社)]
- [17] Monerie M 1982 *IEEE Microwave Theor. Techn.* **30** 381

# Theory of Fourier mode coupling for long-period fiber gratings

Zeng Xiang-Kai<sup>1)†</sup> Rao Yun-Jiang<sup>2)</sup>

1) (*Key Laboratory of Manufacture and Test Techniques for Automobile Parts of Ministry of Education, School of Electronic Information and Automation, Chongqing University of Technology, Chongqing 400050, China*)

2) (*Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems of Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China*)

(Received 7 January 2010; revised manuscript received 17 May 2010)

## Abstract

A novel theory, namely, Fourier mode coupling (FMC) theory for long-period fiber gratings (LPFGs) is proposed in this paper. During analyzing the co-propagating coupling between the core mode and cladding modes in LPFGs, the Fourier transform relations among the amplitude coefficients of co-propagating coupled-modes are found for the first time, to the best of authors' knowledge. The general expressions of the coupling and transmission spectra of LPFGs are also deduced from the combination of Fourier transform with the well-known coupled-mode theory. In the proposed FMC theory, the spectral characteristics of the LPFGs without over-coupling are derived from the calculation of co-propagating mode coupling in the spatial domain spectrum, which is the Fourier transform result of refractive index perturbation in the LPFG. According to the FMC theory, the spectra of the LPFGs in different perturbation amplitudes and lengths are numerically simulated here. A measured transmission spectrum is also compared with the calculated transmission spectra based on the FMC theory and the coupled mode theory, respectively. The comparison shows that the FMC theory and the derived spectra for LPFGs are in consistence with the coupled-mode theory and the practical spectra of LPFGs respectively. The FMC has many features, these being simple, fast and accurate, which could be employed for spectrum analysis of any LPFG with an arbitrary distribution of refractive index perturbation along the fiber axis.

**Keywords:** fiber-optic component, long-period fiber grating, Fourier mode coupling, transmission spectrum

**PACC:** 4280F, 4281, 4230K