

两相邻有限长圆柱的复合电磁散射研究*

王运华¹⁾ 张彦敏^{1)†} 郭立新²⁾

1)(中国海洋大学信息科学与工程学院, 青岛 266100)

2)(西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

(2010年2月5日收到; 2010年4月14日收到修改稿)

基于等效定理和互易性原理研究了两相邻有限长介质圆柱的复合电磁散射问题, 推导出该复合散射场的二阶散射场计算公式. 将公式所得结果与矩量法结果进行了比较, 并分析了两柱距离、圆柱长度和极化状态等参量对复合散射场的影响.

关键词: 等效定理, 互易性原理, 电磁散射, 有限长圆柱

PACS: 11. 80. La, 52. 25. Tx

1. 引言

近年来, 众多学者对单个球体或柱体目标的电磁散射问题进行了大量研究, 相关散射理论已趋于成熟^[1-11]. 然而, 当研究多个离散目标电磁散射特性时(如: 森林遥感, 雨滴、沙尘、云和雾等对电磁波传播的影响等), 由于目标之间相互耦合散射作用, 尤其是当目标尺寸较大或彼此相距较近时必须考虑多次散射对总散射场的影响. 然而, 由于耦合散射场的复杂性, 难以给出高阶散射的精确解析解. 为解决这一问题, 我们在文献[12-16]中, 基于文献[17]和[18]中的研究思想, 并将互易性定理^[17-20]与等效原理^[20]相结合, 给出了求解相邻目标复合散射场的面积分公式, 并求解了相邻球形目标、无限长圆柱目标及无限长圆柱与粗糙面的复合电磁散射问题. 相对于球形目标和无限长圆柱目标而言, 相邻有限长圆柱的复合电磁散射问题更为复杂. 本文在文献[12-15]理论研究的基础上, 推导出两相邻有限长圆柱的二阶复合散射场求解公式, 并将计算结果同矩量法结果进行了比较, 同时分析了圆柱之间的距离及圆柱长度等参量对复合散射场的影响.

2. 互易性原理在两个靠近目标复合电磁散射中的应用

首先, 简要给出应用互易性定理和等效原理求解两相邻目标复合电磁散射场的相关理论公式. 假设在空间中有两个相互靠近的目标(如图1(a)所示), 设有一平面波 $\mathbf{E}^i, \mathbf{H}^i$ 入射到目标1和2上, 当目标2不存在时, 入射电磁场在目标1的表面上感生的等效面电流密度和面磁流密度^[20, 21]分别为 \mathbf{J}_1 和 \mathbf{M}_1

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_1 &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times \delta \mathbf{H}, \\ \mathbf{M}_1 &= -\hat{\mathbf{n}}_1 \times \delta \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (1)$$

$\hat{\mathbf{n}}_1$ 为目标1的表面外法向单位矢量. 此时由 \mathbf{J}_1 在空间中激发的电场及目标2对这一电场的散射场之和记为 \mathbf{E}_{E1} 和 \mathbf{H}_{E1} ; 由 \mathbf{M}_1 在空间中激发的磁场及目标2对这一磁场的散射场之和记为 \mathbf{E}_{M1} 和 \mathbf{H}_{M1} . 对于第二种情况, 去掉入射波在目标1上感生的等效面电流和面磁流, 只保留目标2(如图1(b)所示), 在远区观察点 P 处有单位点电流源 $\mathbf{J}_E = \hat{\mathbf{p}}\delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)$ 和单位点磁流源 $\mathbf{M}_M = \hat{\mathbf{q}}\delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)$, 单位点电流源和磁流源的极化方向 $\hat{\mathbf{p}}$ ($\hat{\mathbf{v}}$ 或 $\hat{\mathbf{h}}$)和 $\hat{\mathbf{q}}$ ($\hat{\mathbf{v}}$ 或 $\hat{\mathbf{h}}$)满足条件: $\hat{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{p}}$. 单位点电流源 \mathbf{J}_E 在空间中激发的电场和磁场分别为 \mathbf{E}_{E22} 和 \mathbf{H}_{E22} , 由单位点磁流源

* 国家自然科学基金青年科学基金(批准号:40906088)、国家自然科学基金(批准号:60971067)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:200804231021)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: zhangyanmin79@163.com

M_M 在空间中激发的电场和磁场分别为 E_{M22} 和 H_{M22} . 这里 E_{E22}, H_{E22} 和 E_{M22}, H_{M22} 都是既包括源的辐射场同时也包括目标 2 对该辐射场的散射场.

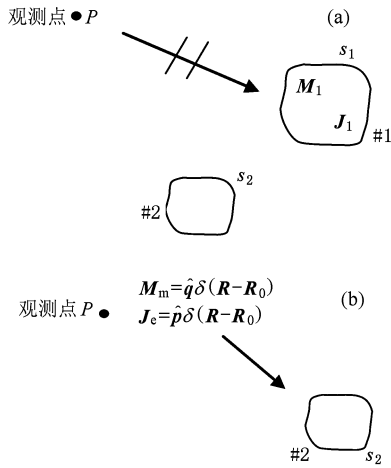


图 1 两个目标的复合电磁散射示意图 (a) 相互靠近的目标 S_1, S_2 示意图, (b) 只保留 S_2 的示意图

这样应用互易性原理公式可得^[12-14]:

$$\hat{p} \cdot E_{E1} = \int_{S_1} J_1 \cdot E_{E22} dS, \quad (2)$$

$$\hat{q} \cdot H_{M1} = \int_{S_1} M_1 \cdot H_{M22} dS, \quad (3)$$

$$\hat{p} \cdot E_{E2} = \int_{S_2} J_2 \cdot E_{M11} dS, \quad (4)$$

$$\hat{q} \cdot H_{M2} = \int_{S_2} M_2 \cdot H_{M11} dS, \quad (5)$$

这里 E_{E2}, H_{M2} 与 E_{E1}, H_{M1} 的物理含义相同, 只是针对目标 2 而已. 这样应用(2)–(5)式可求得两相邻目标的复合散射场为 $E_{E1} + E_{E2} + E_{M1} + E_{M2}$, 其中 $E_{M1} = -Z_0 \hat{k}_s \times H_{M1}, E_{M2} = -Z_0 \hat{k}_s \times H_{M2}, Z_0 = 1/Y_0$ 为自由空间波阻抗.

3. 两个相邻平行圆柱的复合电磁散射场

上一节中, 应用互易性原理给出了求解两个相邻目标复合电磁散射场的公式, 在此应用(2)–(5)式求解两相邻且相互平行的有限长介质圆柱复合电磁散射问题, 如图 2 所示. 设 #1 圆柱半径为 a_1 、长度为 L_1 , #2 圆柱半径为 a_2 、长度为 L_2 , 相对于两圆柱直径而言, 两柱之间的距离 $\tilde{\rho}$ 满足远区条件, 即

$$\frac{2a_1^2}{\lambda} < \tilde{\rho}, \frac{2a_2^2}{\lambda} < \tilde{\rho}. \quad (6)$$

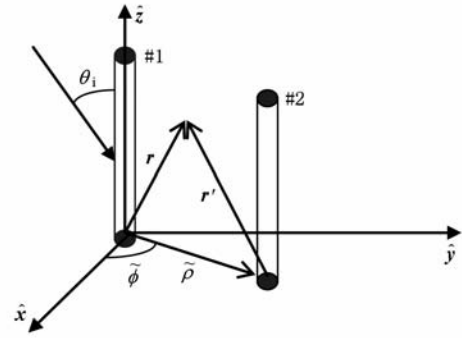


图 2 两相邻圆柱电磁散射几何示意图

设入射电磁波为 $E^i = \hat{p} \exp(ik_0 \hat{k}_i \cdot r)$, 这里 k_0 是自由空间入射波数, \hat{k}_i 和 \hat{p} 分别是入射波的传播方向和极化方向单位矢量, \hat{p} 可选择为 \hat{v} 或 \hat{h} . (2) 和(3)式中, 因为 E_{E22} 和 H_{M22} 分别是指单位点电流源和磁流源直接激发的远区电场 E_{Ed} 和磁场 H_{Md} 及圆柱 #2 对该电磁场的二次散射场 (E_{E2s}, H_{M2s}) 之和, 因此(2)和(3)式又可写为下面的形式:

$$\begin{aligned} \hat{p} \cdot E_{E1} &= \int_{S_1} J_1 \cdot E_{E22} dS \\ &= \int_{S_1} J_1 \cdot (E_{Ed} + E_{E2s}) dS \\ &= \int_{S_1} J_1 \cdot E_{Ed} dS + \int_{S_1} J_1 \cdot E_{E2s} dS \\ &= \hat{p} \cdot E_{E1d} + \hat{p} \cdot E_{E12s}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \hat{q} \cdot H_{M1} &= \int_{S_1} M_1 \cdot H_{M22} dS \\ &= \int_{S_1} M_1 \cdot (H_{Md} + H_{M2s}) dS \\ &= \int_{S_1} M_1 \cdot H_{Md} dS + \int_{S_1} M_1 \cdot H_{M2s} dS \\ &= \hat{q} \cdot H_{M1d} + \hat{q} \cdot H_{M12s}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中, 观测点处的单位点电流源 $J_E = \hat{p} \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)$ 和单位点磁流源 $M_M = \hat{q} \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)$ 所激发的远区电场和磁场可分别写为^[17,22]

$$\begin{aligned} E_{Ed}(R_0) &= \frac{-ikZ_0}{4\pi R_0} \exp(ik_0 R_0) \\ &\quad \times \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \hat{k}_s \times \hat{k}_s \times \hat{p}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} H_{Md}(R_0) &= \frac{-iKY_0}{4\pi R_0} \exp(ik_0 R_0) \\ &\quad \times \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \hat{k}_s \times \hat{k}_s \times \hat{q}. \end{aligned} \quad (10)$$

3.1. 圆柱一次散射场的求解

首先求解圆柱 #1 对入射平面波的一次散射场,

由(7)和(8)式可得

$$\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{E}_{\text{Eld}}^s = \int_{S_1} \boldsymbol{J}_1 \cdot \boldsymbol{E}_{\text{Ed}} dS, \quad (11)$$

$$\hat{\boldsymbol{q}} \cdot \boldsymbol{H}_{\text{Mld}}^s = \int_{S_1} \boldsymbol{M}_1 \cdot \boldsymbol{H}_{\text{Md}} dS, \quad (12)$$

其中,圆柱#1 的表面等效电流和磁流分别为^[23]

$$\begin{aligned} \boldsymbol{J}_1(\varphi, z) = & Y_0 [\hat{\boldsymbol{x}} \sin\varphi - \hat{\boldsymbol{y}} \cos\varphi] \\ & \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-i)^m \{ h_z J_m(x_0) \\ & + B_m H_m^{(1)}(x_0) \} e^{im\varphi} \\ & - \frac{Y_0}{ik_0 \sin^2 \theta_i} \hat{\boldsymbol{z}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-i)^m \{ k_0 \sin\theta_i \\ & \times [e_z J'_m(x_0) + A_m H'_m(x_0)] \\ & + \frac{im \cos\theta_i}{a_1} [h_z J_m(x_0) \\ & + B_m H_m^{(1)}(x_0)] \} e^{i(m\varphi - k_0 \cos\theta_i z)}, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}_1(\varphi, z) = & - [\hat{\boldsymbol{x}} \sin\varphi - \hat{\boldsymbol{y}} \cos\varphi] \\ & \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-i)^m \{ h_z J_m(x_0) \\ & + A_m H_m^{(1)}(x_0) \} e^{im\varphi} \\ & - \frac{1}{ik_0 \sin^2 \theta_i} \hat{\boldsymbol{z}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-i)^m \{ k_0 \sin\theta_i \\ & \times [e_z J'_m(x_0) + B_m H'_m(x_0)] \\ & + \frac{im \cos\theta_i}{a_1} [h_z J_m(x_0) \\ & + A_m H_m^{(1)}(x_0)] \} e^{i(m\varphi - k_0 \cos\theta_i z)}, \quad (14) \end{aligned}$$

其中 e_z 和 h_z 分别是入射电场和磁场在 $\hat{\boldsymbol{z}}$ 方向上的投影,

$$\begin{aligned} A_m = & C_m^{\text{TM}} \boldsymbol{E}^i \cdot \hat{\boldsymbol{z}} + i \bar{C}_m \boldsymbol{H}^i \cdot \hat{\boldsymbol{z}}, \\ B_m = & C_m^{\text{TE}} \boldsymbol{H}^i \cdot \hat{\boldsymbol{z}} + i \bar{C}_m \boldsymbol{E}^i \cdot \hat{\boldsymbol{z}}, \quad (15) \end{aligned}$$

$C_m^{\text{TM}}, C_m^{\text{TE}}, \bar{C}_m$ 的表达式分别为^[24]

$$C_m^{\text{TM}} = \frac{V_m P_m - q_m^2 J_m(x_0) H_m^{(1)}(x_0) J_m^2(x_1)}{P_m N_m - [q_m H_m^{(1)}(x_0) J_m(x_1)]^2}, \quad (16)$$

$$C_m^{\text{TE}} = \frac{M_m N_m - q_m^2 J_m(x_0) H_m^{(1)}(x_0) J_m^2(x_1)}{P_m N_m - [q_m H_m^{(1)}(x_0) J_m(x_1)]^2}, \quad (17)$$

$$\bar{C}_m = i \frac{2 s_0 q_m J_m^2(x_1)}{\pi x_0 P_m N_m - [q_m H_m^{(1)}(x_0) J_m(x_1)]^2}, \quad (18)$$

其中,

$$\begin{aligned} x_0 = & k_0 a \sin\theta_i, \\ x_1 = & k_0 a \sqrt{\varepsilon_r \mu_r - \cos^2 \theta_i}, \\ q_m = & \frac{m \cos\theta_i}{k_0 a} \left(\frac{1}{\varepsilon_r \mu_r - \cos^2 \theta_i} - \frac{1}{\sin^2 \theta_i} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_m = & s_1 J_m(x_0) J'_m(x_1) - s_0 J'_m(x_0) J_m(x_1), \\ P_m = & r_1 H_m^{(1)}(x_0) J'_m(x_1) - s_0 H_m^{(1)}(x_0) J_m(x_1), \\ N_m = & s_1 H_m^{(1)}(x_0) J'_m(x_1) - s_0 H_m^{(1)}(x_0) J_m(x_1), \\ M_m = & r_1 J_m(x_0) J'_m(x_1) - s_0 J'_m(x_0) J_m(x_1), \\ s_0 = & \frac{1}{\sin\theta_i}, \end{aligned}$$

$$s_1 = \frac{\varepsilon_r}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r - \cos^2 \theta_i}},$$

$$r_1 = \frac{\mu_r}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r - \cos^2 \theta_i}},$$

这里, $J_m(\cdot)$ 和 $H_m^{(1)}(\cdot)$ 分别对应于第 m 阶 Bessel 函数和第一类 m 阶 Hankel 函数.

将(9),(10),(13)和(14)式代入(11)和(12)式得圆柱#1 的一次散射场为

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{p}} \cdot (\boldsymbol{E}_{\text{Eld}} + \boldsymbol{E}_{\text{Mld}}) = & \frac{e^{ik_0 R_0}}{4\pi k_0 R_0} k_0^2 \hat{\boldsymbol{p}} \cdot \left[i Z_0 \hat{\boldsymbol{k}}_s \times \hat{\boldsymbol{k}}_s \right. \\ & \times \int_{S_1} \boldsymbol{J}_1 \exp(-i \boldsymbol{k}_s \cdot \boldsymbol{r}') ds' - i \hat{\boldsymbol{k}}_s \\ & \left. \times \int_{S_1} \boldsymbol{M}_1 \exp(-i \boldsymbol{k}_s \cdot \boldsymbol{r}') ds' \right], \quad (19) \end{aligned}$$

其中 Z_0 是自由空间的波阻抗, \boldsymbol{r}' 是圆柱#1 表面上的位置矢量.

在(19)式中由于 $\hat{\boldsymbol{p}}$ 的选取是任意的,从而可得圆柱#1 的散射场为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{1c}^s = & \boldsymbol{E}_{\text{Eld}} + \boldsymbol{E}_{\text{Mld}} \\ = & k_0^2 [\hat{\boldsymbol{k}}_s \times \hat{\boldsymbol{k}}_s \times \boldsymbol{H}_{\text{E}} - Z_0 \hat{\boldsymbol{k}}_s \times \boldsymbol{H}_{\text{M}}], \quad (20) \end{aligned}$$

其中电 Hertz 矢量和磁 Hertz 矢量 $\boldsymbol{H}_{\text{E}}$ 和 $\boldsymbol{H}_{\text{M}}$ 分别为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{H}_{\text{E}} = & \frac{i Z_0}{4\pi k_0} \int_{S_1} \boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{r}') \frac{\exp(-ik_0 |\boldsymbol{R}_0 - \boldsymbol{r}'|)}{|\boldsymbol{R}_0 - \boldsymbol{r}'|} ds', \\ \boldsymbol{H}_{\text{M}} = & \frac{i Y_0}{4\pi k_0} \int_{S_1} \boldsymbol{M}_1(\boldsymbol{r}') \frac{\exp(-ik_0 |\boldsymbol{R}_0 - \boldsymbol{r}'|)}{|\boldsymbol{R}_0 - \boldsymbol{r}'|} ds'. \quad (21) \end{aligned}$$

求解(20)式最终可以求得圆柱#1 对入射波的散射场为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{1c}^s(\boldsymbol{R}_0) = & \boldsymbol{F}(\phi_s) H_0^{(1)}(k_0 \sin\theta_s \rho_s) \\ \times e^{-ik_0 \cos\theta_s z} = & \frac{e^{ik_0 R_0}}{R_0} \boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{k}}_i, \hat{\boldsymbol{k}}_s), \quad (22) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}(\phi_s) = & \frac{-1}{\sin^2 \theta_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m [A_m (\hat{\boldsymbol{k}}_s \times \hat{\boldsymbol{k}}_s \times \hat{\boldsymbol{z}}) \\ & + B_m (\hat{\boldsymbol{k}}_s \times \hat{\boldsymbol{z}})] e^{im(\phi_s - \phi_i)}, \quad (23) \end{aligned}$$

同理可求得圆柱#2 对入射平面波的散射场为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{2c}^s(\mathbf{R}_0) &= \exp[-i(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \tilde{\mathbf{r}}] \\ &\times \mathbf{F}(\phi_s) H_0^{(1)}(k_0 \sin \theta_s \rho_s) e^{-ik_0 \cos \theta_s z} \\ &= \frac{e^{ik_0 R_0}}{R_0} e^{[-i(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \tilde{\mathbf{r}}]} S(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_s), \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $\tilde{\mathbf{r}}$ 是圆柱#2 的位置矢量.

3.2. 圆柱之间二次散射场

在远场近似条件下,由单位点电流源和单位点磁流源激发的电场和磁场可近似为平面波,根据上面的求解过程可求得圆柱#2 对 \mathbf{E}_{Ed} 和 \mathbf{H}_{Md} 的散射场为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{E2s}}(\mathbf{r}) &= \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi R_0} e^{ik_0 R_0} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_s \cdot \tilde{\mathbf{r}}} \mathbf{F}_E(\phi' - \phi_s) \\ &\times H_0^{(1)}(k_0 \sin \theta_s \rho') e^{-ik_0 \cos \theta_s z'}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{M2s}}(\mathbf{r}) &= \frac{-ik_0 Y_0}{4\pi R_0} e^{ik_0 R_0} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_s \cdot \tilde{\mathbf{r}}} \mathbf{F}_M(\phi' - \phi_s) \\ &\times H_0^{(1)}(k_0 \sin \theta_s \rho') e^{-ik_0 \cos \theta_s z'}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中, (ρ', ϕ', z') 表示矢量 \mathbf{r}' 的圆柱坐标, $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}$, $\tilde{\mathbf{r}}$ 为圆柱#2 的位置矢量, $H_0^{(1)}$ 为第一类零阶 Hankel 函数, 矢量 $\mathbf{F}(\phi' - \phi_s)$ 的表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_E(\phi' - \phi_s) &= \frac{-1}{\sin^2 \theta_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m [A_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) \\ &+ B_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}})] e^{im(\phi' - \phi_s)}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_M(\phi' - \phi_s) &= \frac{-1}{\sin^2 \theta_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m [B_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) \\ &- A_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}})] e^{im(\phi' - \phi_s)}, \end{aligned} \quad (28)$$

其中

$$A_m^s = C_m^{\text{TM}} \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{p}}) \cdot \hat{\mathbf{z}} + i\bar{C}_m (\hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{p}}) \cdot \hat{\mathbf{z}}, \quad (29)$$

$$B_m^s = C_m^{\text{TE}} (\hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{p}}) \cdot \hat{\mathbf{z}} - i\bar{C}_m \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{p}}) \cdot \hat{\mathbf{z}}. \quad (30)$$

由于长圆柱的散射场主要集中在前向散射锥面上, 因此有 $\theta' = \pi - \theta_s$, 故

$$\hat{\mathbf{k}}' = \sin \theta_s (\cos \phi' \hat{\mathbf{x}} + \sin \phi' \hat{\mathbf{y}}) - \cos \theta_s \hat{\mathbf{z}}. \quad (31)$$

考虑到两圆柱之间的距离相对于半径而言是在远区, 这样就有

$$\mathbf{F}_{\text{E,M}}(\phi' - \phi_s) \approx \mathbf{F}_{\text{E,M}}(\pi + \tilde{\phi} - \phi_s), \quad (32)$$

$$\begin{aligned} H_0^{(1)}(k_0 \sin \theta_s \rho') &\approx H_0^{(1)}(k_0 \sin \theta_s \tilde{\rho}) \\ &\times \exp(-ik_0 \sin \theta_s \tilde{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}). \end{aligned} \quad (33)$$

根据(7)和(8)式,可应用以下两式求解圆柱之间的二次耦合散射场

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E}_{\text{E12s}} &= \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{\text{E2s}} dS \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{L_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{\text{E2s}} a_1 d\phi' dz', \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{H}_{\text{M12s}} &= \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{\text{M2s}} dS \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{L_1} \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{\text{M2s}} a_1 d\phi' dz'. \end{aligned} \quad (35)$$

由于散射场主要集中在前向方向的锥形散射区内, 这样 z' 的积分区间可近似为 $0 \sim L_1 - \tilde{\rho} \cot \theta_s$. 将(13), (14), (25)和(26)式代入(34)和(35)式可求得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E}_{\text{E12s}} &= \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{\text{E2s}} dS = \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi R_0} e^{ik_0 R_0} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_s \cdot \tilde{\mathbf{r}}} H_0^{(1)}(k_0 \sin \theta_s \tilde{\rho}) e^{-ik_0 \cos \theta_s z} \\ &\times \frac{-1}{\sin^2 \theta_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [A_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) + B_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}})] e^{im(\phi' - \phi_s)} \exp(-ik_0 \sin \theta_s \tilde{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) dS' \\ &\approx \frac{ik_0 Z_0}{4\pi R_0 \sin^2 \theta_s} e^{ik_0 R_0} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_s \cdot \tilde{\mathbf{r}}} H_0^{(1)}(k_0 \sin \theta_s \tilde{\rho}) \\ &\times \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} [A_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) + B_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}})] e^{im(\phi' - \phi_s)} \exp(-ik_0 \hat{\mathbf{k}}' \cdot \mathbf{r}') dS' \\ &= \frac{ik_0 Z_0}{4\pi R_0 \sin^2 \theta_s} e^{ik_0 R_0} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_s \cdot \tilde{\mathbf{r}}} H_0^{(1)}(k_0 \sin \theta_s \tilde{\rho}) \left\{ \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) e^{im(\phi - \phi_s)} \right. \\ &\left. \exp(-ik_0 \hat{\mathbf{k}}' \cdot \mathbf{r}') dS' + \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) e^{im(\phi - \phi_s)} \exp(-ik_0 \hat{\mathbf{k}}' \cdot \mathbf{r}') dS' \right\}, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{H}_{M12s} &= \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{H}_{M2s} dS = \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \frac{-ik_0 Y_0}{4\pi R_0} e^{ik_0 R_0} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_s \cdot \tilde{\mathbf{r}}} H_0^{(1)}(k_0 \sin\theta_s \tilde{\rho}) e^{-ik_0 \cos\theta_s z'} \\
 &= \frac{-1}{\sin^2 \theta_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [B_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) - A_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}})] e^{im(\phi' - \phi_s)} \exp(-ik_0 \sin\theta_s \tilde{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) dS' \\
 &\approx \frac{ik_0 Y_0}{4\pi R_0 \sin^2 \theta_s} e^{ik_0 R_0} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_s \cdot \tilde{\mathbf{r}}} H_0^{(1)}(k_0 \sin\theta_s \tilde{\rho}) \\
 &\quad \times \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} [B_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) - A_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}})] e^{im(\phi' - \phi_s)} \exp(-ik_0 \hat{\mathbf{k}}' \cdot \mathbf{r}') dS' \\
 &= \frac{ik_0 Y_0}{4\pi R_0 \sin^2 \theta_s} e^{ik_0 R_0} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_s \cdot \tilde{\mathbf{r}}} H_0^{(1)}(k_0 \sin\theta_s \tilde{\rho}) \left\{ \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) e^{im(\phi - \phi_s)} \right. \\
 &\quad \left. \times \exp(-ik_0 \hat{\mathbf{k}}' \cdot \mathbf{r}') dS' - \int_{S_1} \mathbf{M}_1 \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^s(\hat{\mathbf{k}}' \times \hat{\mathbf{z}}) e^{im(\phi - \phi_s)} \exp(-ik_0 \hat{\mathbf{k}}' \cdot \mathbf{r}') dS' \right\}. \quad (37)
 \end{aligned}$$

将(36)与(37)式乘 Z_0 相加,经繁琐但直观的数学处理得到二次散射电场在 $\hat{\mathbf{p}}$ 方向的分量为

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E}_{12s}^s &= \frac{e^{ik_0 R_0}}{R_0 \sin^2 \theta_s} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_s \cdot \tilde{\mathbf{r}}} H_0^{(1)}(k_0 \sin\theta_s \tilde{\rho}) \left\{ \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^s e^{im(\phi - \phi_s)} \right] S_{11}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_1) \cdot \hat{\mathbf{z}} \right. \\
 &\quad \left. + \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m^s e^{im(\phi - \phi_s)} \right] [\hat{\mathbf{k}}_1 \times S_{11}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_1)] \cdot \hat{\mathbf{z}} \right\}, \quad (38)
 \end{aligned}$$

其中 $S_{11}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_1)$ 是长度为 $L_1 - \tilde{\rho} \cot\theta_i$ 的圆柱的散射振幅矢量因子, $\hat{\mathbf{k}}_1 = \sin\theta_s (\cos\tilde{\phi} \hat{\mathbf{x}} + \sin\tilde{\phi} \hat{\mathbf{y}}) + \cos\theta_s \hat{\mathbf{z}}$. 同理可求得圆柱#1 对圆柱#2 的二次耦合散射场为

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E}_{21s}^s &= \frac{e^{ik_0 R_0}}{R_0 \sin^2 \theta_s} e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_i \cdot \tilde{\mathbf{r}}} H_0^{(1)}(k_0 \sin\theta_s \tilde{\rho}) \left\{ \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{1m}^s e^{im(\phi - \phi_s - \pi)} \right] S_{12}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_2) \cdot \hat{\mathbf{z}} \right. \\
 &\quad \left. + \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{1m}^s e^{im(\phi - \phi_s - \pi)} \right] [\hat{\mathbf{k}}_2 \times S_{12}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_2)] \cdot \hat{\mathbf{z}} \right\}, \quad (39)
 \end{aligned}$$

其中 $S_{12}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_2)$ 是长度为 $L_2 - \tilde{\rho} \cot\theta_i$ 圆柱的散射振幅矢量因子, $\hat{\mathbf{k}}_2 = -\sin\theta_s (\cos\tilde{\phi} \hat{\mathbf{x}} + \sin\tilde{\phi} \hat{\mathbf{y}}) + \cos\theta_s \hat{\mathbf{z}}$, A_{1m}^s 和 B_{1m}^s 与 A_m^s 和 B_m^s 意义相同,下标 $1m$ 是指相对于圆柱 1 而言的. 从而对于两相邻的有限长圆柱而言,其二阶复合散射场可由(22),(24),(38)和(39)四式之和求解.

在此需要指出的是,当圆柱长度大于 5 倍波长时,散射场主瓣半功率处的半角宽度小于 5° ,对于中等入射角散射场而言,由于主瓣宽度对(38)式和(38)式积分上限中 $\tilde{\rho} \cot\theta_i$ 造成的误差小于 20%,此时,本文中所采用的前向散射近似是可以接受的;但是,当圆柱长度小于 5 倍波长时,散射场主瓣半功率处的半角宽度大于 5° ,由于主瓣宽度对(38)式和(38)式积分上限的影响较大,此时,在本文前向散射近似条件下求得的二次耦合散射场不再准确,比实际情况要小.

4. 数值结果

图 3 和 4 分别给出了两相邻导体圆柱前向散射截面 σ_{vv} 随散射方位角及散射仰角的变化. 图中,圆柱的长度和半径分别为 18 和 0.2 cm,入射平面为 $x-z$ 平面,入射角及入射波频率分别为 35° 和 9.6 GHz. 图 4 中的散射方位角 $\phi_s = 0^\circ$. 通过图 3 和 4 可以看出,当两圆柱之间的距离较大时,复合散射场的谐振增强,在图中表现为图形曲线轮廓起伏加剧,这主要是因为两圆柱散射场之间的相位差随散射角度的变化程度与两圆柱的间距成正比. 同时通过图 3 和 4 还可看出,本文方法的二阶散射结果与 MoM 计算结果符合得更好,从而验证了本文所得公式的正确性.

图 5 给出了 vv 极化前向散射截面随方位角的变化,图中入射角为 35° ,圆柱的长度及半径与图 3 相同,圆柱的相对介电常数为 (9.6, $-i4.0$). 通过图 5 可以看出,随着两圆柱之间距离的增大,二次耦

合散射场对总复合散射场的影响减小,这主要是因为随着两相邻圆柱之间距离的增大,(38)和(39)式中的积分上限 $L_1 - \tilde{\rho}\cot\theta_i$ 和 $L_2 - \tilde{\rho}\cot\theta_i$ (即两圆柱之

间的有效耦合长度)减小.另外,由图5我们也可以看到,随着两圆柱之间距离的增大,复合散射截面曲线起伏加剧.

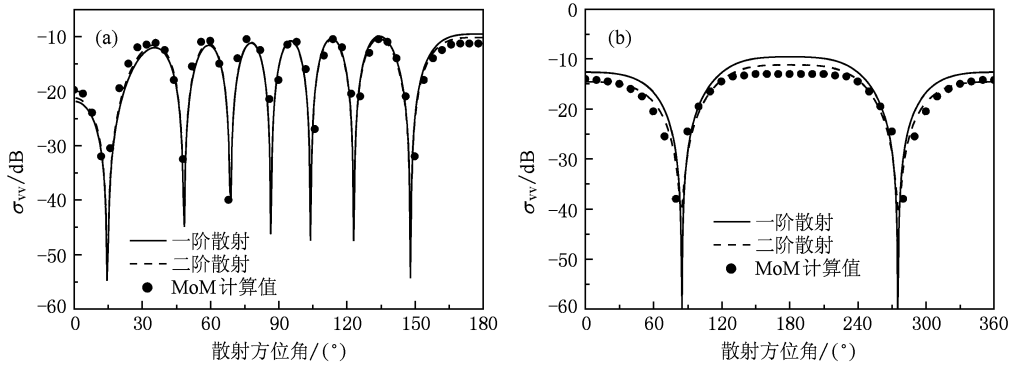


图3 vv极化前向雷达散射截面随散射方位角的变化 (a) $(\tilde{\rho}, \tilde{\phi}) = (18 \text{ cm}, 180^\circ)$, (b) $(\tilde{\rho}, \tilde{\phi}) = (2.5 \text{ cm}, 180^\circ)$

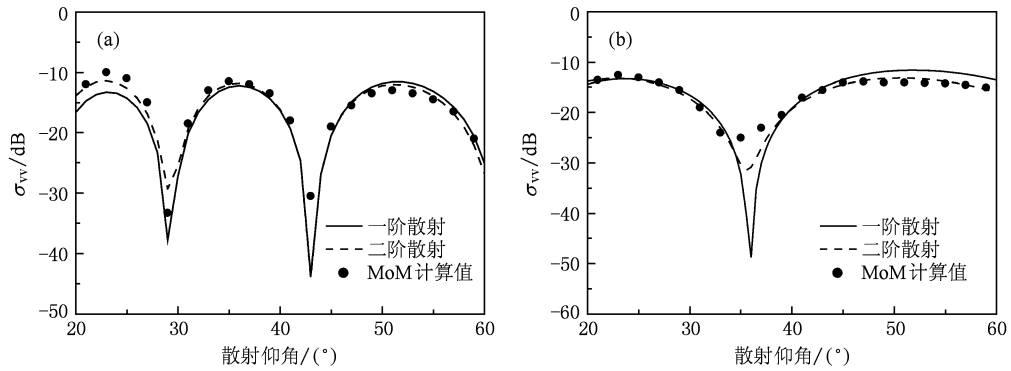


图4 vv极化雷达散射截面随散射仰角的变化 (a) $(\tilde{\rho}, \tilde{\phi}) = (8 \text{ cm}, 180^\circ)$, (b) $(\tilde{\rho}, \tilde{\phi}) = (4 \text{ cm}, 180^\circ)$

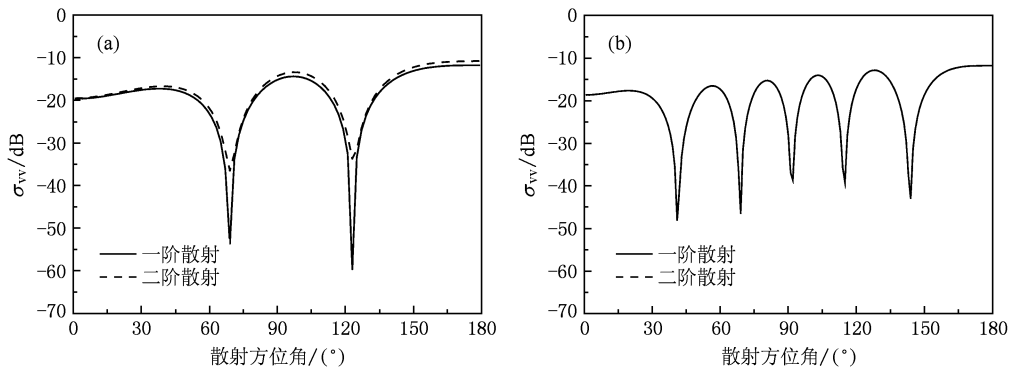


图5 vv极化前向散射截面随方位角的变化 (a) $(\tilde{\rho}, \tilde{\phi}) = (6 \text{ cm}, 180^\circ)$, (b) $(\tilde{\rho}, \tilde{\phi}) = (14 \text{ cm}, 180^\circ)$

图6分析了圆柱长度对散射截面的影响,圆柱#2的位置矢量为 $(\tilde{\rho}, \tilde{\phi}) = (6 \text{ cm}, 180^\circ)$,介电常数和半径分别为(9.6, -j4.0)和0.2 cm,其他参数同图5.由图6可以看出,在其他条件不变的情况下,圆柱长度变短时,二次耦合散射场对总散射截面的

影响变得越不明显.这主要是由于以下两个原因造成的:一是当圆柱之间的距离和入射仰角一定时,圆柱越短则两柱之间的有效耦合长度越短(即(38)式(39)式中的积分上限 $L_1 - \tilde{\rho}\cot\theta_i$ 和 $L_2 - \tilde{\rho}\cot\theta_i$ 越小);二是当圆柱长度较小时,由于主瓣散射场分布

于更广的散射角度范围内,即此时圆柱散射场不再仅集中在前向方向上,在此情况下文中求解二次耦合散射场过程中所采用的“前向散射近似”不再能

完全体现二次耦合散射场的影响,比真实情况要小.另外,通过对比图 6(a)和(b)可见,圆柱长度增长,其复合散射截面亦有所增大.

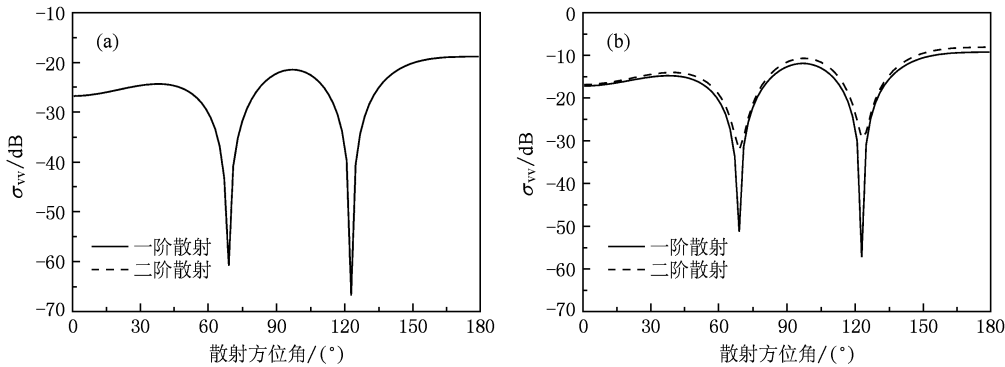


图 6 vv 极化前向散射截面随散射方位角的变化 (a) $L = 8$ cm, (b) $L = 24$ cm

图 7(a)和 (b)分别给出了 vv 和 hh 极化时散射截面随仰角的变化.其中圆柱#2 的位置矢量为 $(\hat{\rho}, \hat{\phi}) = (6 \text{ cm}, 180^\circ)$,两圆柱的长度为 $L = 16 \text{ cm}$,其他参数同图 6.从对比图 7(a)和(b)可以发现,

二次耦合散射场对 vv 极化散射截面的影响大于对 hh 极化散射截面的影响.可见,在研究相邻圆柱复合电磁散射的过程中有必要考虑耦合散射场对 vv 极化散射结果的影响.

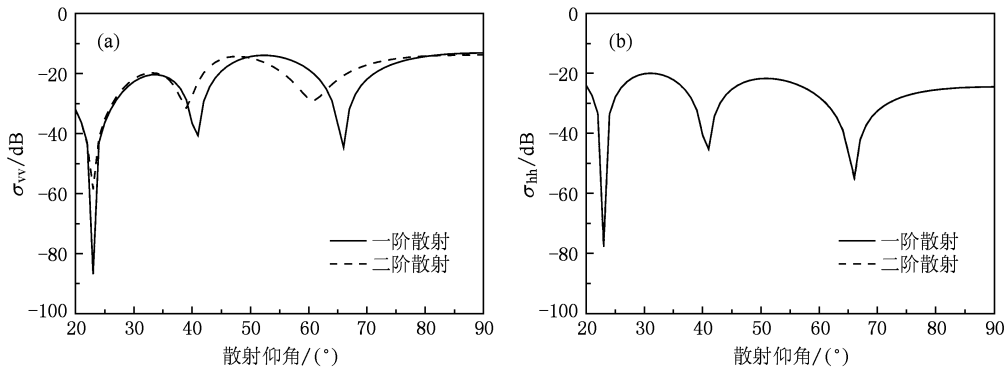


图 7 前向雷达散射截面随入射仰角的变化 (a) vv 极化, (b) hh 极化

5. 结 论

本文基于等效定理和互易性原理求解了两个相邻有限长圆柱的复合电磁散射问题.推导出求解二阶复合散射场的理论公式,并将理论计算结果同矩量法结果进行了比较,可见二阶复合散射场与矩量法结果符合得更好,从而验证了所得公式的正确性.经分析:圆柱之间的二次散射场对复合散射场

的影响随两柱之间距离的增大而减小,而随圆柱长度的增加而增大;vv 极化复合散射场中二次散射场的影响较 hh 极化时更为明显.另外,我们还可看到,随圆柱之间距离的增大,复合散射场的谐振增强.需要指出的是,当圆柱长度小于 5 倍波长时,在本文前向散射近似条件下求得的二次耦合散射场不再准确,比实际情况要小.本文所得结论对进一步深入研究森林树干等的复合电磁散射特征具有一定的理论意义.

- [1] Wu Z S, Guo L X 1998 *Progress In Electromagnetics Research-PIER* **18** 317
- [2] Zimmermann E, Dandliker R, Souli N 1995 *J. Opt. Soc. Am. A* **12** 398
- [3] Chen H C, Cheng D K 1964 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **12** 348
- [4] Wu X, Wei R 1995 *Radio Sci.* **30** 403
- [5] Wu Z S, Guo L X 1997 *Appl. Opt.* **36** 5188
- [6] Gouesbet G, Grehan G, Maheu B 1990 *J. Opt. Soc. Am. A* **7** 998
- [7] Doicu A, Wriedt T 1997 *Appl. Opt.* **36** 2971
- [8] Wang N 1985 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **33** 960
- [9] Han Y P, Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 57 (in Chinese) [韩一平、吴振森 2000 物理学报 **49** 57]
- [10] Wu P, Han Y P, Liu D F 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2676 (in Chinese) [吴鹏、韩一平、刘德芳 2005 物理学报 **54** 2676]
- [11] Sun X M, Shen J, Wei P Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6222 (in Chinese) [孙贤明、申晋、魏佩瑜 2009 物理学报 **58** 6222]
- [12] Guo L X, Wang Y H, Wu Z S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5815 (in Chinese) [郭立新、王运华、吴振森 2006 物理学报 **55** 5815]
- [13] Wang Y H, Guo L X, Wu Q 2006 *Chin. Phys.* **15** 1755
- [14] Wang Y H, Guo L X, Wu Z S 2007 *Radio Sci.* **42** RS4012
- [15] Wang Y H, Guo L X, Wu Z S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 186 (in Chinese) [王运华、郭立新、吴振森 2007 物理学报 **56** 186]
- [16] Wang Y H, Zhang Y M 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 1232
- [17] Sarabandi K, Polatin P P 1994 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **42** 510
- [18] Li S Q, Fang J, Wang W B 1998 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* **36** 1981
- [19] Chiu T C 1998 *Ph. D. Dissertation* (Ann Arbor: the University of Michigan)
- [20] Kong J A 2000 *Electromagnetic Wave Theory* (New York: Wiley & Sons) pp649—709
- [21] Chang Y, Harrington R F 1977 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **25** 789
- [22] Wang M G 1994 *Geometrical Theory of Diffraction* (Xi'an: Xidian University Press) p159 (in Chinese) [汪茂光 1994 几何绕射理论 (西安:西安电子科技大学出版社) 第159页]
- [23] Sarabandi K, Polatin P F, Ulabiy F T 1993 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **42** 465
- [24] Ruck G T 1970 *Radar Cross Section Handbook* (New York: Plenum press) pp273—274

Composite electromagnetic scattering from two adjacent finite length cylinders *

Wang Yun-Hua¹⁾ Zhang Yan-Min^{1)†} Guo Li-Xin²⁾

1) (College of Information Science & Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

2) (School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Received 5 February 2010; revised manuscript received 14 April 2010)

Abstract

Based on the equivalence principle and the reciprocity theorem, the composite electromagnetic scattering from two adjacent finite length cylinders is considered and a solution that accounts for multiple scattering up to second-order is deduced. Numerical results obtained by our formulas are compared with the results obtained by the method of moments. Meanwhile, the dependence of the composite scattered field on the parameters, such as the distance between the cylinders, the length of the cylinders, polarization state and so on, is discussed.

Keywords: equivalence principle, reciprocity theorem, electromagnetic scattering, finite length cylinder

PACS: 11.80.La, 52.25.Tx

* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40906088), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60971067), and Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 200804231021)

† Corresponding author. E-mail: zhangyanmin79@163.com