物 理 学 报 Acta Phys. Sin. Vol. 60, No. 2 (2011) 024203

损耗对表面等离子体激元压缩态的影响*

李 巍† 王永钢 杨伯君

(北京邮电大学理学院,北京 100876)

(2010 年 4 月 3 日收到;2010 年 5 月 5 日收到修改稿)

表面等离子体激元是金属表面电子集体振荡,它以波的形式在金属和介质之间的界面中传播. 近期 Huck 等证明等离子体激元可以处在压缩态,本文利用量子光学的热库理论,研究金波导损耗对表面等离子体激元压缩态的影响,并对 Huck 等的实验结果给与理论解释.

关键词: 表面等离子体激元, 压缩态, 热库理论

PACS: 42.50. Nn, 42.50. Ct, 03.65.-w

1. 引 言

表面等离子体激元(SPP)是一种电磁激发,它以波形式在金属与介质(真空)间的交面中传输[1]. SPP 是表面电磁波,它的电磁场被限制在金属与介质交面附近,限制导致电磁场的表面增强,导致 SPP 对界面条件特别灵敏. 这一灵敏性已被广泛用于研究表面的被吸附物、表面粗糙度及有关现象[2,3]. 利用这一灵敏性,还研制出 SPP 化学和生物传感器[4,5]. 界面表面电磁场增强也可用于增强 Raman 散射、二次谐波产生和荧光等[6—10].

SPP 是金属表面电子的集体振荡,它是大量电子的集体运动,一般现象都是用经典的 Maxwell 电磁场方程和经典统计理论来解决[1,11,12],考虑金属与介质交面的具体边界条件来导出各种关系.

近些年来,实验发现等离子体激元也存在丰富的量子效应. 2002 年 Altwischer 等[13]在 Nature 上发表一篇文章,介绍其实验室证实的 SPP 协助纠缠光子对传输的实验结果. 量子态的纠缠是量子系统不同于经典系统最突出的表现之一,它是实现量子计算与量子通信的关键. 2004 年 Moreno 等[14]对 Altwischer 等[13]的实验进行理论解释. 他们认为是双光子纠缠,转变成光子与激元纠缠再转变为双光子纠缠结果. 表明纠缠能在不同量子态之间转移,这对量子信息处理是很有应用价值.

表现 SPP 量子特性的另一个突出实验,是近期 Huck 等[15]报道的,在金波导中观察到正交压缩 SPP 的有效产生、传播和重新辐射现象. 我们知道压缩态是一种典型的量子态,它不存在经典对应,在这态上其噪声低于真空极限[13,16],它是量子通信和量子信息处理中一种十分有用的量子态,因此引起人们的关注. 本文将用量子光学的热库理论来研究 SPP 压缩态在金波导中的传输,以及由损耗存在对压缩性的影响,并对 Huck 等[15]的实验结果给予理论上的解释.

2. SPP 压缩态的描述

对于 SPP 压缩态目前还没见到其量子力学的描述. 对 SPP 的量子状态,Ballesler 等[17,18]提出利用电磁场正则量子化方法对其进行量子化,他们首先引出描述 SPP 的矢势,然后将矢势变成算符完成对 SPP 的量子化,量子化以后的 SPP 的生成元算符具有玻色子特性,基本性质与光子算符一样. 因此我们认为可以利用光学压缩态的描述方法来描述 SPP 压缩态. 我们可以定义一个压缩态算符将其作用在相干态或真空态上而得到相应的压缩态[16,19,20].

为简单起见,我们考虑单模压缩态,其压缩算符为[16, 20]

$$\hat{S}(\varepsilon) = \exp\Big(\frac{1}{2}\varepsilon^{*}\hat{a}^{2} - \frac{1}{2}\varepsilon\hat{a}^{+2}\Big), \qquad (1)$$

---

* 国家自然科学基金(批准号:10704010)和国家重点基础研究发展计划(批准号:2010CB923202)资助的课题.

† E-mail: bupt_liwei@ yahoo. cn

其中 $\varepsilon = s\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$，$s$ 为压缩参数，θ 为压缩角，$\hat{a}$ 和 $\hat{a}^{+}$ 为量子化 SPP 的湮灭和产生算符，它满足玻色算符的对易关系. 压缩算符为幺正算符满足 $\hat{S}^{+}(\varepsilon) = \hat{S}^{-1}(\varepsilon) = \hat{S}(-\varepsilon)$，它有以下变化性质：

$$\hat{S}^{+}\hat{a}\hat{S} = \hat{a}\mathrm{ch}S - \hat{a}^{+}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\mathrm{sh}S,$$

$$\hat{S}^{+}\hat{a}^{+}\hat{S} = \hat{a}^{+}\mathrm{ch}S - \hat{a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\mathrm{sh}S, \tag{2}$$

取真空态为 $|0\rangle$，有 $\hat{a}|0\rangle = 0$，压缩真空态为

$$|0S\rangle = \hat{S}(\varepsilon)|0\rangle, \tag{3}$$

则有

$$\begin{aligned}&\hat{S}(\varepsilon)\hat{a}\hat{S}(\varepsilon)^{-1}|0S\rangle\\ &=\hat{S}(\varepsilon)\hat{a}\hat{S}(\varepsilon)^{-1}S(\varepsilon)|0\rangle\\ &=0.\end{aligned} \tag{4}$$

引入正交相算符 $\hat{X}_1$ 和 $\hat{X}_2$，它们与产生和湮灭算符的关系为

$$\hat{a} = \hat{X}_1 + i\hat{X}_2, \hat{a}^{+} = \hat{X}_1 - i\hat{X}_2. \tag{5}$$

下面给出 SPP 压缩真空态 $|0S\rangle$ 在 X_1 表象中明显的形式：即给出 $\langle X_1|0S\rangle$，在这个表象中算符

$$\begin{aligned}&\hat{X}_1 \to X_1,\\ &\hat{X}_2 \to -\frac{\mathrm{i}}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X_1},\\ &\hat{a} \to X_1 + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X_1},\\ &\hat{a}^{+} \to X_1 - \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X_1},\end{aligned} \tag{6}$$

则方程(4)变为

$$\begin{aligned}&\Big[(\mathrm{ch}S - \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\mathrm{sh}S)X_1\\ &+ \frac{1}{2}(\mathrm{ch}S + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\mathrm{sh}S)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X_1}\Big]\langle X_1|0S\rangle\\ &=0.\end{aligned}$$

当取 $\theta = \pi$，相应在 X_1 方向压缩，以上方程可以解出

$$\langle X_1|0S\rangle = A\exp\Big[-\Big(\frac{X_1}{e^{-S}}\Big)^2\Big], \tag{7}$$

函数归一化后给出

$$\langle X_1|0S\rangle = \Big(\frac{2}{\pi\mathrm{e}^{-2S}}\Big)^{\frac{1}{4}}\exp\Big[-\Big(\frac{X_1}{\mathrm{e}^{-S}}\Big)^2\Big], \tag{8}$$

$$|\langle X_1|0S\rangle|^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi v}}\mathrm{e}^{-\frac{X_1^2}{v}},$$

其中 $v = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2S}$.

在 X_1 方向上从 $-\delta$ 到 δ 之间的概率为

$$P_\delta = \frac{2}{\sqrt{\pi v}}\int_0^\delta \mathrm{e}^{-\frac{X_1^2}{v}}\mathrm{d}X_1 = \mathrm{erf}\Big(\frac{\delta}{\sqrt{v}}\Big),$$

误差函数

$$\mathrm{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^y \mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

如果希望 X_1 在 $-\delta$ 到 δ 之外概率小于 10^{-3}，则从误差函数计算得出 $1 - \mathrm{erf}(2.33) = 0.001$，以致要求 $\delta = 2.33\sqrt{v}$.

若取 $\delta = \frac{1}{8}$ 则算出 $v = 0.0029$，相应压缩参数 $S = 2.6$. 而在 X_2 方向状态宽度为 $\mathrm{e}^S/2 \approx 6.7$，其宽度为 X_1 方向 30 倍，表明是 X_1 方向上的压缩态.

3. 损耗对 SPP 压缩态的影响

在 Huck 等[15]的实验中，虽然发现压缩真空态通过 SPP 后压缩性质仍然保持，但是压缩系数明显减少. 我们认为这主要是 SPP 压缩态在金波导传输时波导的损耗所造成的.

当由光学参量放大器产生的压缩光传到金波导时，要激发 SPP 形成压缩态有一个概率，这概率的计算虽然是一个十分困难的问题，但是我们可以认为在压缩光转化为 SPP 压缩态时它应满足能量、动量和角动量守恒. 因此可以认为其压缩系数在这转变过程中不变. 同样地，当从 SPP 压缩态再转变为光学压缩态时，其压缩系数也不变，而压缩系数减小主要来源于金波导中损耗对 SPP 压缩态的影响. 下面我们利用量子光学中的热库理论来处理[18, 20].

等离子体激元在金波导中传输其损耗主要在两方面：一是由波导的不均匀造成的散射与吸收；二是介质表面的辐射. 不管哪种原因都可以归结为热库的作用. 由于在计算中对热库变数求迹，因此与热库系统取什么模型无关. 利用量子光学书中已有结果[13]. 当热库取平衡态，且简单取 $T = 0$ K 时，损耗可用以下方程来描述：

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = \frac{r}{2}[2\hat{a}\rho\hat{a}^{+} - \hat{a}^{+}\hat{a}\rho - \rho\hat{a}^{+}a], \tag{9}$$

其中 ρ 为描述压缩态的密度算符，r 为损失率. 为了求出金波导末端的密度算符必须解方程(9). 为此我们可以将密度算符用相干态展开，给出准分布函数的微分方程. 下面采用 Wigner 表示方法，引入特征函数

$$X(\eta) = T_{\mathrm{r}}[D(\eta)\rho],$$

其中 $D(\eta)=\exp(\eta\hat{a}^{+}-\eta^{*}\hat{a})$ 为位移算符. 利用以下关系:

$$T_{\mathrm{r}}\left[D(\eta)\frac{\delta\rho}{\delta t}\right]=\frac{\delta X(\eta)}{\delta t},$$

$$T_{\mathrm{r}}[D(\eta)\hat{a}^{+}\rho]=\frac{\delta X(\eta)}{\delta\eta}-\frac{1}{2}\eta^{*}X,$$

$$T_{\mathrm{r}}[D(\eta)\rho\hat{a}^{+}]=\frac{\delta X(\eta)}{\delta\eta}+\frac{1}{2}\eta^{*}X,$$

可以转变主方程(9)为以下偏微分方程:

$$\frac{\delta X}{\delta t}=\frac{r}{2}\left[1-(\eta)^{2}-\eta^{*}\frac{\delta}{\delta\eta^{*}}-\eta\frac{\delta}{\delta\eta}\right]X,\quad(10)$$

不难求出方程解为

$$X(\eta t)=\exp\left[-(1-\mathrm{e}^{-rt})\frac{|\eta|^{2}}{2}\right]\mathrm{e}^{-\frac{r}{2}t}X(\eta 0),$$

若取 $\eta=q+\mathrm{i}p$, 有

$$X(\eta)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}qp}T_{\mathrm{r}}(\mathrm{e}^{2\mathrm{i}pX_1}\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}qX_2}\rho)$$

$$=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}qp}\int\mathrm{d}X_1\mathrm{e}^{2\mathrm{i}pX_1}\langle X_1|\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}qX_2}\rho|X_1\rangle.$$

若取 $q=0$, 则 $\langle X_1|\rho|X_1\rangle$ 恰为 $X(\rho)$ 的 Fourier 变换

$$X(\eta)=\int\mathrm{d}X_1\mathrm{e}^{2\mathrm{i}pX_1}\langle X_1|\rho|X_1\rangle,$$

对初态

$$\langle X_1|\rho|X_1\rangle=|\langle X_1|0S\rangle|^{2}=\frac{1}{\sqrt{\pi v}}\mathrm{e}^{-\frac{X_1^2}{v}},$$

$$v=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2X}$$

得初态

$$X(\rho)=\int\mathrm{d}X_1\mathrm{e}^{2\mathrm{i}pX_1}\frac{1}{\sqrt{\pi v}}\mathrm{e}^{-\frac{X_1^2}{v}}=\mathrm{e}^{-vp^{2}},$$

则

$$X(\rho t)=\exp\left[-(1-\mathrm{e}^{-rt})\frac{|p|^{2}}{2}\right]\mathrm{e}^{-rt}\mathrm{e}^{-vp^{2}}.$$

可以求出

$$\langle X_1|\rho(t)|X_1\rangle=\frac{1}{\sqrt{\pi v(t)}}\mathrm{e}^{-\frac{X_1}{v(t)}},$$

其中

$$v(t)=\frac{1}{2}[(1-\mathrm{e}^{-rt})+\mathrm{e}^{-rt}\mathrm{e}^{-2S}]$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2S'},\quad(11)$$

这里 S 为初始压缩系数,而 S' 为末态的压缩系数,因此利用(11)式在测出始末态压缩系数基础上可以推出金波导对等离体激元压缩态的损耗系数 r. 利用 Huck 等[15]的实验数据算出 $r=0.13\ \mathrm{mm}^{-1}$, 这是一个不小的数值.

4. 结　论

本文建议用对光场压缩态的描述方法处理 SPP 压缩态,并利用量子光学中的热库理论处理金波导损耗对等离子体激元压缩态的影响. 针对 Huck 等[15]的实验结果算出了他们使用金波导的损耗系数,对 Huck 等[15]的实验结果给予合理的理论解释.

从我们的计算结果看,金波导损耗对等离子体激元压缩态的影响是很大的. 因此如果希望利用 SPP 作为量子转换器来进行信息处理,波导损耗的影响应值得特别关注.

[1] Zayats A V, Smolyaninov I I, Maraduelin A A 2005 *Physics Reports* **408** 131; Maier S A 2007 *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, (New York: Springer)

[2] Davis T J, Gomoz D E, Vemon K C 2010 *Phys. Rev.* B **81** 045432

[3] Chang D E, Sarensen A. S, Hemmer P R, Lukin M D 2007 *Phys. Rev.* B**76** 035420

[4] Pang H S, Lee T W, Moharam M G, Likamwa P L, Cho H J 2008 *Electron. Lett.* **44** 971

[5] Poper D K, Ahn W, Taylor B, Dall'Asen A G 2010 *IEEE Sens. J.* **10** 531

[6] Zhao C H, Zhang B P, Shang P P 2009 *Chin. Phys.* B **18** 5539

[7] Borys N J, Walter M J, Lupton J M 2009 *Phys. Rev.* B **80** 161407

[8] Mendonca J T, Thide B, Then H 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 185005

[9] Shegai T, Huang Y Z, Xu H X, Kall M 2010 *App. Phys. Lett.* **96** 103114

[10] Fang Y, Wei H, Hao F, Nordlander P, Xu H X 2009 *Nano Lett.* **9** 2049

[11] Liu B C, Lu Z X, Yu L 2010 *Acta Phys. Sin* **59** 1180 (in Chinese) [刘炳灿、逯志欣、于　丽 2010 物理学报 **59** 1180]

[12] Ma J Y, Xu C, Liu S J, Zhang D W, Jin Y X, Fan Z X, Shao J D 2009 *Chin. Phys.* B **18** 1029

[13] Altwischer E, vanExter M P, Woerdman J P 2002 *Nature* **418** 304

[14] Moreno E, Garcia-Vidal F J, Erni D, Cirac J I, Movano L M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 236801,

[15] Huck A, Smolka S, Lodahl P, Sorensen A S, Boltasseva A, Janousek J, Andersen U L 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 246802

[16] Yang B J 1996 *Foundation of Quantum Optics* (Beijing: Bupt Press) chap5 (in Chinese) [杨伯君 1996 量子光学基础(北京:北京邮电大学出版社)第五章]

[17] Ballesler D, Jame M S, Lee C, Lee J, Kim M S 2009 *Phys. Rev.* A **79** 053845

[18] Ballester D, Jame M S, Kim M S, 2010 arXiv: 1002.1051v1 [quant_ph]

[19] Chen X, Xia Y J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 0080 (in Chinese) [陈星、夏云杰 2010 物理学报 **59** 0080]

[20] Braunstein S L, Loock P V 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 513

Effect of losses for squeezed surface plasmons*

Li Wei† Wang Yong-Gang Yang Bo-Jun

(*School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing* 100876, *China*)

(Received 3 April 2010; revised manuscript received 5 May 2010)

Abstract

The surface plasmon polaritons (SPPs) are electromagnetic excitation of electrons in metal surfaces, which propagates in wavelike fashion along the interface between a metal and a dielectric median. Recently Huck et al. reports on the efficient generation, propagation and reemission of squeezed surface plasmons. In this paper, the influence of waveguide loss was discussed for squeezed surface plasmons by means of the heat reservoir theory in quantum optics. Huck's experimental result is explained theoretically.

Keywords: surface plasmon polariton, squeezed state, heat reservoir theory

PACS: 42.50.Nn, 42.50.Ct, 03.65.-w

* Project support by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10704010) and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2010CB923202).

† E-mail: bupt_liwei@yahoo.cn