

运用动态 Lorentz 库实现对激发态原子动力学特性的调控^{*}

黄仙山¹⁾ 刘海莲¹⁾²⁾ 羊亚平³⁾ 石云龙^{2)†}

1) (安徽工业大学数理学院, 马鞍山 243000)

2) (山西大同大学固体物理研究所, 大同 037009)

3) (同济大学物理系, 上海 200092)

(2010 年 3 月 14 日收到; 2010 年 5 月 4 日收到修改稿)

从理论上讨论了运用动态的 Lorentz 库环境实现对处于激发态的两能级原子演化过程的调控. 研究发现, Lorentz 库环境的变化导致腔内电磁模式与腔外电磁模式之间相互作用, 从而产生电磁模式密度重新分配; 当库环境的变化频率和原子与环境之间交换能量的过程保持一致时可以实现相对稳定的相干性演化, 衰减效应得到明显的抑制.

关键词: 动态库, 激发态原子, 量子调控

PACS: 42.50.Pq, 32.80.Qk

1. 引言

量子世界带给我们最迷人的特性就是微观世界的量子相干性, 这种量子世界最本质的特性使得我们看到了巨大的应用前景. 利用操纵线性叠加态进行并行计算的量子计算机就是其中最具诱惑力的代表. 这些应用的前提就是获得可以操纵或保持量子态的相干性. 然而, 现实中的量子系统并非孤立的, 必然要和环境发生相互作用, 由于受到环境中巨大数量自由度的影响, 量子系统与环境之间相互作用的结果是: 量子系统原本的相干性将会受到破坏, 出现不可逆的量子退相干现象, 同时量子系统能量发生耗散(系统与环境之间进行了能量交换).

处于激发态的原子与真空环境中巨大的电磁模式之间的相互耦合, 就是导致原子自发辐射现象的产生, 原子系统相干性被破坏的原因. 量子退相干出现的本质就是量子系统与环境之间发生了不可逆的耦合, 使得量子系统由相干的叠加态变为退

相干的混合态. 量子系统本身的“脆弱性”和与环境之间耦合的必然性, 导致了在运用量子领域控制量子系统的相干性成了一个重要的研究方向.

由于微观量子系统存在波动性、随机性等特殊性质, 经典的、成熟的控制理论和方法不能直接运用于量子系统. 虽然历经二十多年的努力并取得一定进展, 但尚缺乏统一方案和做法, 量子控制理论^[1-4]还处于一个迅速发展的过程. 目前文献中提出的关于量子控制的方法和理论很多, 例如, 被广泛应用于控制粒子运动, 改变化学反应的量子系统开环控制^[5]、基于连续测量的量子反馈控制^[2], 以及如何提高系统控制性能的 Robust 控制等等均在不同领域引起了人们极大的兴趣和关注. 然而, 量子系统与周围环境之间的相互耦合是量子态进行演化的动力, 也是使得量子系统由线性相干的叠加态逐渐演变为相干性消失的混和态的原因所在. 我们设想通过实时操纵与量子系统耦合的库环境, 一定会对量子态的演化产生影响.

在量子信息学领域, 腔量子电动力学方案一直是人们所关注的重点之一.^[6-11] 近年来, 随着光学

^{*} 安徽高校省级自然科学研究重点项目(批准号: KJ2010A335)、安徽工业大学青年科研基金(批准号: QZ200824)和国家自然科学基金(批准号: 41075027, 10904032)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: shi_yunlong@yahoo.com.cn

微腔制备技术的提高,为原子微腔方案创造了实验的基础^[12,13]. 本文将理论研究通过改变一个微腔所产生的 Lorentz 库环境的半宽度 γ 和中心共振频率 ω_c 实现对一个初态处于激发态的两能级原子系统演化的调控. 研究发现,库环境的变化必然导致腔内模式与腔外模式之间相互作用,从而产生电磁模式密度重新分配;当库环境的变化频率和原子系统与环境之间交换能量的过程保持一致时,可以实现相对稳定的布居振荡,否则系统演化的周期将被破坏而逐渐失去相干性.

2. 基本理论

考虑一个处于腔中的初态为激发的两能级原子,在偶极近似和旋波近似下,系统的哈密顿量可以写成以下形式:

$$H = \hbar\omega_1 |1\rangle\langle 1| + \sum_k \hbar\omega_k a_k^\dagger a_k + i\hbar \sum_k g_k (a_k^\dagger |0\rangle\langle 1| - a_k |1\rangle\langle 0|), \quad (1)$$

式中 ω_1 为原子共振跃迁频率, k 表示电磁模的动量和极化; $a_k^\dagger (a_k)$ 表示辐射场中第 k 个模式的产生算符(湮灭算符); $g_k = \frac{\omega_1 d_1}{\hbar} \left[\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 \omega_k V_0} \right]^{1/2} \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{u}_{d_1}$, $d_1(\mathbf{u}_{d_1})$ 为激发态能级 $|1\rangle$ 到基态 $|0\rangle$ 之间的跃迁偶极矩 $\mathbf{d}_1$ 的大小(方向单位矢量), V_0 是量子化体积, $\mathbf{e}_k$ 表示真空模 k 两个偏振方向的单位矢量, ω_k 表示辐射光子的频率, ε_0 为真空介电常数.

任意时刻 t 系统状态矢量可以写成

$$|\Psi(t)\rangle = A(t)e^{-i\omega_1 t} |1, \{0\}\rangle + \sum_k B_k(t)e^{-i\omega_k t} |0, \{1_k\}\rangle, \quad (2)$$

式中 $|1, \{0\}\rangle$ 和 $|0, \{1_k\}\rangle$ 分别表示原子位于激发态 $|1\rangle$ 没有光子和基态 $|0\rangle$ 上有一个模式为 k 的光子产生. 由系统的初始条件知道 $|A(0)|^2 = 1, B_k(0) = 0$. 为了便于问题的处理,对(1),(2)式运用 $\sum_k \rightarrow \int \rho(\omega, t) d\omega$, 其中 $\rho(\omega, t)$ 为光子态密度,在我们的模型中是一个随着时间变化的量, ω 为光子频率. 则系统的哈密顿量和态函数可以写成

$$H = \hbar\omega_1 |1\rangle\langle 1| + \int \hbar\omega a_\omega^\dagger a_\omega \rho(\omega, t) d\omega + i\hbar \int g_\omega (a_\omega^\dagger |0\rangle\langle 1| - a_\omega |1\rangle\langle 0|)$$

$$\times \rho(\omega, t) d\omega, \quad (3)$$

$$|\Psi(t)\rangle = A(t)e^{-i\omega_1 t} |1, \{0\}\rangle + \int B_\omega(t)e^{-i\omega t} \rho(\omega, t) d\omega |0, \{1_\omega\}\rangle. \quad (4)$$

由 Schrödinger 方程可以得到系统演化的动力学方程为

$$A'(t) = - \int g_\omega B_\omega(t) e^{-i(\omega - \omega_1)t} \rho(\omega, t) d\omega, \quad (5)$$

$$B'_\omega(t) = g_\omega A(t) e^{-i(\omega_1 - \omega)t} - B_\omega(t) \rho'(\omega, t) / \rho(\omega, t). \quad (6)$$

对一般的腔而言,其光子的态密度为 Lorentz 型的分布,称为 Lorentz 型光子库

$$\rho(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_c)^2 + \gamma^2}, \quad (7)$$

其中 ω_c 为腔的共振频率; γ 为 Lorentz 型光子库的半宽度,表征了能量由腔内向外泄漏的快慢. 原子系统与腔环境之间的相互作用,不仅体现在腔中每个电磁模式(量子化的一个个谐振子)与原子系统之间的相互作用,同时,腔中的电磁模式与外界环境之间也不是孤立的,它们之间也存在耦合,逐渐将腔中的能量传播出去. 原子与腔环境系统的特性取决于 g_ω 与 γ 之间的关系(为了方便考虑,本文中均取 $g_\omega = 1$). 可以设想,在实验中通过实时改变微腔的腔长和反射面的透射率,分别实现 Lorentz 型光子库的谐振频率 $\omega_c(t)$ 和半宽度 $\gamma(t)$ 的变化,从而产生动态的库环境. 下面我们将讨论激发态原子动力学特性受动态 Lorentz 环境的影响.

3. 运用动态 Lorentz 库实现对激发态原子动力学特性的调控

激发态原子在动态 Lorentz 库环境中的演化,首先考虑库中心谐振频率 ω_c 受到单次矩形脉冲调制的情形. 由(7)式原子所处的动态库环境可以写成

$$\rho(\omega, t) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{[\omega - \omega_c(t)]^2 + \gamma^2}. \quad (8)$$

图 1 给出了库的中心谐振频率 $\omega_c(t)$ 受到同一时刻起点、不同时间段的单次矩形脉冲调制的结果. 在调制的时间段内,原子的共振跃迁频率与库的中心谐振频率是失谐的;开始没有调制时间内,以及调制以后时间内原子与库的中心频率之间是共振的.

图 1 中实线给出的是没有调制的、原子与库的

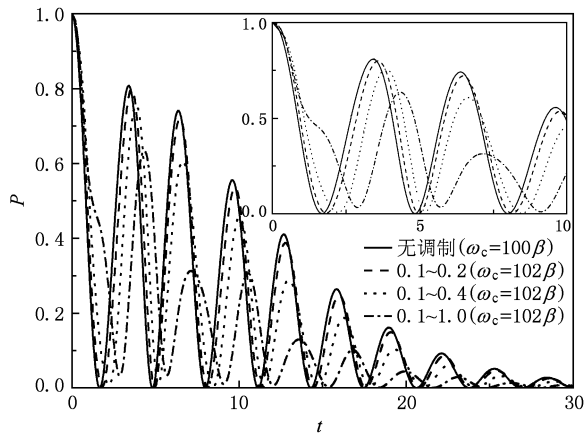


图1 单次矩形脉冲调制 Lorentz 库中心频率 ω_c 对上能级布居数演化的影响 内插图为局部放大. $\gamma = 0.2$, 原子共振跃迁频率 $\omega_1 = 100\beta$; 库的中心谐振频率 $\omega_c = 100\beta$, 调制时间段变为 $\omega_c = 102\beta$; t 为相对时间, 以 β 为单位; P 为原子处于上能级布居数, β 为无单位相对量, 下同.

中心频率之间始终共振的演化. 可以看出, 单次失谐脉冲调制对于系统原来相干性演化存在一定的破坏性, 原子系统在与库之间相互作用开始演化, 当调制脉冲出现, 打断了原子与原来库环境之间建立的相互作用, 同时与脉冲提供的新的库环境相互作用继续演化. 随着调制脉冲的时间增加, 调制脉冲变化带给系统相干性演化的破坏性作用也在逐渐增加.

我们考察了 Lorentz 库的半宽度受到单次矩形脉冲调制的情形. 由(7)式, 动态库环境的形式可以写成

$$\rho(\omega, t) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma(t)}{[\omega - \omega_c]^2 + \gamma^2(t)}, \quad (9)$$

其中库的半宽度 $\gamma(t)$ 受到同一时刻起点、不同时间段单次矩形脉冲调制. 在没有调制时间, $\gamma = 0.2$, 腔的品质因子较大, 原子与库之间处于强相互作用, 腔与两能级原子之间的耦合主要体现在原子共振频率附近的模式与原子之间的相互作用, 系统演化的过程相干性表现比较突出, 同时能量通过腔向外泄漏的速度会很慢, 原子系统的演化出现具有衰减特征的可回复的性质; 在调制时间段 $\gamma = 2$, 品质因子下降, γ 的变宽, 谐振频率附近模式态密度下降, 原子与库之间是弱相互作用特性, 原子与腔之间的作用体现为原子与包括共振模式之外的越来越多的模式之间耦合, 能量也

会很快泄漏到腔外, 将会导致原子系统相干性失去的速度变快. 从图2可以看出, 随着调制脉冲时间的增加, 调制时间内原子与库之间的弱相互作用越长, 能量泄漏到腔外加快, 导致系统相干性被破坏速度的加剧.

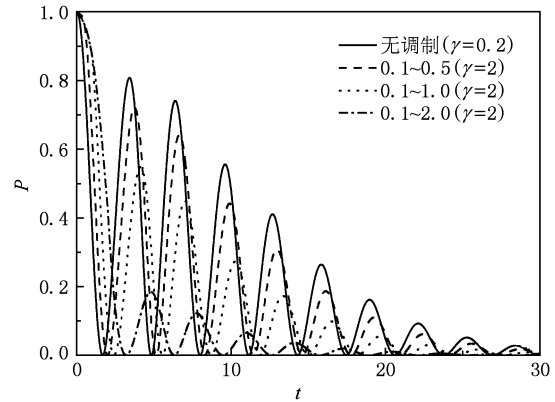


图2 单次矩形脉冲调制 Lorentz 库半宽度 γ 对上能级布居数演化的影响 原子共振跃迁频率 $\omega_1 = 100\beta$; 库的中心谐振频率 $\omega_c = 100\beta$, 无调制时间 $\gamma = 0.2$, 调制时间段 $\gamma = 2$

图3考虑了周期性矩形脉冲调制 Lorentz 库中心谐振频率 ω_c 对于激发态原子演化的影响. 处于腔中的原子在与环境相互作用的过程中发射和吸收光子, 形成了布居数在激发能级与基态之间的准周期性的振荡行为. 周期性的脉冲调制, 通过周期性改变与系统耦合作用的环境. 环境的改变导致了原子与共振跃迁频率附近电磁模式的作用强度, 从而使得系统原来的振荡周期发生改变, 并且在脉冲的周期性调制下逐步形成系统吸收和发射新的周期. 调整调制周期, 使得每次脉冲调制的开始与系统开始吸收光子发生回复的过程保持同步, 将会导致明显的衰减抑制, 系统将进入一个相对稳定的相干演化过程. 周期性的调制正如给原子系统施加一个周期性的外力, 当外力的作用频率与系统演化的频率保持相对一致的情况下, 就会形成稳定的类似“共振”的行为. 当然, 无论怎样的周期, 由于失谐所带来的衰减抑制效应在演化的过程中还是有明显的体现, 如图3(a)所示. 图3(b)中给出了同周期完全相反脉冲调制的结果, 由于调制时间和非调制时间, 原子感受到的环境不同, 出现振荡幅度交替变化的现象.

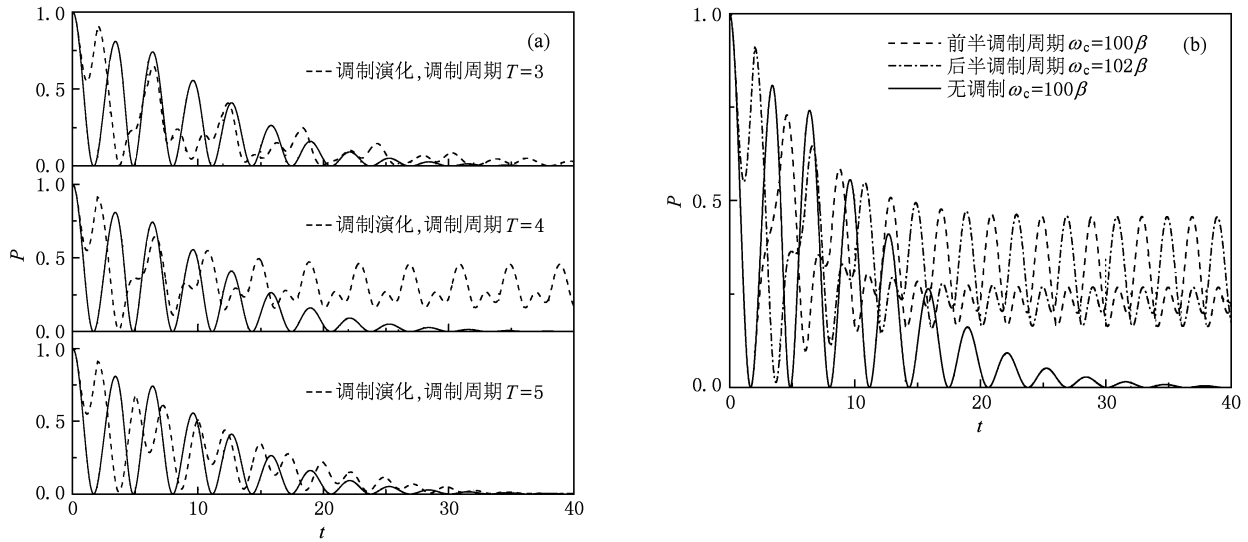


图 3 矩形连续脉冲调制 Lorentz 库中心频率对上能级布居数演化的影响 $\gamma = 0.2$, 原子共振跃迁频率 $\omega_1 = 100\beta$; 图中虚线为调制脉冲的示意图, 实线为没有受到调制的演化. (a) 同调制宽度, 不同周期的脉冲调制, 脉冲作用时间库中心频率 $\omega_c = 102\beta$, 非脉冲时间库中心频率 $\omega_c = 100\beta$; (b) 同调制宽度、同周期完全相反两个连续脉冲对相对稳定布居数演化的调控, 即库中心频率 $\omega_c = 102\beta, \omega_c = 100\beta$ 变化顺序相反

4. 结 论

本文从理论上讨论了通过操纵一个动态的 Lorentz 库环境实现对于一个初态处于激发态的两能级原子系统演化的量子调控. 研究发现, 单次矩形脉冲调制 Lorentz 库中心频率 ω_c 或半宽度 γ 的结果在一定程度上都对系统原来相干性演化存在着破坏性. 原子与库之间相互作用开始演化, 调制脉冲的出现, 打断了原子与原来库环境之间建立的相互作用, 同时与脉冲调制时间所提供的新的库环境相互作用继续演化. 随着调制时间的增加, 库环境的

变化带给系统相干性演化的破坏性作用在逐渐增加. 然而, 针对 Lorentz 库的中心频率 ω_c 实施连续矩形脉冲调制, 调整调制周期, 当库环境的连续改变和原子系统与环境交换能量的过程保持一致时就可以达到相对稳定的布居振荡, 否则系统演化的周期将被破坏而逐渐失去相干性. 原子所处的库环境的变化必然导致腔内模式与腔外模式之间相互作用, 从而产生电磁模式密度重新分配; 通过调控量子系统周围的库环境, 实现对量子系统相干性演化的操纵会为量子器件的研制以及量子信息广泛的应用提供重要的理论参考.

- | | |
|---|--|
| <p>[1] Huang G M, Tarn T J, Clark J W 1983 <i>J. Math. Phys.</i> 24 2608</p> <p>[2] Doherty A C, Habib S, Jacobs K, Mabuchi H, Tan S M 2000 <i>Phys. Rev. A</i> 62 012105</p> <p>[3] Alessandro D 2007 <i>Introduction to Quantum Control and Dynamics</i> (New York: CRC Press) pp157—208</p> <p>[4] Wiseman H M, Milburn G J 2010 <i>Quantum Measurement and Control</i> (London: Cambridge University Press) pp216—269</p> <p>[5] Warren W S, Rabitz H, Dahleh M 1993 <i>Science</i> 259 1581</p> <p>[6] Aoki T, Dayan G, Wilcut E, Katz S D, Szabo K K 2006 <i>Nature</i> 433 671</p> <p>[7] Birnbaum K M, Boca A, Miller R, Boozer A D, Northup T E,</p> | <p>Kimble H J 2005 <i>Nature</i> 436 87</p> <p>[8] Wilk T, Webster S C, Kuhn A, Rempe G 2007 <i>Science</i> 317 488</p> <p>[9] Lin L H 2009 <i>Chin. Phys. B</i> 18 588</p> <p>[10] Lu J H, Meng Z M, Liu Hai Y, Feng Tian H, Dai Q F, Wu L J, Guo Q, Hu W, Lan S 2009 <i>Chin. Phys. B</i> 18 4333</p> <p>[11] Wu C W, Han Y, Deng Z J, Liang L M, Li C Z 2010 <i>Chin. Phys. B</i> 19 010313</p> <p>[12] Vahala K J 2003 <i>Nature</i> 424 839</p> <p>[13] Spillane S M, Kippenberg T J, Vahala K J, Goh K W, Wilcut E, Kimble H J 2005 <i>Phys. Rev. A</i> 71 013817</p> |
|---|--|

Control of the evolution of an excited atom by using the dynamic Lorentzian reservoir *

Huang Xian-Shan¹⁾ Liu Hai-Lian¹⁾²⁾ Yang Ya-Ping³⁾ Shi Yun-Long^{2)†}

1) (School of Mathematics and Physics, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243000, China)

2) (Institute of Solid State Physics, Shanxi Datong University, Datong 037009, China)

3) (Physics Department, Tongji University, Shanghai 200092, China)

(Received 14 March 2010; revised manuscript received 4 May 2010)

Abstract

We theoretically study the use of a dynamic Lorentzian reservoir environment to realize control of the evolution of an excited two-level atom. It is found that the change of Lorentzian reservoir leads to the interaction between the electromagnetic modes in the cavity and those outside, resulting in the redistribution of the electromagnetic modes density. When the frequency of reservoir change is consistent with the process of exchange of energy between the atom and environment, a relatively stable coherent evolution can be obtained, and the decay is obviously inhibited.

Keywords: dynamic reservoir, excited atom, quantum control

PACS: 42.50.Pq, 32.80.Qk

* Project supported by the Key Program of the Natural Science Foundation of the Higher Education Institutions of Anhui Province, China (Grant No. KJ2010A335), the Scientific Research Fund for Young Scholars of Anhui University of technology, China (Grant No. QZ200824) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41075027, 10904032).

† Corresponding author. E-mail: shi_yunlong@yahoo.com.cn