

# Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用对量子 XY 链中热纠缠的影响\*

刘圣鑫 李莎莎 孔祥木<sup>†</sup>

(曲阜师范大学物理工程学院, 曲阜 273165)

(2010年6月4日收到; 2010年6月25日收到修改稿)

研究了 Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用对混合自旋(1/2, 3/2) XY 链以及自旋为 1 的 XY 链热纠缠的影响. 通过计算两粒子之间的纠缠, 发现它不仅能够增强纠缠, 而且能使两粒子之间的纠缠度达到一稳定值; 当温度较高时, 要使热纠缠达到稳定值需要更强的这种相互作用. 在相同的条件下, 自旋  $s = 1$  的两粒子之间的纠缠要小于混合自旋两粒子之间的纠缠. 粒子之间的交换耦合相互作用有助于加强粒子之间的热纠缠, 因此可以与 DM 相互作用一起调节纠缠度. 当交换耦合相互作用比较小时, 可以通过加强这种相互作用来提高系统的纠缠度; 当 DM 相互作用比较小时, 可以通过加大交换耦合相互作用来提高纠缠度.

**关键词:** 量子纠缠, XY 模型, negativity, Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用

**PACS:** 03.65.-w, 75.10.-Jm

## 1. 引言

量子纠缠是指两个或多个量子系统之间的所谓非局域关联. 非局域关联是指这种关联不受距离的限制, 无论粒子相距多远这种关联都存在. 量子纠缠已被广泛地应用于量子信息处理中, 如利用纠缠可以实现量子隐形传态<sup>[1]</sup>、密码编辑<sup>[2]</sup>、密钥共享<sup>[3]</sup>、量子密码术<sup>[4]</sup>等. 由于自旋模型丰富的纠缠特性, 人们已经研究了多种自旋模型, 为用量子自旋系统研究纠缠提供了非常优越的理论框架, 其中 Heisenberg 自旋链已被用于基于量子点的计算研究中<sup>[5]</sup>. 1998 年, Nielsen 对 Heisenberg 模型的形成纠缠(entanglement of formation)进行了深入探讨<sup>[6]</sup>, 之后人们对 Heisenberg 模型的纠缠性质进行了广泛研究, 如各向同性 XX<sup>[7]</sup>, XXX 模型<sup>[8, 9]</sup>, 各向异性 XY 模型、以及各向异性 XYZ 模型等. 然而这些都是对自旋 1/2 模型的研究<sup>[10]</sup>, 对大自旋之间的纠缠特性研究较少. 最近, Vidal 和 Schliemann 等人提出了 negativity 的概念, 可用于研究大自旋系统的纠缠<sup>[11, 12]</sup>. 文献<sup>[13]</sup>研究了自旋为 1 的 XY 链的纠缠特性, 发现磁场能明显地降低纠缠, 但磁场并不改

变临界温度(纠缠变为零时的温度), 纠缠会随交换耦合相互作用的增加而增加. 对非均匀磁场中混合自旋 XXZ 模型的热纠缠的研究, 发现磁场的非均匀度在提高纠缠的临界温度和扩大纠缠存在的范围方面起着很重要的作用<sup>[14]</sup>. 这表明 negativity 的提出对于研究混合自旋或者大自旋系统的纠缠提供了很大的帮助.

1958 年, Dzyaloshinskii 在研究三角弱铁磁体时提出在反铁磁体中存在一种各向异性的相互作用能使磁矩倾斜进而造成弱铁磁性. 1960 年 Moriya 利用 Anderson 超交换作用的微扰方法给予了微观的理论解释, 并给出了这种作用的具体形式  $\sum_{\langle ij \rangle} \mathbf{D}_{ij} \cdot (\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j)$ , 其中  $\mathbf{D}_{ij}$  代表相互作用参量, 这种作用后来被称为 Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用, 相互作用参量  $\mathbf{D}_{ij}$  是反对称的, 即  $\mathbf{D}_{ij} = -\mathbf{D}_{ji}$ . 目前人们已经对具有 DM 相互作用的多种自旋系统进行了研究, 发现它对所研究系统的性质有重要影响. 最近, 具有这种相互作用的量子自旋链中两自旋的纠缠特性受到人们的关注. 对两量子位 Heisenberg 模型中的热纠缠的研究, 发现这种相互作用可以提高临界温度<sup>[15]</sup>; 在对 Heisenberg 模型中

\* 国家自然科学基金(批准号:10775088)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: kongxm@mail.qfnu.edu.cn

的热纠缠和隐形传态的研究中,发现它可以提高纠缠和传送的保真度<sup>[16]</sup>; Gurkan 等通过对多种自旋模型的研究,得出它是一种有效的控制纠缠的参数<sup>[17]</sup>. 此外, Wang 等研究了它对于一个非均匀磁场中的混合链热纠缠的影响,发现它能够把混合链的热纠缠增加到一个最大值<sup>[18]</sup>; 蔡卓等研究了交错 DM 相互作用对反铁磁 Heisenberg 链纠缠的影响,发现交错 DM 相互作用导致在任意强磁场下不会达到铁磁饱和状态,从而保持着自旋纠缠<sup>[19]</sup>. 对一维随机 XY 模型中纠缠特性的研究发现高斯分布和这种相互作用对两量子位的纠缠有重要影响<sup>[20]</sup>. 受上述研究的启发,本文利用 negativity 的概念研究了这种相互作用对自旋为 1/2 和 3/2 混合自旋 XY 链以及自旋为 1 的两粒子 XY 链的热纠缠的影响. 发现它能够增强纠缠,而且能使其达到稳定值,提高系统的临界温度;在相同的条件下,自旋  $s = 1$  两粒子之间的纠缠要小于 (1/2, 3/2) 混合自旋两粒子之间的纠缠.

## 2. 混合自旋 XY 模型

### 2.1. XY 模型

本节研究具有 DM 相互作用的两点混合 (1/2, 3/2) 自旋 XY 模型,其哈密顿量可以写为

$$H = J(s_1^x S_2^x + s_1^y S_2^y) + D(s_1^x S_2^y - s_1^y S_2^x), \quad (1)$$

其中  $J$  为近邻两粒子之间的交换耦合相互作用,  $J > 0, J < 0$  分别对应反铁磁和铁磁模型,  $D$  代表  $D_{ij}$  相互作用,  $s_1^a$  和  $S_2^a (a = x, y)$  分别表示自旋为 1/2 和 3/2 的算符在  $x, y$  方向上的分量. 在  $s^z$  和  $S^z$  的直积表象中,选择  $s^z$  和  $S^z$  的本征态为基矢

$$\left\{ \left| \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle, \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \right. \\ \left. \left| \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle, \left| -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle, \left| -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \right. \\ \left. \left| -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \left| -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle \right\}.$$

把哈密顿量对角化,其本征值和本征态分别为

$$E_1 = E_2 = 0, |\psi_1\rangle = \left| -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle, \\ |\psi_2\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle, \\ E_3 = -\sqrt{D^2 + J^2},$$

$$|\psi_3\rangle = C_1 \left\{ -\frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + iJ} \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right\},$$

$$E_4 = \sqrt{D^2 + J^2},$$

$$|\psi_4\rangle = C_2 \left\{ \frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + iJ} \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right\},$$

$$E_5 = \frac{-\sqrt{3}}{2} \sqrt{D^2 + J^2},$$

$$|\psi_5\rangle = C_3 \left\{ -\frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + iJ} \left| \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \right\},$$

$$E_6 = \frac{-\sqrt{3}}{2} \sqrt{D^2 + J^2},$$

$$|\psi_6\rangle = C_4 \left\{ -\frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + iJ} \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle \right\},$$

$$E_7 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{D^2 + J^2},$$

$$|\psi_7\rangle = C_5 \left\{ \frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + iJ} \left| \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \right\},$$

$$E_8 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{D^2 + J^2},$$

$$|\psi_8\rangle = C_6 \left\{ \frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + iJ} \left| \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle \right\}, \quad (2)$$

其中  $C_1 - C_6$  分别为量子态  $|\psi_3\rangle - |\psi_8\rangle$  的归一化系数.

以下利用 negativity ( $N$ ) 的定义来研究此系统的热纠缠<sup>[10]</sup>. 通过密度矩阵  $\rho = \exp(-\beta H)/Z$  描述系统的热平衡态,其中  $\beta = 1/k_B T, k_B$  为玻尔兹曼常数,为方便起见令其为 1,  $Z = \text{tr}[\exp(-\beta H)]$  为配分函数. 由于  $\rho$  描述的是一个热平衡态,因此该纠缠被称为热纠缠. 根据部分转置方法定义 negativity

$$N(\rho) = \sum_i |u_i|, \quad (3)$$

其中  $u_i$  是转置密度矩阵  $\rho^{T_1}$  的负本征值,  $T_1$  是指对

第一个子系统的部分转置. 该系统的配分函数和密度矩阵为

$$Z = 2(a_1 + a_2 + a_3 + a_4), \quad (4)$$

$$\rho = \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 & 0 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & b_3 & 0 & 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中

$$a_1 = 1, a_2 = a_4 = \cosh\left(\frac{\sqrt{3}\beta}{2} \sqrt{D^2 + J^2}\right),$$

$$a_3 = \cosh(\beta \sqrt{D^2 + J^2}),$$

$$b_1 = \frac{-(J + iD)}{\sqrt{D^2 + J^2}} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}\beta}{2} \sqrt{D^2 + J^2}\right),$$

$$b_2 = \frac{-(J + iD)}{\sqrt{D^2 + J^2}} \sinh(\beta \sqrt{D^2 + J^2}),$$

$$b_4 = \frac{-J + iD}{\sqrt{D^2 + J^2}} \sinh(\beta \sqrt{D^2 + J^2}),$$

$$b_3 = \frac{-J + iD}{\sqrt{D^2 + J^2}} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}\beta}{2} \sqrt{D^2 + J^2}\right). \quad (6)$$

由 negativity 的定义可以得到这两个自旋之间的纠缠为

$$N = \max[0, (a_1 + a_3 - \sqrt{(a_1 - a_3)^2 + 4b_1b_3})/Z] + \max[0, (-a_2 + \sqrt{b_2b_4})/Z]. \quad (7)$$

### 2.2. 数值结果

由方程(7)可以看出 negativity 为参数  $D, J$  和  $T$  的函数, 图 1 描述了在温度  $T = 0.1$  时, 热纠缠  $N$  随  $D$  和  $J$  的变化关系. 分析方程(7)得到  $N$  是  $J$  和  $D$  的偶函数, 在  $D \rightarrow -D, J \rightarrow -J$  时, 两粒子之间的纠缠度是不变的. 当  $D = 0$  时, 两粒子之间的热纠缠的大小取决于交换耦合相互作用, 热纠缠随着  $J$  的增加而增加, 并且交换耦合相互作用足够大时热纠缠会达到一个稳定的值. 当  $D$  变大时, 系统的热纠缠也增大, 就是说 DM 相互作用能增强系统的热纠缠, 可以通过改变  $D$  来调节系统的纠缠度, 而且足够大时可以使热纠缠达到一稳定值. 同样图 2 给出了  $D = 1$  时, 纠缠度  $N$  随  $J$  和  $T$  的变化关系, 可以看出  $J$

变为  $-J$  时, 两自旋之间的纠缠度是不变的, 也就是说, 对于 XY 模型, 无论是铁磁还是反铁磁系统都存在热纠缠. 这与 XXZ 模型不同, 对于 XXZ 模型, 当  $D = 1$  时, 反铁磁系统存在热纠缠而在铁磁系统中不存在热纠缠, 只有  $D$  取值较大时才存在热纠缠<sup>[21]</sup>. 系统的温度升高时纠缠度变小, 温度为零时系统处于基态, 纠缠达到最大值; 两粒子之间的交换耦合相互作用  $J$  变大时纠缠也随之增大.

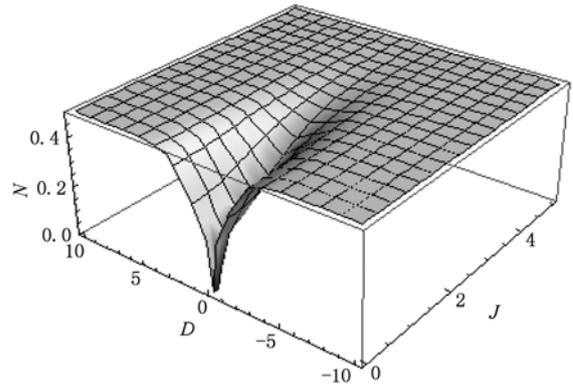


图 1  $T = 0.1$  K 时, 热纠缠  $N$  随 DM 相互作用  $D$  和交换耦合相互作用  $J$  的变化

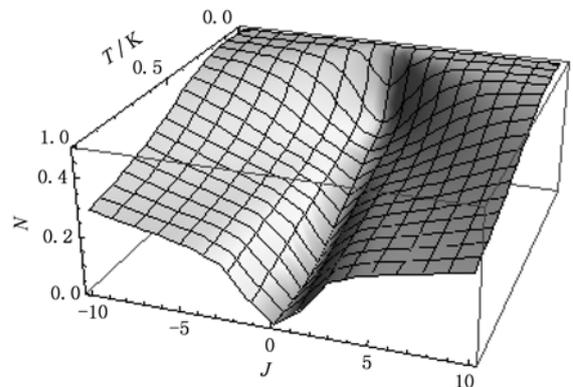


图 2  $D = 1$  时, 热纠缠  $N$  随交换耦合相互作用  $J$  和温度  $T$  的变化

图 3 给出了  $J = 1$  时,  $N$  随温度  $T$  的变化趋势. 可以看出, 随着温度的升高,  $N$  会逐渐地变为零; 系统的温度比较高时, 要达到相同的纠缠度就需要更强的 DM 相互作用; 对于给定的 DM 相互作用, 存在一临界温度  $T_c$ , 当  $T > T_c$  时, 热纠缠为 0. 对于不同的  $D$ , 临界温度  $T_c$  会随着  $D$  的增大而增大, 所以它能提高系统的临界温度. 在零温附近, 温度升高时纠缠度减小的比较快, 说明温度对纠缠度的影响较大. 当  $T = 0$  时, 根据系统的能量越低越稳定的原

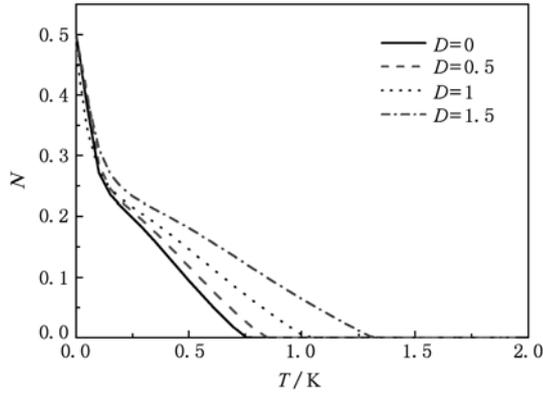


图3 对于不同的 DM 相互作用, 热纠缠  $N$  随温度的变化 ( $J=1$ )

则, 通过比较系统哈密顿量的本征值可以得到, 无论  $J$  和  $D$  取何值,  $E_3$  始终是最小值,  $|\Psi_3\rangle$  是基态, 即系统的基态为纠缠态, 这时纠缠度取最大值. 也就是说在零温的情况下, 系统的态矢量始终为  $|\Psi_3\rangle$ , 不会发生量子相变.

### 3. 自旋为 1 的 XY 模型

#### 3.1. XY 模型

本节研究具有 DM 相互作用的两点 (1,1) XY 自旋模型, 其哈密顿量可写为

$$H = J(S_i^x S_{i+1}^x + S_i^y S_{i+1}^y) + D(S_i^x S_{i+1}^y - S_i^y S_{i+1}^x), \quad (8)$$

$S^a$  ( $a = x, y$ ) 是自旋为 1 的算子, 在  $S^z$  表象中, 表示为

$$S^x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S^y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

为研究自旋为 1 的两粒子热纠缠, 首先对哈密顿量进行对角化, 其本征值为

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 = E_3 = 0, \\ E_4 &= E_5 = -\sqrt{D^2 + J^2}, \\ E_6 &= E_7 = \sqrt{D^2 + J^2}, \\ E_8 &= -\sqrt{2(D^2 + J^2)}, \end{aligned}$$

$$E_9 = \sqrt{2(D^2 + J^2)}, \quad (10)$$

相应的本征态分别表示为

$$|\psi_1\rangle = |-1, -1\rangle,$$

$$|\psi_2\rangle = L_2 \left\{ -\frac{-D + Ji}{D + Ji} |1, -1\rangle + |-1, 1\rangle \right\},$$

$$|\psi_3\rangle = |1, 1\rangle,$$

$$|\psi_4\rangle = L_4 \left\{ -\frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + Ji} |0, -1\rangle + |-1, 0\rangle \right\},$$

$$|\psi_5\rangle = L_5 \left\{ -\frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + Ji} |1, 0\rangle + |0, 1\rangle \right\},$$

$$|\psi_6\rangle = L_6 \left\{ -\frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + Ji} |0, -1\rangle + |-1, 0\rangle \right\},$$

$$|\psi_7\rangle = L_7 \left\{ \frac{i\sqrt{D^2 + J^2}}{D + Ji} |1, 0\rangle + |0, 1\rangle \right\},$$

$$|\psi_8\rangle = L_8 \left\{ -\frac{D - Ji}{D + Ji} |1, -1\rangle - \frac{i\sqrt{2}\sqrt{D^2 + J^2}}{D + Ji} \times |0, 0\rangle + |-1, 1\rangle \right\},$$

$$|\psi_9\rangle = L_9 \left\{ -\frac{D - Ji}{D + Ji} |1, -1\rangle + \frac{i\sqrt{2}\sqrt{D^2 + J^2}}{D + Ji} \times |0, 0\rangle + |-1, 1\rangle \right\}, \quad (11)$$

$L_2, L_4 - L_9$  分别为量子态  $|\psi_2\rangle, |\psi_4\rangle - |\psi_9\rangle$  的归一化系数. 由以上的本征值和本征态, 可以求出温度为  $T$  的两粒子之间的密度矩阵, 进而得到自旋为 1 的两粒子间的纠缠度, 由于纠缠度表达式比较繁琐在这里没有给出它的具体形式.

#### 3.2. 数值结果

由于纠缠度  $N$  为  $D, J, T$  三个参量的函数, 改变其中任何一个参量来调节系统的纠缠度. 在图 4 中我们给出了  $T=0.1$  K 时, 系统的纠缠度  $N$  随  $D$  和  $J$  变化的数值结果. 因为  $N$  是 DM 相互作用  $D$  和交换耦合相互作用  $J$  的偶函数, 在  $D \rightarrow -D$  或者  $J \rightarrow -J$  变化下, 热纠缠  $N$  是不变的, 所以对于自旋为 1 的 XY 模型, 无论是铁磁还是反铁磁两自旋之间的纠缠是相等的, 当  $D=0$ , 即系统不存在 DM 相互作用时, 纠缠的大小取决于交换耦合相互作用  $J$ , 它随着  $|J|$  的增加而增加; 当  $D \neq 0$  时, 纠缠随着  $|D|$  的增加而增加, 并且当  $D$  和  $J$  值足够大时, 它们都能使纠缠度达到一个稳定的定值. 由此可以得出结论: 当  $J$  比较小时, 可以通过增大  $D$  来提高系统的纠缠度, 当  $D$  较小时, 可以通过加大  $J$  来提高纠缠度, 可见通过调节交换耦合相互作用  $J$  和 DM 相互作用  $D$

的大小,可以有效的控制系统的纠缠.

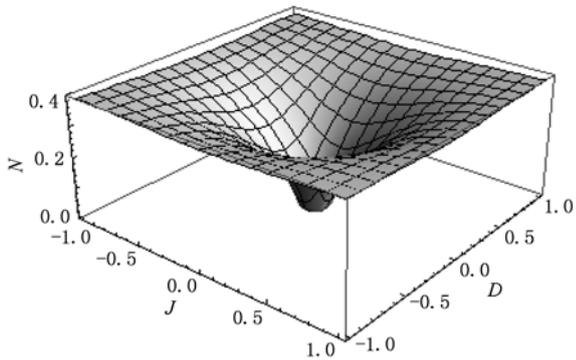


图4 热纠缠  $N$  随 DM 相互作用和交换耦合相互作用  $J$  的变化关系 ( $T=0.1$  K)

为了分析 DM 相互作用对系统临界温度的影响,在图5中我们给出了  $D=0, 0.5, 1, 1.5$  时,  $N$  随温度变化关系. 可以看出, DM 相互作用的引入提高了系统的临界温度,这一点与混合自旋链的结果相同. 同样对于自旋为1的 XY 模型,  $D$  能提高系统的纠缠度,而温度降低纠缠度. 比较图5和图3可以看出,在相同的情况下,自旋为1的系统的临界温度要比混合自旋系统的临界温度高. 系统的温度  $T=0$  K 时,其能量为  $E_g = -\sqrt{2(D^2 + J^2)}$  是最小值,即态矢量  $|\psi_g\rangle$  是基态,也就是说基态是三重简并的. 比较图1和4可以看出,在相同的情况下自旋为1的两粒子之间的纠缠要比混合自旋两粒子之间的纠缠小. 同样当改变  $D$  和  $J$  时基态不会发生改变,因而

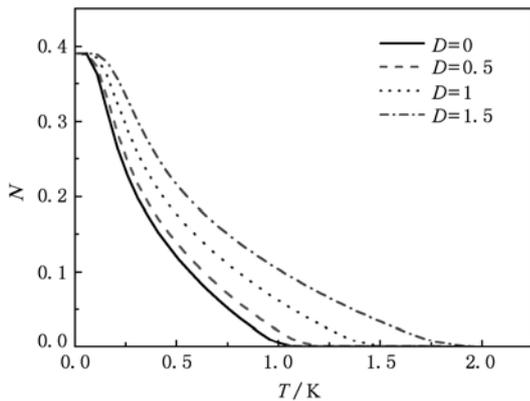


图5 DM 相互作用不同时,热纠缠  $N$  随温度的变化 ( $J=1$ )

对于自旋为1两粒子系统也不会发生量子相变.

图6描述了交换耦合相互作用  $J=1$  时,纠缠度  $N$  随着  $D$  和  $T$  的变化关系,可以看出:当  $D=0$  时,系统的纠缠度的大小取决于温度,它随着温度升高而降低直至减小为零,这是因为粒子的热涨落掩盖了量子涨落使自旋之间的纠缠趋向于零;在  $D \neq 0$  时,系统纠缠度的大小取决于  $D$  和  $T$ . 由于纠缠度  $N$  是  $J$  的偶函数,对于铁磁的情况我们会得到相同的结果. 以上表明可以同时调节系统的温度  $T$  和 DM 相互作用  $D$  来改变纠缠度的大小.

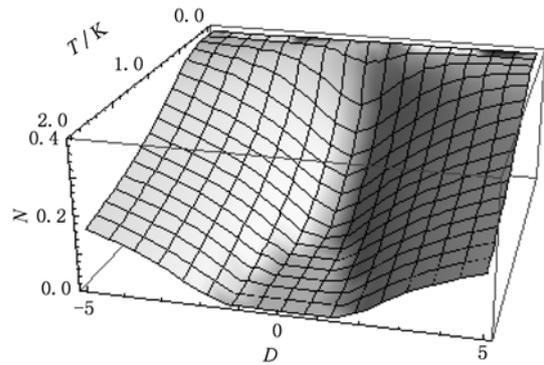


图6 热纠缠  $N$  随 DM 相互作用  $D$  和温度  $T$  的变化关系 ( $J=1$ )

#### 4. 结 论

本文研究了 DM 相互作用对自旋为1和混合自旋(1/2,3/2) XY 模型中热纠缠的影响,得到了一些有意义的结论:对于 XY 模型,在确定的温度下,它能够使热纠缠达到一稳定值,当系统的温度比较高时要达到这一稳定值需要更强的 DM 相互作用;无论是自旋为1还是混合自旋(1/2,3/2) XY 模型,系统的临界温度都会随着它的增大而升高;还发现在相同的温度下,自旋为1的两粒子之间的热纠缠要比混合自旋两粒子之间的热纠缠小. 通过调节这种相互作用和交换耦合相互作用,可以有效的控制热纠缠,本文对热纠缠的控制和提高具有一定的参考价值.

[1] Bennett C H, Brassaro G, Crepeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895

[2] Cheng W W, Huang Y X, Liu T K, Li H 2007 *Chin. Phys.* **16** 38

- [3] Shan C J, Man Z X, Xia Y J, Liu T K 2007 *Int. J. Quant. Inform* **5** 335
- [4] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [5] Verstraete F, Martin-Delgado M A, Cirac J I 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 087201
- [6] Nielsen M A 1998 *Ph. D. thesis*, University of New Mexico, quant-ph/0011036
- [7] Hui X Q, Chen W X, Liu Q, Yue R H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3026 (in Chinese) [惠小强、陈文学、刘起、岳瑞宏 2006 物理学报 **55** 3026]
- [8] Wang X G 2002 *Phys. Rev. A* **66** 034302
- [9] Arnesen M C, Bose S, Vedral V 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 017901
- [10] William K W 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245
- [11] Vidal G, Werner R F 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032314
- [12] Schliemann J 2003 *Phys. Rev. A* **68** 012309
- [13] Qin M, Tao Y J, Hu M L, Tian D P 2008 *Science in China G* **38** 744
- [14] Wang F, Jia H H, Zhang H L, Zhang X A, Chang S L 2009 *Science in China G* **39** 1052
- [15] Wang X G 2001 *Phys. Lett. A* **281** 101
- [16] Zhang G F 2007 *Phys. Rev. A* **75** 034304
- [17] Gurkan Z N, Pashaev O K 2007 Preprint quant-ph/07050679
- [18] Ma X S, Zhang J Y, Cong H T, Wang A M 2009 *Science in China G* **39** 181
- [19] Cai Z, Lu W B, Liu Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7267 (in Chinese) [蔡卓、陆文彬、刘拥军 2008 物理学报 **57** 7267]
- [20] Shan C J, Cheng W W, Liu T K, Huang Y X, Li H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2687 (in Chinese) [单传家、程维文、刘堂昆、黄燕霞、李宏 2008 物理学报 **57** 2687]
- [21] Wang Y H, Xia Y J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7479 (in Chinese) [王彦辉、夏云杰 2009 物理学报 **58** 7479]

## The effect of Dzyaloshinskii-Moriya interaction on entanglement in one-dimensional XY spin model\*

Liu Sheng-Xin Li Sha-Sha Kong Xiang-Mu<sup>†</sup>

(School of Physics and Engineering, Qufu Normal University, Qufu 273165 China)

(Received 4 June 2010; revised manuscript received 25 June 2010)

### Abstract

The effects of Dzyaloshinskii-Moriya (DM) interaction on the thermal entanglement of mixed-spin XY chain ( $1/2, 3/2$ ) and spin 1 XY chain are investigated through negativity. By calculating the entanglement between two particles, it was found that the DM interaction can not only increase the entanglement, but also make the entanglement of the particles reach a stationary value. The higher the temperature, the greater the DM interaction is required to make the thermal entanglement arrive at this stationary value. Under the same condition, the entanglement between two spin 1 particles is less than that between mixed-spin. The exchange-coupling interactions between the spins are helpful to strengthen the thermal entanglement, hence the exchange-coupling can be used to modulate the entanglement along with the DM interaction. When the exchange-coupling interaction is small, one can enlarge the DM interaction to increase the entanglement, whereas, when the DM interaction is small, one can increase the thermal entanglement through increasing the exchange-coupling interaction.

**Keywords:** entanglement, XY spin chain, negativity, Dzyaloshinskii-Moriya interaction

**PACS:** 03.65.-w, 75.10.-Jm

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10775088).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: kongxm@mail.qfnu.edu.cn