

切换统一混沌系统族*

刘扬正 林长圣[†] 李心朝

(南京工程学院非线性物理研究所, 南京 211167)

(2010年6月11日收到; 2010年7月10日收到修改稿)

拓展统一混沌系统的非线性函数, 构建包含6类子系统的切换统一混沌系统族, 不仅每个子类系统在参量空间随系统参数的变化实现切换, 而且6类子系统在状态空间随系统非线性函数的变化实现连续切换. 利用 Lyapunov 指数谱和分岔图对6类子系统随系统参数变化的整体情况进行分析, 用数字信号处理(DSP)芯片对典型混沌系统的分时切换进行硬件实现.

关键词: 统一混沌系统, 切换律, Lyapunov 指数, 数字信号处理

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Pq

1. 引言

由于切换本质上具有非线性特征, 切换和混沌系统存在着广泛而紧密的联系, 几类常见的混沌系统都与切换相关. 统一混沌系统是典型的参量空间切换系统, 随着系统参数的变化, 统一混沌系统在广义 Lorenz 系统、Lü 系统和广义 Chen 系统间切换. 文献[1—4]对如何实现统一混沌系统子系统间的切换进行研究, 提出利用正弦或余弦函数调制统一混沌系统参数的方法实现周期切换^[1—3], 用 Logistic 混沌映射产生的数值对统一混沌系统的参数进行调制实现随机切换^[4]. 蔡氏电路系统是典型的状态空间切换系统, 系统变量的分段线性函数使蔡氏电路系统在三个线性子系统间切换, 产生双涡卷奇异吸引子^[5]; 文献[6—12]利用多分段线性函数使蔡氏电路系统产生超混沌和多方向多涡卷奇异吸引子. 文献[13]用系统变量的绝对值函数和符号函数代替众所周知的 Lorenz 系统的二次非线性函数, 使类 Lorenz 线性系统切换产生四翼奇异吸引子. 文献[14]利用绝对值函数、符号函数等具有切换特性的非线性函数,

构建了一类 Jerk 混沌系统; 文献[15]利用多分段线性函数使高阶 Jerk 电路混沌系统产生多涡卷奇异吸引子. 状态空间的切换能实现定常线性系统的混沌化, 文献[16—19]提出利用系统函数间的切换实现对线性系统的反混沌控制, 使其产生混沌现象. 反混沌控制(或称为混沌化)是将一个系统从非混沌状态控制到混沌状态的过程, 用切换函数对系统实施控制, 可以实现系统混沌化的目的^[16,17]. Liu 等利用切换将线性系统混沌化, 产生球形混沌吸引子^[18]; Gao 等利用滞回切换规则使非线性系统产生漏斗形混沌吸引子^[19]. 利用滞回函数切换甚至可以使三维非线性系统产生超混沌吸引子^[20]. 文献[21—25]利用系统非线性函数的变化, 构建包含多个关联子系统的切换混沌或超混沌系统. 切换系统可以产生比单一系统更加复杂的混沌信号, 在基于多混沌系统同步的保密通信方面有更广阔的应用前景^[26—30].

本文通过拓展统一混沌系统的非线性函数, 构建包含6类子系统的统一混沌系统族. 在系统的参量空间每个子类系统的切换通过系统参数的变化实现; 在系统的状态空间, 系统变量非线性函数的变化实现6类子系统间的切换. 利用 Lyapunov 指数

* 国家自然科学基金(批准号:90405011), 江苏省高校自然科学基金(批准号:07KJD120081), 南京工程学院自然科学基金(批准号:KXJ07068)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: cslin@njit.edu.cn

谱和分岔图,对每类子系统随系统参数变化的特性进行分析,以此为基础,在分时切换律下选择几个典型的系统,用数字信号处理(DSP)芯片进行硬件实现.

2. 系统的构成

切换混沌系统按照切换律依赖的空间划分有两种方式,一是在系统参量空间随系统参数变化^[1-4],二是在系统状态空间随系统变量变化^[5-13],一般切换混沌系统表述为

$$\dot{X} = A_{\sigma_p} X + F_{\sigma_v}(X), \quad (1)$$

式中 $X \in R^n$ 为系统变量, $A_{\sigma_p} \in R^{n \times n}$ 为系统参量时变矩阵, $F_{\sigma_v}(X) = \{f_i\}, i = 1, \dots, N$ 为系统 N 个可以变化的非线性函数, σ_p 为系统参量空间系统参数的切换律, σ_v 为系统状态空间系统变量的切换律.

统一混沌系统是一类典型的系统参数切换系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(25\alpha + 10) & 25\alpha + 10 & 0 \\ 28 - 35\alpha & 29\alpha - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha + 8}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -xz \\ xy \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中系统参数 $\alpha \in [0, 1]$. 系统参量空间切换律 σ_p 由系统参数 α 的变化确定^[1-4], 系统(2)包含3类子系统, 当 $\alpha \in [0, 0.8]$ 时, 系统(2)为广义 Lorenz 系统; 当 $\alpha = 0.8$ 时, 系统(2)为 Lü 系统; 当 $\alpha \in (0.8, 1]$ 时, 系统(2)为广义 Chen 系统; 当系统参数 $\alpha \in [0, 1]$ 时, 系统(2)随系统参数 α 的变化在3类子系统之间切换.

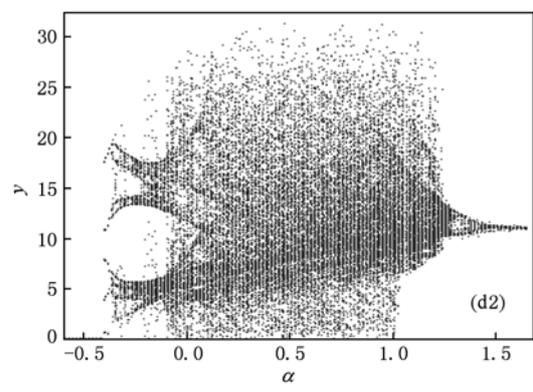
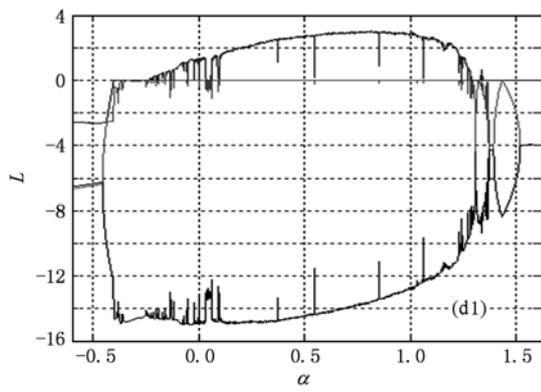
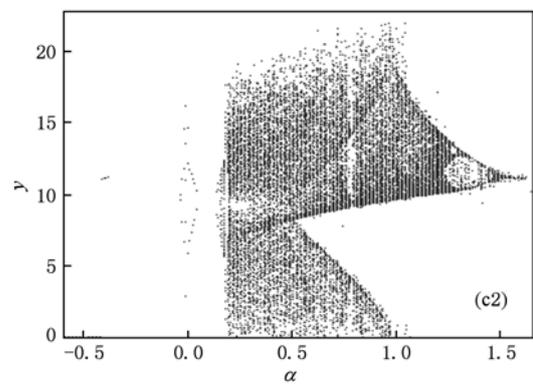
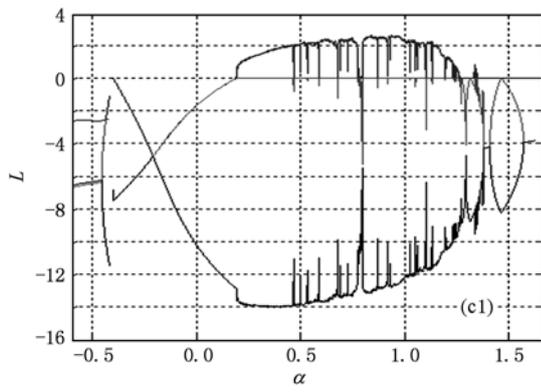
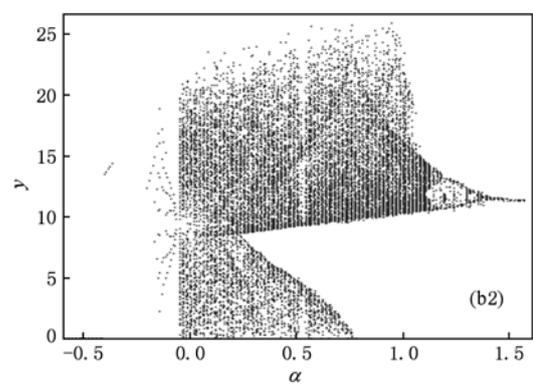
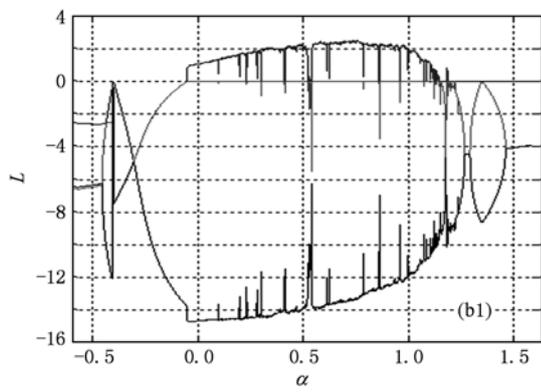
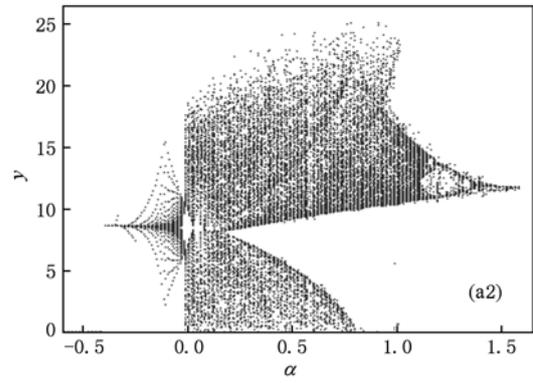
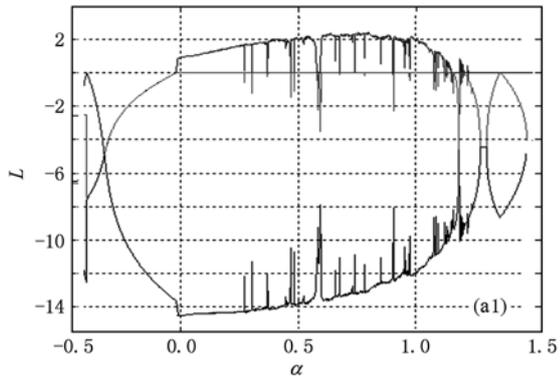
考虑系统(2)中的非线性函数的变化, 参考 Qi 系统^[31]和 Liu 系统^[32]的构建模式, 将统一混沌系统拓展为包含 N 个子类系统的切换统一混沌系统族

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(25\alpha + 10) & 25\alpha + 10 & 0 \\ 28 - 35\alpha & 29\alpha - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha + 8}{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1g_1(y, z) \\ -xz \\ g_2(x, y) \end{bmatrix}.$$

对于系统(3), 规定系统变量反馈非线性函数 $g_1(y, z)$ 在系统变量的二次函数 $\{yz, -yz\}$ 中选取; 系统结构组成部分变化的非线性函数 $g_2(x, y)$ 在系统变量的二次函数 $\{xy, y^2, x^2\}$ 中选取, 切换非线性函数 $F_{\sigma_v}(X) = \{f_1, f_2, \dots, f_6\}$ 共有 $(2 \times 3 = 6)$ 种组合, 其中 $f_1 = [yz \quad -xz \quad xy]^T, f_2 = [yz \quad -xz \quad y^2]^T, f_3 = [yz \quad -xz \quad x^2]^T, f_4 = [-yz \quad -xz \quad xy]^T, f_5 = [-yz \quad -xz \quad y^2]^T$ 和 $f_6 = [-yz \quad -xz \quad x^2]^T$, 意味着系统(3)包含6类切换子系统. 系统(3)的每类子系统随系统参数 α 的变化, 在系统的参量空间进行切换^[1-4]; 而系统非线性函数的变化, 使6类子系统在状态空间相互切换. 非线性函数的拓展使统一混沌系统不仅包含了广义 Lorenz 系统、Lü 系统和广义 Chen 系统, 也将广义 Qi 系统、Wang 系统^[33-35]和广义 Liu 系统、蔡系统^[36]包含在内, 并且系统变量的非线性函数是关联切换的, 构成了内涵更为丰富的切换统一混沌系统族.

每一个子类系统参数 α 的变化范围可以通过分析 Lyapunov 指数谱和分岔图确定, 图 1(a) 是系统(2)的 Lyapunov 指数谱和分岔图, 图 1(b)-(g) 对应系统(3)的切换非线性函数 $F_{\sigma_v}(X) = \{f_1, f_2, \dots, f_6\}$ 的 Lyapunov 指数谱和分岔图, 为了全面观察每一个子类系统随系统参数 α 的变化情况, 系统参数 α 的变化范围放宽为 $\alpha \in [-0.5, 1.5]$.

与统一混沌系统(2)的 Lyapunov 指数谱和分岔图 1(a) 得到的系统参数 $\alpha \in [-0.015, 1.152]$ 比较^[3], 系统(3)中切换非线性函数为 f_1 和 f_4 时, Lyapunov 指数谱和分岔图 1(b) 和 (e) 的形状基本相同, 只是分别将图 1(a) 向左和向右平行移动; 而切换非线性函数为 f_2 和 f_5 时, Lyapunov 指数谱和分岔图 1(c) 和 (f) 向右移动明显, 系统参数 $\alpha \in [0.185, 1.256]$; Lyapunov 指数谱和分岔图 1(d) 和 (g) 的变化最大, 系统参数的变化范围拓宽为 $\alpha \in [-0.167, 1.284]$, 最大 Lyapunov 指数的值也明显增大, 说明切换非线性函数为 f_3 和 f_6 时, 系统(3)具有更为丰富的动力学行为.



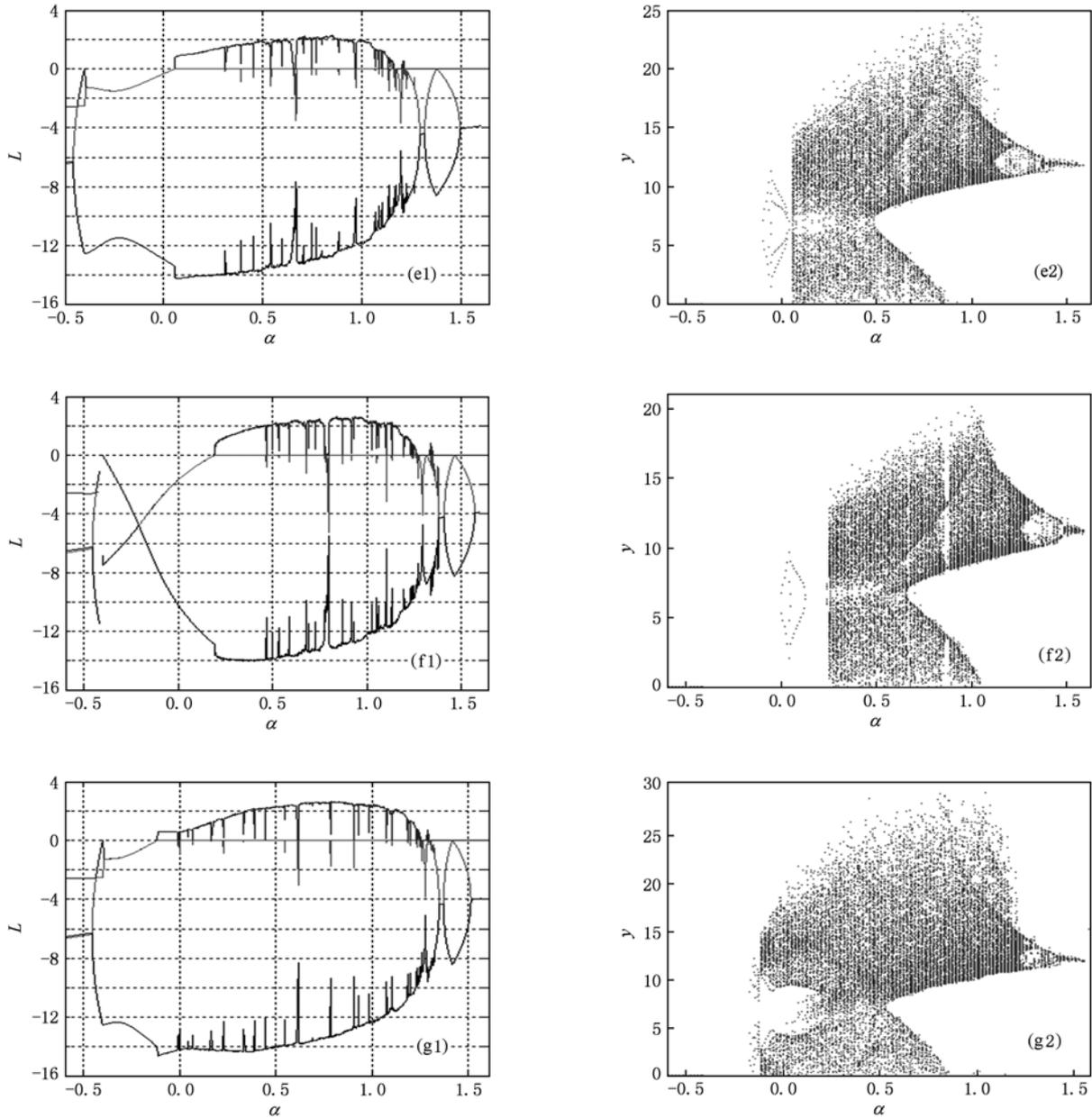


图1 统一混沌系统族的 Lyapunov 指数谱和分岔图

3. 系统分时切换的 DSP 实现

系统状态空间系统变量的切换律有多种实现方式^[37], 本文仅讨论系统(3)在时间依赖切换律作用下分时切换的实现. 为提高硬件实现的精度和可靠性, 采用 TI 公司的型号为 TMS320F28335 的浮点型 DSP 芯片, 实现系统(3)切换非线性函数

分别取 $F_{\sigma_v}(X) = \{f_1, f_2, \dots, f_6\}$, 系统状态空间系统变量的切换律 $\sigma_v: [0, \infty) \rightarrow \{1, 2, \dots, 6\}, \{1, 2, \dots, 6\}$ 表示与子系统顺序对应的序号集合^[37]. 分时切换律 $\sigma_v: \{(t_i, s_i)\}, i = 1, 2, \dots, 6$, 时间段 t_1 对应子系统 s_1, \dots , 时间段 t_6 对应子系统 s_6 , 连续地从一个子系统切换到另一个子系统. 几个典型系统分时切换产生的 $x-y, y-z, x-z$ 平面的二维相图, 如图 2—图 7 所示.

从图 2 到图 7 可以看出,由于系统非线性特性的变化,系统的动力学行为存在一定的差异. 系统变量非线性函数 yz 作为对系统的扰动,对系统动力学行为的影响,要小于作为系统结构组成部分的非

线性函数 $\{xy, y^2, x^2\}$ 的变化. 尤其是由非线性函数 x^2 构成的系统,系统的动力学行为丰富,系统的非线性特征增强.

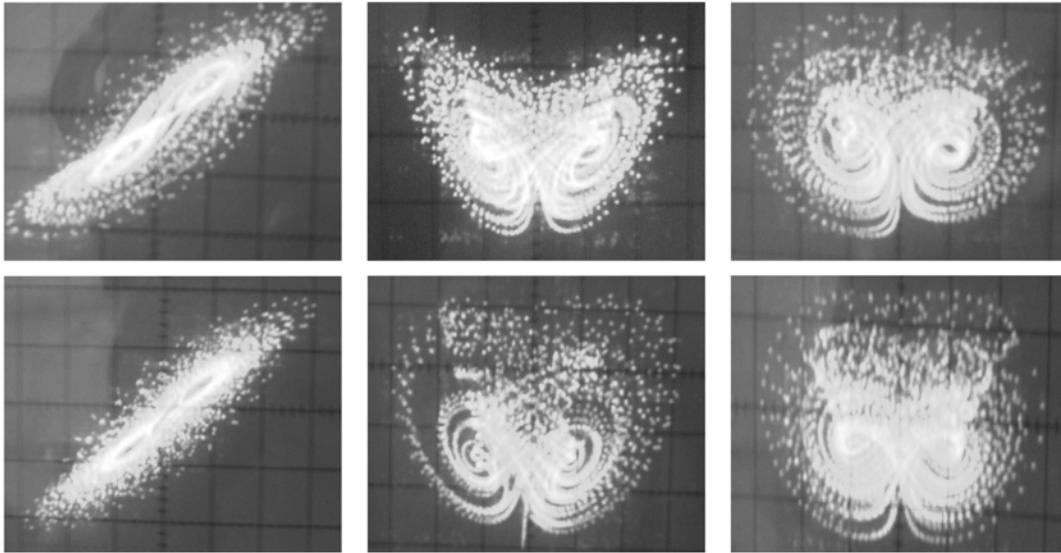


图 2 切换非线性函数为 f_1 , 系统参数 $\alpha=0$ 和 $\alpha=1$ 的二维相图

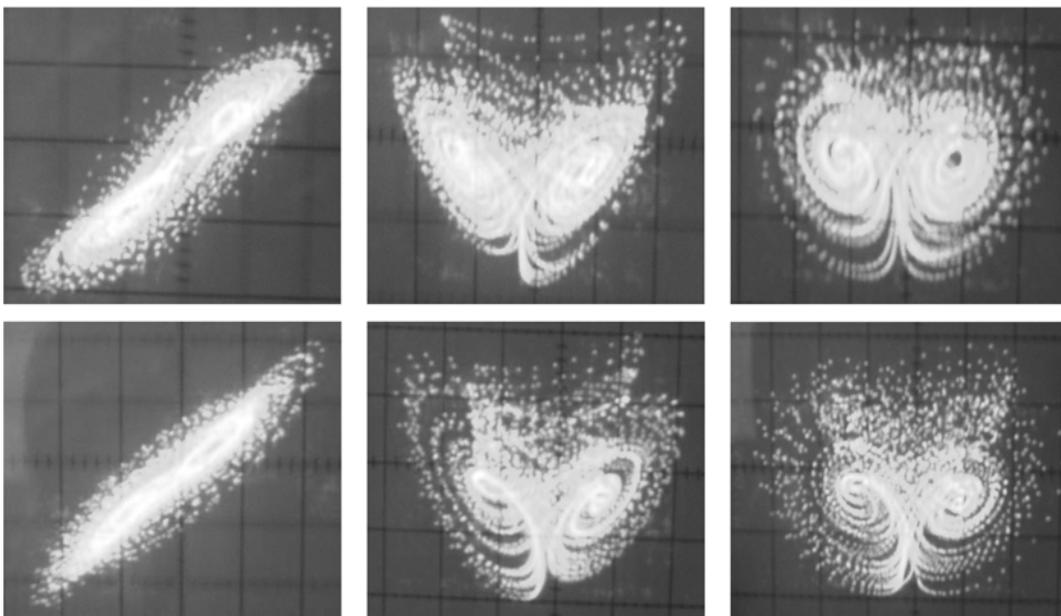


图 3 切换非线性函数为 f_2 , 系统参数 $\alpha=0.2$ 和 $\alpha=1$ 的二维相图

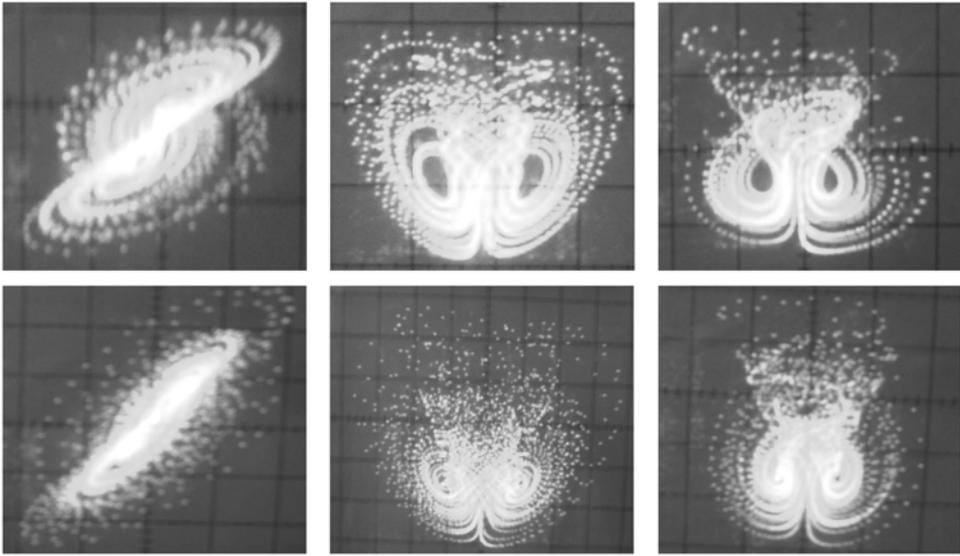


图4 切换非线性函数为 f_1 , 系统参数 $\alpha=0$ 和 $\alpha=1$ 的二维相图

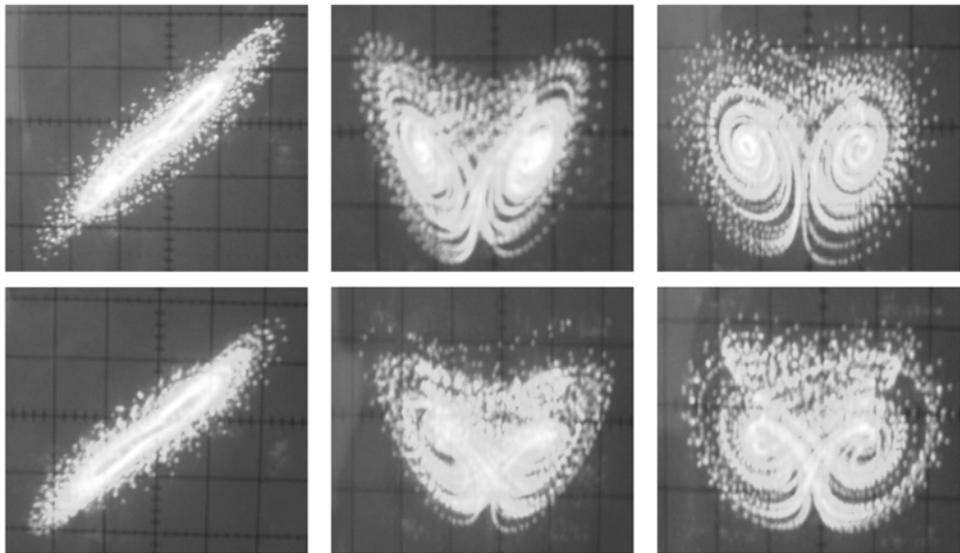


图5 切换非线性函数为 f_4 , 系统参数 $\alpha=0.2$ 和 $\alpha=1$ 的二维相图

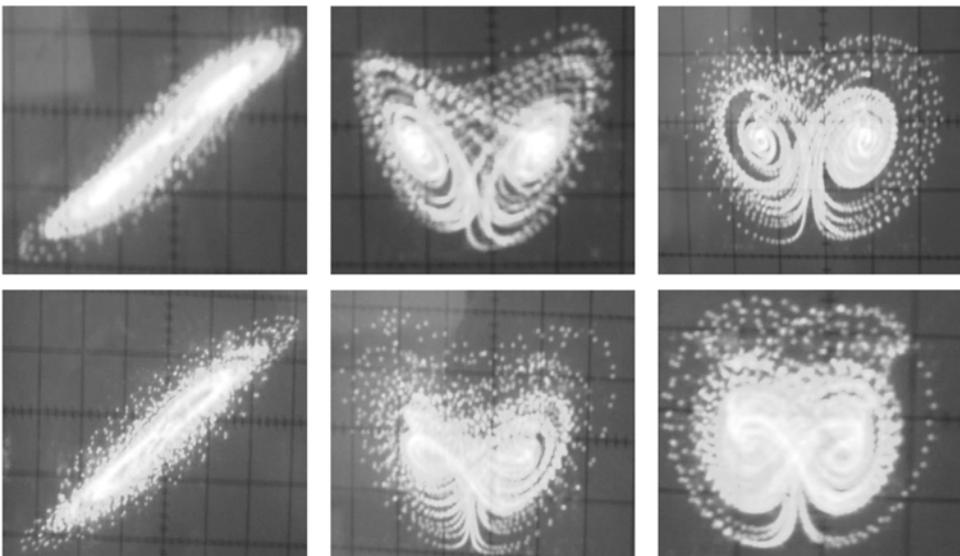


图6 切换非线性函数为 f_5 , 系统参数 $\alpha=0.2$ 和 $\alpha=1$ 的二维相图

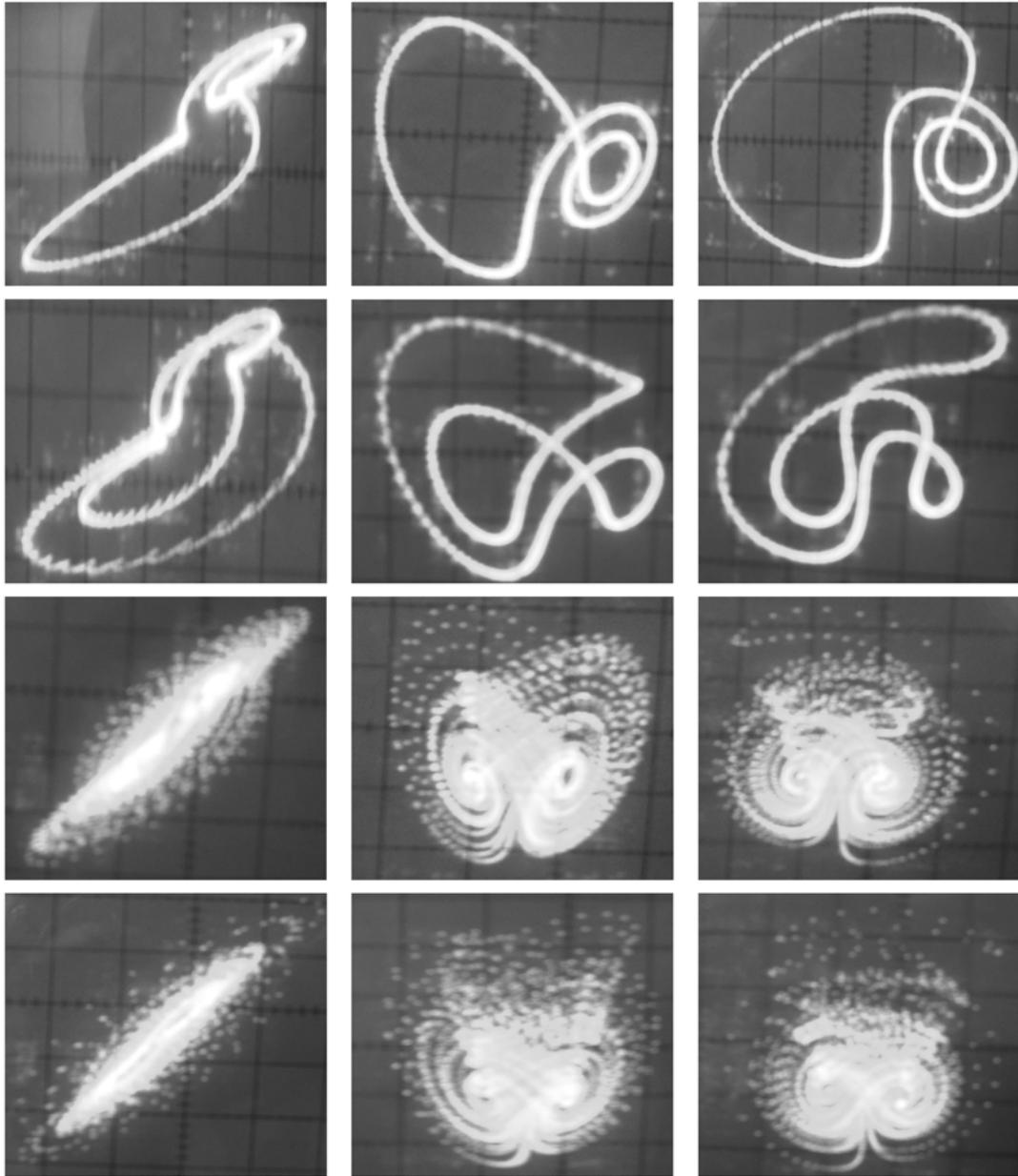


图7 切换非线性函数为 f_6 , 系统参数 $\alpha = 0, \alpha = 0.04, \alpha = 0.2$ 和 $\alpha = 1$ 的二维相图

4. 结 论

建构了包含 6 类子系统的切换统一混沌系统族, 每个子类系统可以在系统的参量空间随系统参数的变化切换, 6 类子系统之间也可以在系统的状态空间随系统非线性特性的改变切换. 对以 Lorenz

系统为内核, 具有二次非线性函数的三维非线性系统特性作了较为全面的分析, 不仅拓宽了统一混沌系统族的范围, 使其包含了广义 Lorenz 系统、Lü 系统、广义 Chen 系统、广义 Liu 系统、广义 Wang 系统、广义 Qi 系统和广义蔡系统, 而且子类系统之间可以通过改变关联非线性函数进行切换, 进一步丰富了统一混沌系统族的内涵.

- [1] Li Y X, Chen G R, Wallace K S T 2005 *IEEE Trans. Circuits Syst.* II **52** 204
- [2] Wu X Q, Wang J J, Lu J A, Herbert H C I 2007 *Chaos Soliton. Fract.* **32** 1485
- [3] Ge Z M, Yang K W 2007 *Chaos Soliton. Fract.* **33** 246
- [4] Liu Y Z, Lin C S, Li X C, Liu H P, Wang Z L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 030502 (in Chinese) [刘扬正、林长圣、李心朝、刘海鹏、王忠林 2011 物理学报 **60** 030502]
- [5] Ömer Morgül 2000 *IEEE Trans. Circuits Syst.* I **47** 1424
- [6] Lü J H, Chen G 2006 *Int. J. Bifur. Chaos* **16** 775
- [7] Luo X H, Li H Q, Dai X G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7511 (in Chinese) [罗小华、李华青、代祥光 2008 物理学报 **57** 7511]
- [8] Chen L, Peng H J, Wang D S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3337 (in Chinese) [谌龙、彭海军、王德石 2008 物理学报 **57** 3337]
- [9] Yu S M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1500 (in Chinese) [禹思敏 2005 物理学报 **54** 1500]
- [10] Zhang C X, Yu S M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 120 (in Chinese) [张朝霞、禹思敏 2009 物理学报 **58** 120]
- [11] Wang F Q, Liu C X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1983 (in Chinese) [王发强、刘崇新 2007 物理学报 **56** 1983]
- [12] Zhang C X, Yu S M 2009 *Chin. Phys. B* **18** 119
- [13] Elwakil A S, Özguz S, Kennedy M P 2002 *IEEE Trans. Circuits Syst.* I **49** 527
- [14] Sprott J C 2000 *Phys. Lett. A* **266** 19
- [15] Liu M H, Yu S M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5707 (in Chinese) [刘明华、禹思敏 2006 物理学报 **55** 5707]
- [16] Lü J H, Yu X H, Chen G R 2003 *IEEE Trans. Circuits Syst.* I **50** 198
- [17] Chen Q F, Hong Y G, Chen G R, Zhong Q H, David J H 2006 *IEEE Trans. Circuits Syst.* I **53** 2692
- [18] Liu X Z, Teo K L, Zhang H T, Chen G R 2006 *Chaos Soliton. Fract.* **30** 725
- [19] Guo J J, Xie G M, Wang L 2009 *Chaos Soliton. Fract.* **40** 2160
- [20] Suzuki Takashi, Saito Toshimichi 1994 *IEEE Trans. Circuits Syst.* I **41** 876
- [21] Hu G S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8139 (in Chinese) [胡国四 2009 物理学报 **58** 8139]
- [22] Liu Y Z, Jiang C S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 771 (in Chinese) [刘扬正、姜长生 2009 物理学报 **58** 771]
- [23] Wang G Y, He H L 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4014
- [24] Liu Y Z, Jiang C S, Lin C S, Sun H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5131 (in Chinese) [刘扬正、姜长生、林长圣、孙晗 2007 物理学报 **56** 5131]
- [25] Zhang Y J, Wang C P, Wang G Y, Xu N, Wang Z L 2009 *J. China Univer. Posts Telecom.* **16** 122
- [26] Wang H, Han Z Z, Xie Q Y, Zhang W 2009 *Commun Nonlinear Sci. Numer Simulat* **14** 2239
- [27] Grzybowski J M V, Rafikov M, Balthazar J M 2009 *Commun Nonlinear Sci. Numer Simulat* **14** 2793
- [28] Danca M F, Wallace K S T, Chen G R 2008 *Applied Mathematics and Computation* **201** 650
- [29] Lin C X, Hao J H 2008 *J. Dyn. Contr.* **6** 254 (in Chinese) [林彩霞、郝建红 2008 动力学与控制学报 **6** 254]
- [30] Yu W W, Cao J D, Yuan K 2008 *Phys. Lett. A* **372** 4438
- [31] Qi G Y, Chen G R, Du S Z, Chen Z Q, Yuan Z Z 2005 *Physica A* **352** 295
- [32] Liu C X, Liu T, Liu L, Liu K 2004 *Chaos Soliton. Fract.* **22** 1031
- [33] Wang G Y, Qiu S S, Xu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3295 (in Chinese) [王光义、丘水生、许志益 2006 物理学报 **55** 3295]
- [34] Wang G Y, Qiu S S, Li H W, Li C F, Zheng Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 2872
- [35] Wang F Z, Chen Z Q, Wu W J, Yuan Z Z 2007 *Chin. Phys.* **16** 3238
- [36] Cai G L, Tan Z H, Zhou W H, Tu W T 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6230 (in Chinese) [蔡国梁、谭振海、周维怀、涂文桃 2007 物理学报 **56** 6230]
- [37] Liu Y Z, Lin C S, Wang Z L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8407 (in Chinese) [刘扬正、林长圣、王忠林 2010 物理学报 **59** 8407]

Family of switched unified chaotic system^{*}

Liu Yang-Zheng Lin Chang-Sheng[†] Li Xin-Chao

(*Institute of Nonlinear Physics, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China*)

(Received 11 June 2010; revised manuscript received 10 July 2010)

Abstract

A nonlinear function of unified chaotic system, the family of switched unified chaotic system is generated which contains six kinds of subsystems. Each subsystem can be switched by changing systematic parameter values in parameter space, and these subsystems can be switched continuously from one to another via changing nonlinear function in state space. The features of these subsystems are analyzed in detail using Lyapunov exponent and bifurcation diagram. The division-time switching of unified chaotic system is realized based on digital signal processing (DSP).

Keywords: unified chaotic system, switching law, Lyapunov exponents, digital signal processing

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Pq

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90405011), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. 07KJD120081), the Natural Science Foundation of Nanjing Institute of Technology, China (Grant No. KXJ07068).

[†] Corresponding author. E-mail: cslin@njit.edu.cn