

## Rössler 超混沌系统多变量广义预测控制快速算法\*

陈志旺<sup>1)</sup> 刘文龙<sup>1)2)†</sup>

1) (燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室, 秦皇岛 066004)

2) (大庆石油学院应用技术学院, 秦皇岛 066004)

(2010年8月13日收到; 2010年9月13日收到修改稿)

提出了一种 Rössler 超混沌系统多变量广义预测控制快速算法. 采用改进的时变遗忘因子递推最小二乘方法辨识混沌系统, 通过在常规多变量广义预测控制性能指标函数中引入前馈增益矩阵与柔化矩阵, 实现系统对参考信号的快速跟踪. 该算法降低了求逆矩阵的维数, 从而减少了计算量. 仿真结果验证了该方法的有效性和实用性.

**关键词:** 广义预测控制, Rössler 超混沌系统, 前馈增益矩阵, 柔化矩阵

**PACS:** 05.45.Gg

## 1. 引言

混沌是指某种对初始条件敏感, 在确定性系统中出现的一种貌似无规则, 类似随机的复杂运动形式和自然现象. 混沌控制<sup>[1-6]</sup>的研究都是基于一些典型混沌系统进行的, 并由于其广阔的应用前景, 成为非线性系统研究领域非常活跃的前沿课题. 近年来, 高维的超混沌系统控制<sup>[7,8]</sup>越来越引起人们的重视.

广义预测控制<sup>[9-11]</sup> (GPC) 是从最小方差控制和自适应控制发展而来的一种新型预测控制算法, 它既吸取了自适应控制在线辨识的优点, 又保持了预测控制算法中的滚动优化策略、对模型精度要求不高等优点, 使其在工业控制中获得了成功的应用. 文献[4]采用柔化输入信号的方法, 将广义预测控制与离散滑模控制相结合运用于 Hénon 混沌系统的控制. 文献[5]提出了一种带有约束矩阵的 Hénon 混沌系统广义预测控制快速算法. 文献[6]充分利用预测信息的补偿作用, 提出了一种带有预测函数的 Hénon 混沌系统广义预测控制快速算法. 上述三种算法均避免了矩阵求逆计算, 较快速有效地实现了系统对参考信号的跟踪, 但都没有进行稳态跟踪效果分析, 而且都是单变量系统控制算法, 难以适于超混沌系统控制. 本文通过在常规性能指标函数中引入前馈增益矩阵与输入柔化矩阵, 提出一种 Rössler 超混

沌系统多变量广义预测控制快速算法.

## 2. Rössler 超混沌系统的在线辨识

超混沌系统具有很强的非线性特性, 其运动行为很难用线性定常模型精确描述, 而对于物理可实现的多变量系统总可以用对角形式的多变量受控自回归积分滑动平均 (CARIMA) 模型表示<sup>[12,13]</sup>. 因此, 本文采用具有时变参数的对角 CARIMA 模型在线辨识 Rössler 超混沌系统, 以提高建模精度, 实现预测控制器对超混沌系统的有效控制.

考虑如下  $m$  个输入  $n$  个输出的对角 CARIMA 模型:

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(k) = \mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{C}(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(k)/\Delta, \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{A}(z^{-1}) = \text{diag}(A_i(z^{-1}))$  与  $\mathbf{C}(z^{-1}) = \text{diag}(C_i(z^{-1}))$  为  $n \times n$  维对角多项式矩阵,  $\mathbf{B}(z^{-1}) = \{B_{ij}(z^{-1})\}$  为  $n \times m$  维多项式矩阵. 其中,

$$A_i(z^{-1}) = 1 + a_{i1}z^{-1} + a_{i2}z^{-2} + \cdots + a_{i n_a}z^{-n_a},$$

$$B_{ij}(z^{-1}) = b_{ij,0} + b_{ij,1}z^{-1} + b_{ij,2}z^{-2} + \cdots + b_{ij, n_b}z^{-n_b},$$

$$C_i(z^{-1}) = 1 + c_{i1}z^{-1} + c_{i2}z^{-2} + \cdots + c_{i n_c}z^{-n_c},$$

$i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m; \mathbf{y}(k) = [y_1(k) \ y_2(k) \ \cdots \ y_n(k)]^T, \mathbf{u}(k) = [u_1(k) \ u_2(k) \ \cdots \ u_m(k)]^T, \boldsymbol{\xi}(k) = [\xi_1(k) \ \xi_2(k) \ \cdots \ \xi_n(k)]^T$  分别为  $k$  时

\* 国家自然科学基金 (批准号: 60774018) 和河北省自然科学基金 (批准号: F2010001322) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: liuwenlong1980@126.com

刻的  $n$  维输出向量、 $m$  维输入向量和  $n$  维零均值白噪声向量;  $\Delta = 1 - z^{-1}$ .

模型(1)式可以改写成  $n$  个多输入-单输出子模型,即

$$A_i(z^{-1})y_i(k) = \sum_{j=1}^m B_{ij}(z^{-1})u_j(k-1)$$

$$+ C_i(z^{-1})\xi_i(k)/\Delta, \quad (i = 1, \dots, n), \quad (2)$$

因而,辨识模型(1)式归结为辨识  $n$  个子模型(2)式.将(2)式写成最小二乘格式为

$$\Delta y_i(k) = \varphi(k)^T \theta + \xi_i(k), \quad (3)$$

式中

$$\begin{aligned} \varphi(k) &= [-\Delta y_i(k-1) \quad \dots \quad -\Delta y_i(k-n_a) \quad \Delta u_1(k-1) \quad \dots \quad \Delta u_m(k-1) \quad \dots \\ &\quad \Delta u_1(k-n_b) \quad \dots \quad \Delta u_m(k-n_b) \quad \xi_i(k-1) \quad \dots \quad \xi_i(k-n_c)]^T, \\ \theta &= [a_{i1} \quad \dots \quad a_{in_a} \quad b_{i1,0} \quad \dots \quad b_{im,0} \quad \dots \quad b_{i1,n_b} \quad \dots \quad b_{im,n_b} \quad c_{i1} \quad \dots \quad c_{in_c}]^T. \end{aligned}$$

由于 Rössler 超混沌系统的动态特性不是平稳的,其动力学行为变化时快时慢,所以选取改进的时变遗忘因子递推最小二乘方法来逼近混沌系统.这样既能更好地克服“数据饱和”现象,也可解决被控系统稳定时参数估计的误差协方差阵  $P(k)$  由于

信息量减少按指数增加的问题.

初始条件通常取为  $\hat{\theta}(-1) = \mathbf{0}$  ( $\mathbf{0}$  为零向量),  $P(-1) = \tau^2 I$  ( $\tau$  为一个充分大的正数,  $I$  为单位阵).改进的时变遗忘因子递推最小二乘算法为

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k) [\Delta y(k) - \varphi(k)^T \hat{\theta}(k-1)], \quad (4)$$

$$K(k) = P(k-1) \varphi(k) [\varphi(k)^T P(k-1) \varphi(k) + \mu(k)]^{-1}, \quad (5)$$

$$\mu(k) = 1 - \frac{1}{\sigma^2 L} \left( 1 - \frac{\varphi(k)^T P(k-1) \varphi(k)}{\mu(k-1) + \varphi(k)^T P(k-1) \varphi(k)} \right). \quad (6)$$

引进

$$\Psi(k) = [I - K(k) \varphi(k)^T] P(k-1), \quad (7)$$

如果  $\text{trace}[\Psi(k)]/\mu(k) \leq \omega$  ( $\omega > \tau^2$ ), 则  $P(k) = \Psi(k)/\mu(k)$ ; 否则  $P(k) = P(k-1)$ .

上述式中,  $\sigma^2$  为量测噪声方差;  $L$  为数据长度;  $\text{trace}[\Psi(k)]$  是矩阵  $\Psi(k)$  的迹;  $\mu(k)$  为时变遗忘因子,一般选取  $0.9 \leq \mu(k) \leq 1$ .

### 3. 多变量广义预测控制快速算法

#### 3.1. 算法设计

引入如下 Diophantine 方程:

$$C_i(z^{-1}) = E_{ii}(z^{-1})\Delta A_i(z^{-1}) + z^{-l}F_{ii}(z^{-1}), \quad (8)$$

$$1 = C_i(z^{-1})M_{ii}(z^{-1}) + z^{-l}N_{ii}(z^{-1}), \quad (9)$$

式中

$$\begin{aligned} E_{ii}(z^{-1}) &= e_{i0} + e_{i1}z^{-1} + e_{i2}z^{-2} \\ &\quad + \dots + e_{i(l-1)}z^{-(l-1)}, \end{aligned}$$

$$F_{ii}(z^{-1}) = f_{i0} + f_{i1}z^{-1} + f_{i2}z^{-2}$$

$$\begin{aligned} &+ \dots + f_{in_a}z^{-n_a}, \\ M_{ii}(z^{-1}) &= m_{i0} + m_{i1}z^{-1} + m_{i2}z^{-2} \\ &\quad + \dots + m_{i(l-1)}z^{-(l-1)}, \\ N_{ii}(z^{-1}) &= n_{i0} + n_{i1}z^{-1} + n_{i2}z^{-2} \\ &\quad + \dots + n_{i(n_c-1)}z^{-(n_c-1)}. \end{aligned}$$

将(2)式两边同时乘以  $E_{ii}(z^{-1})\Delta z^l$ , 利用(8)式整理后,两边取数学期望值,得到

$$\begin{aligned} &C_i(z^{-1})\hat{y}_i(k+l|k) \\ &= F_{ii}(z^{-1})y_i(k) \\ &\quad + \sum_{j=1}^m E_{ij}(z^{-1})B_{ij}(z^{-1})\Delta u_j(k+l-1), \quad (10) \end{aligned}$$

再将(10)式两边同时乘以  $M_{ii}(z^{-1})$ , 利用(9)式整理得

$$\begin{aligned} \hat{y}_i(k+l|k) &= [N_{ii}(z^{-1}) + M_{ii}(z^{-1})F_{ii}(z^{-1})]y_i(k) \\ &\quad + \sum_{j=1}^m M_{ij}(z^{-1})E_{ij}(z^{-1})B_{ij}(z^{-1}) \\ &\quad \times \Delta u_j(k+l-1). \quad (11) \end{aligned}$$

令

$$M_{il}(z^{-1})E_{il}(z^{-1})B_{ij}(z^{-1}) = G_{ij}(z^{-1}) + z^{-l}G'_{ij}(z^{-1}),$$

$$D_{il}(z^{-1}) = N_{il}(z^{-1}) + M_{il}(z^{-1})F_{il}(z^{-1}),$$

其中

$$G_{ij}(z^{-1}) = g_{ij,0} + g_{ij,1}z^{-1} + \dots + g_{ij,l-1}z^{-(l-1)},$$

$$G'_{ij}(z^{-1}) = g'_{ij,0} + g'_{ij,1}z^{-1} + \dots + g'_{ij,l+(n_b-2)}z^{-(l+n_b-2)}.$$

则(11)式可表示为

$$\begin{aligned} \hat{y}_i(k+l|k) &= \sum_{j=1}^m G_{ij}(z^{-1})\Delta u_j(k+l-1) \\ &+ \sum_{j=1}^m G'_{ij}(z^{-1})\Delta u_j(k-1) \\ &+ D_{il}(z^{-1})y_i(k). \end{aligned} \quad (12)$$

设  $N, M$  分别为预测时域和控制时域, 则有第  $i$  个输出变量的预测方程式为

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= \sum_{j=1}^m G_{ij}U_j + G'_i(z^{-1})\Delta u(k-1) \\ &+ D_i(z^{-1})y_i(k), \end{aligned} \quad (13)$$

式中

$$\hat{Y}_i = [\hat{y}_i(k+1|k) \quad \hat{y}_i(k+2|k) \quad \dots \quad \hat{y}_i(k+N|k)]^T,$$

$$U_j = [\Delta u_j(k) \quad \Delta u_j(k+1) \quad \dots \quad \Delta u_j(k+M-1)]^T,$$

$$D_i(z^{-1}) = [D_{i1}(z^{-1}) \quad D_{i2}(z^{-1}) \quad \dots \quad D_{in}(z^{-1})]^T,$$

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} g_{ij,0} & 0 & \dots & 0 \\ g_{ij,1} & g_{ij,2,0} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{ij,M,M-1} & g_{ij,M,M-2} & \dots & g_{ij,M,0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{ij,N,N-1} & g_{ij,N,N-2} & \dots & g_{ij,N,N-M} \end{bmatrix},$$

$$G'_i(z^{-1}) = \begin{bmatrix} G'_{i1}(z^{-1}) & G'_{i2}(z^{-1}) & \dots & G'_{im_1}(z^{-1}) \\ G'_{i1_2}(z^{-1}) & G'_{i2_2}(z^{-1}) & \dots & G'_{im_2}(z^{-1}) \\ G'_{i1_3}(z^{-1}) & G'_{i2_3}(z^{-1}) & \dots & G'_{im_3}(z^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G'_{i1_N}(z^{-1}) & G'_{i2_N}(z^{-1}) & \dots & G'_{im_N}(z^{-1}) \end{bmatrix}.$$

根据第  $i$  个输出变量的预测方程式(13), 可以得出全部输出变量的预测表达式为

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= GU + G'(z^{-1})\Delta u(k-1) \\ &+ D(z^{-1})y(k), \end{aligned} \quad (14)$$

式中,

$$\hat{Y} = [\hat{Y}_1 \quad \hat{Y}_2 \quad \dots \quad \hat{Y}_n]^T,$$

$$U = [U_1 \quad U_2 \quad \dots \quad U_m]^T,$$

$$G = \{G_{ij}\},$$

$$D(z^{-1}) = \text{diag}(D_i(z^{-1})),$$

$$G'(z^{-1}) = [G'_1(z^{-1}) \quad G'_2(z^{-1}) \quad \dots \quad G'_n(z^{-1})]^T.$$

选取性能指标函数为

$$\begin{aligned} \min J(k) &= \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^N [\hat{y}_i(k+l|k) - \beta_{il}y_{ri}(k+l)]^2 \\ &+ \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^M \lambda_{jl}[\Delta u_j(k+l-1)]^2, \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $y_{ri}(k+l)$  为对象第  $i$  个输出的期望值,  $\beta_{il}$  为前馈增益,  $\lambda_{jl}$  为控制增量加权系数.

将(15)式性能指标函数写成向量形式

$$\min J = (\hat{Y} - \beta Y_r)^T (\hat{Y} - \beta Y_r) + U^T \lambda U, \quad (16)$$

式中  $Y_r = [y_{r1} \quad y_{r2} \quad \dots \quad y_{rm}]^T$  为期望输出矩阵,  $\beta = \text{diag}(\beta_i)$  为前馈增益矩阵,  $\lambda = \text{diag}(\lambda_j)$  为控制增量加权矩阵. 其中,  $y_{ri} = [y_{ri}(k+1) \quad y_{ri}(k+2) \quad \dots \quad y_{ri}(k+N)]^T$ ,  $\beta_i = \text{diag}(\beta_{il})$ ,  $\lambda_j = \text{diag}(\lambda_{jl})$ .

把柔化输出信号的方法直接推广到柔化输入信号中, 在控制增量矩阵中引入柔化矩阵  $Q$ ,

$$Q = \text{diag}(Q_j), \quad (17)$$

其中,  $Q_j = [1 \quad \alpha_j \quad \alpha_j^2 \quad \dots \quad \alpha_j^{M-1}]^T$ ,  $\alpha_j$  为第  $j$  个控制增量的柔化因子 ( $0 \leq \alpha_j \leq 1$ ). 控制增量矩阵变为如下形式:

$$U = Q\Delta u(k). \quad (18)$$

将(14)式和(18)式代入(16)式, 得到广义预测控制律为

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= [H^T H + Q^T \lambda Q]^{-1} H^T \\ &\times [\beta Y_r - G'(z^{-1})\Delta u(k-1) \\ &- D(z^{-1})y(k)], \end{aligned} \quad (19)$$

式中  $H = GQ$ .

### 3.2. 算法分析

对象的期望输出信号通常取作为系统的参考信号, 并且期望输出矩阵  $Y_r$  总可以表示成

$$\begin{aligned} Y_r &= \Phi R = \text{diag}(\Phi_i)R \\ &= \text{diag}([y_{ri}(k+1)/y_{ri}(k) \quad y_{ri}(k+2)/y_{ri}(k) \\ &\quad \dots \quad y_{ri}(k+N)/y_{ri}(k)]^T)R, \end{aligned} \quad (20)$$

其中,  $\Phi_i, \Phi$  为  $k$  时刻存在的确定系数矩阵,  $R = y_r(k) = [y_{r1}(k) \quad y_{r2}(k) \quad \dots \quad y_{rm}(k)]^T$ .

**定理 1** 如果上述多项式矩阵  $A(z^{-1}), B(z^{-1})$  的各项系数均有界, 预测时域  $N$  与控制时域  $M$  已

知,对象期望输出矩阵  $\mathbf{Y}$ ,用(20)式表示.那么,控制律(19)式与对象模型(1)式所构成的闭环系统具有如下性质:若在任意时刻  $k$ ,选取  $\beta_{ii} = \frac{D_{ii}(z^{-1})}{y_{ri}(k+l)/y_{ri}(k)} \Big|_{z=1}$ . 则可得  $\lim_{k \rightarrow \infty} E\{\mathbf{y}(k) - \mathbf{R}\} = \mathbf{0}$ ,系统收敛.

**证明** 将(19)式代入(1)式,得

$$\mathbf{y}(k) = z^{-1} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}(z^{-1}) [\mathbf{I} + z^{-1} \mathbf{S} \mathbf{G}'(z^{-1})]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{B} \mathbf{Y}_r + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{C}(z^{-1}) \boldsymbol{\xi}(k), \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{S} = [\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \boldsymbol{\lambda} \mathbf{Q}^T \mathbf{Q}]^{-1} \mathbf{H}^T$ ,  $\mathbf{T} = \Delta \mathbf{A}(z^{-1}) + z^{-1} \mathbf{B}(z^{-1}) [\mathbf{I} + z^{-1} \mathbf{S} \mathbf{G}'(z^{-1})]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{D}(z^{-1})$ .

由  $\beta_{ii} = \frac{D_{ii}(z^{-1})}{y_{ri}(k+l)/y_{ri}(k)} \Big|_{z=1}$  可知,

$$\boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{D}(z^{-1}) \Big|_{z=1}. \quad (22)$$

$\boldsymbol{\xi}(k)$  为零均值白噪声向量,故有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E\{\mathbf{T}^{-1} \mathbf{C}(z^{-1}) \boldsymbol{\xi}(k)\} = \mathbf{0}. \quad (23)$$

将(20)式、(21)式、(22)式和(23)式代入

$\lim_{k \rightarrow \infty} E\{\mathbf{y}(k) - \mathbf{R}\}$ , 得

$$\begin{aligned} & \lim_{k \rightarrow \infty} E\{\mathbf{y}(k) - \mathbf{R}\} \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} E\{z^{-1} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}(z^{-1}) \\ & \quad \times [\mathbf{I} + z^{-1} \mathbf{S} \mathbf{G}'(z^{-1})]^{-1} \mathbf{S} \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{R} \\ & \quad + \lim_{k \rightarrow \infty} E\{\mathbf{T}^{-1} \mathbf{C}(z^{-1}) \boldsymbol{\xi}(k)\} - \lim_{k \rightarrow \infty} E\{\mathbf{R}\} \\ &= \{\Delta \mathbf{A}(z^{-1}) + z^{-1} \mathbf{B}(z^{-1}) \\ & \quad \times [\mathbf{I} + z^{-1} \mathbf{S} \mathbf{G}'(z^{-1})]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{D}(z^{-1})\}^{-1} \\ & \quad \times z^{-1} \mathbf{B}(z^{-1}) [\mathbf{I} + z^{-1} \mathbf{S} \mathbf{G}'(z^{-1})]^{-1} \\ & \quad \times \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{R} \Big|_{z=1} - \mathbf{R} \\ &= \{\Delta \mathbf{A}(z^{-1}) + z^{-1} \mathbf{B}(z^{-1}) \\ & \quad \times [\mathbf{I} + z^{-1} \mathbf{S} \mathbf{G}'(z^{-1})]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{D}(z^{-1}) \Big|_{z=1}\}^{-1} \\ & \quad \times z^{-1} \mathbf{B}(z^{-1}) [\mathbf{I} + z^{-1} \mathbf{S} \mathbf{G}'(z^{-1})]^{-1} \mathbf{S} \Big|_{z=1} \\ & \quad \times \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{R} - \mathbf{R} \\ &= \{z^{-1} \mathbf{B}(z^{-1}) [\mathbf{I} + z^{-1} \mathbf{S} \mathbf{G}'(z^{-1})]^{-1} \mathbf{S} \Big|_{z=1} \\ & \quad \times \mathbf{D}(z^{-1}) \Big|_{z=1}\}^{-1} \\ & \quad \times z^{-1} \mathbf{B}(z^{-1}) [\mathbf{I} + z^{-1} \mathbf{S} \mathbf{G}'(z^{-1})]^{-1} \mathbf{S} \Big|_{z=1} \\ & \quad \times \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{R} - \mathbf{R} = \mathbf{0}. \quad (24) \end{aligned}$$

至此,定理1证毕.

**推论** 若参考信号均为恒值,选取  $\beta_{ii} = D_{ii}(z^{-1}) \Big|_{z=1}$ . 则可得  $\lim_{k \rightarrow \infty} E\{\mathbf{y}(k) - \mathbf{R}\} = \mathbf{0}$ ,系统收敛.

当参考信号均为恒值时,  $y_{ri}(k+l)/y_{ri}(k) = 1$ ,代入定理1的证明过程,就会证得推论.

由定理1及其推论可知,在任意时刻  $k$  处选取  $\beta_{ii} = \frac{D_{ii}(z^{-1})}{y_{ri}(k+l)/y_{ri}(k)} \Big|_{z=1}$ , 当控制量  $\mathbf{u}(k)$  作用

时间趋于无穷大时,该时刻对象输出  $\mathbf{y}(k)$  就趋于期望值  $\mathbf{y}_r(k)$ . 即只要在每一时刻均选取

$\beta_{ii} = \frac{D_{ii}(z^{-1})}{y_{ri}(k+l)/y_{ri}(k)} \Big|_{z=1}$ , 就可实现对任意形式

参考信号的稳态跟踪控制. 特殊地,选取  $\beta_{ii} = D_{ii}(z^{-1}) \Big|_{z=1}$ , 可实现对恒值参考信号的跟踪控制.

由控制律(19)式的推导过程及结果可知,由于柔化矩阵的引入,不管预测长度如何变化,约束条件的个数只有  $m$  个,且其中的变量仅为  $\Delta \mathbf{u}(k)$ ;其次,控制律中求逆矩阵的维数由常规的  $mM \times mM$  (常规控制律的求逆部分为  $[\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \boldsymbol{\lambda}]^{-1}$ ) 降低为  $m \times m$ ,大大减少了计算量,确保了系统的快速性.为抑制超调,同时考虑  $M$  个预测信息控制指令,而不是只考虑其中的一个,这样抑制超调的效果会更好一些.

#### 4. 仿真研究

Rössler 超混沌系统描述为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay + w, \\ \dot{z} &= b + xz, \\ \dot{w} &= -cz + dw, \end{aligned} \quad (25)$$

式中,参数  $a = 0.25, b = 3, c = 0.5, d = 0.05$ . 由文献[7]知系统有两个正 Lyapunov 指数,分别为 0.11 和 0.02,表明此系统处于超混沌状态.

在 Rössler 超混沌系统的两个状态分量上加入控制量为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay + w + u_1, \\ \dot{z} &= b + xz + u_2, \\ \dot{w} &= -cz + dw, \end{aligned} \quad (26)$$

式中,参数含义及取值与(25)式相同.

设状态分量  $y, z$  分别跟踪参考信号  $y_r = \sin(k), z_r = 2$ . 采用改进的时变遗忘因子递推最小二乘法辨识对象模型,为突出算法收敛性本质被控对象中不加入噪声干扰,运用(19)式计算控制律.令预测时域  $N = 3$ ,控制时域  $M = 1$ ,控制增量加权系数  $\lambda_{ji} = 0.3$ ,部分仿真结果如下:

1) 柔化因子  $\alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 0.2$ , 仿真结果如图

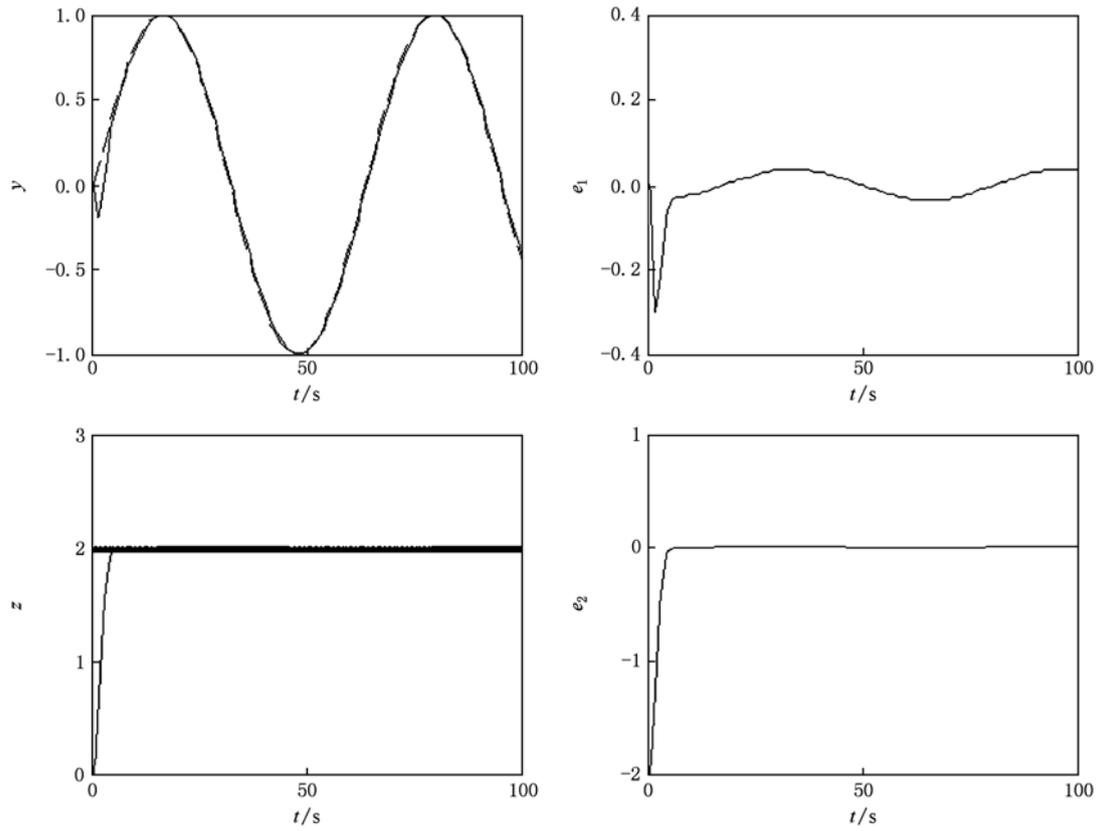


图1  $\alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 0.2$  时仿真结果

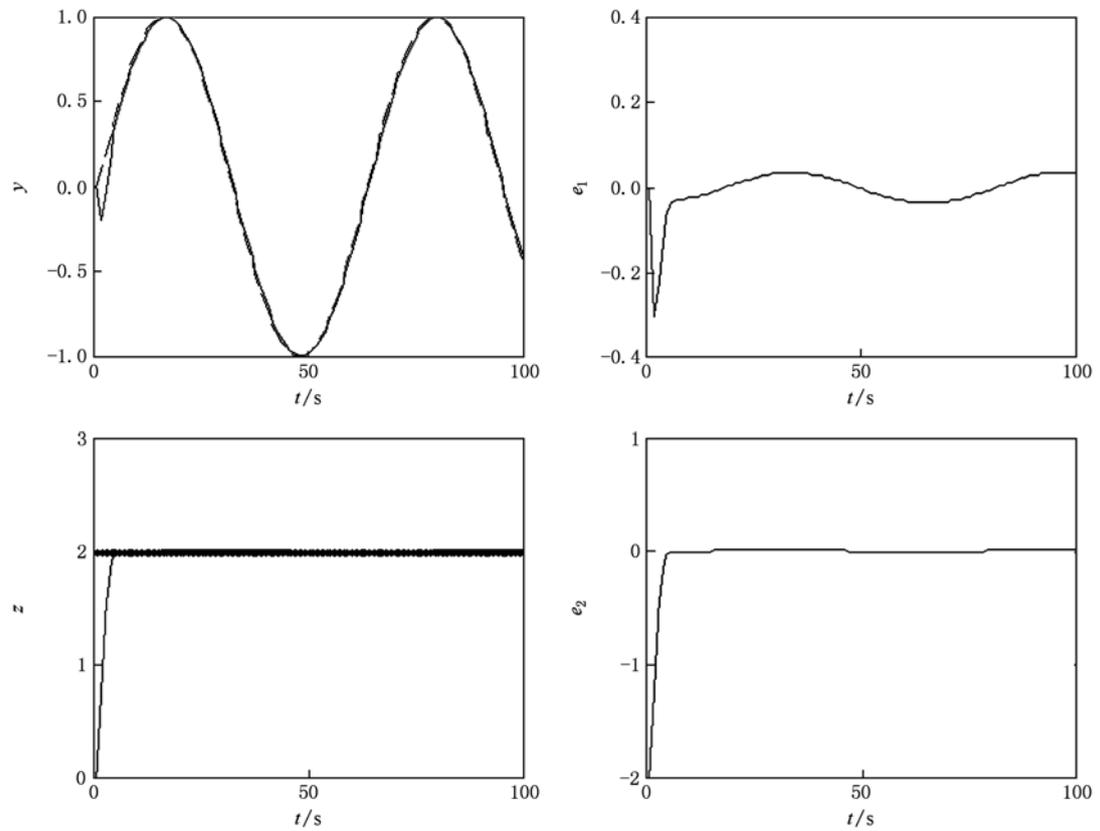


图2  $\alpha_1 = 0.3, \alpha_2 = 0.8$  时仿真结果

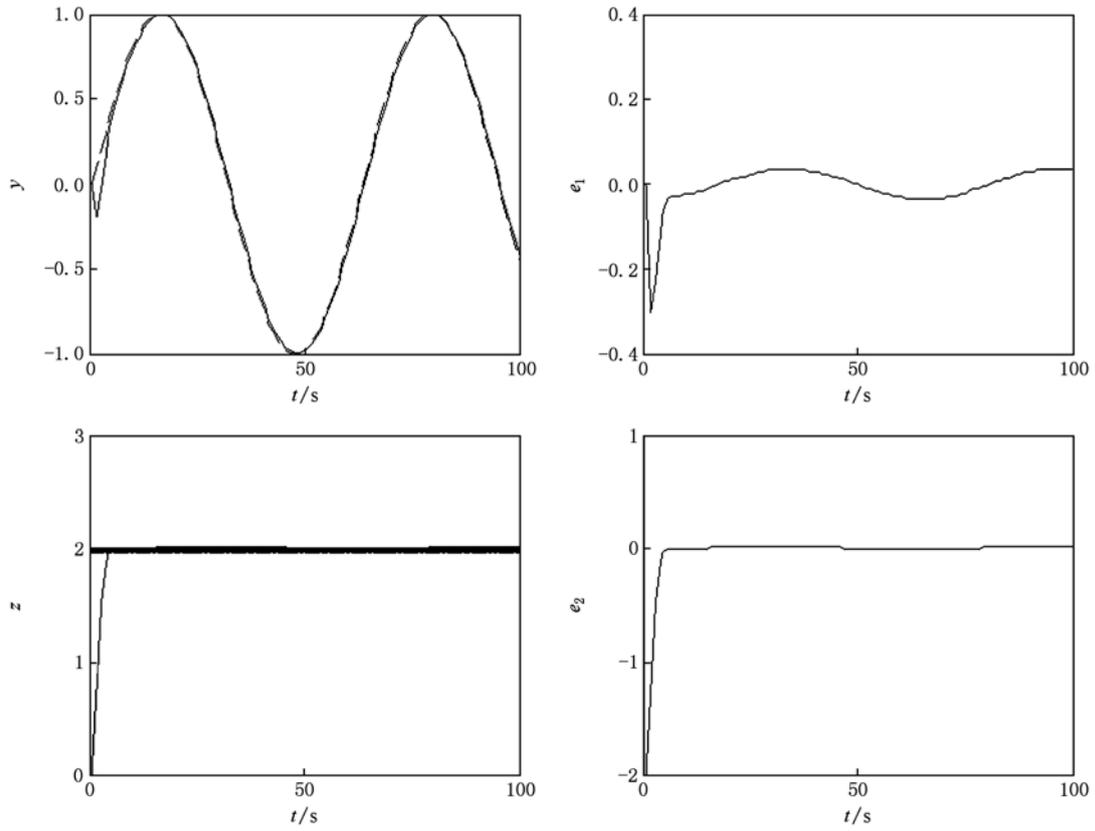


图3  $\alpha_1 = 0.9, \alpha_2 = 0.9$  时仿真结果

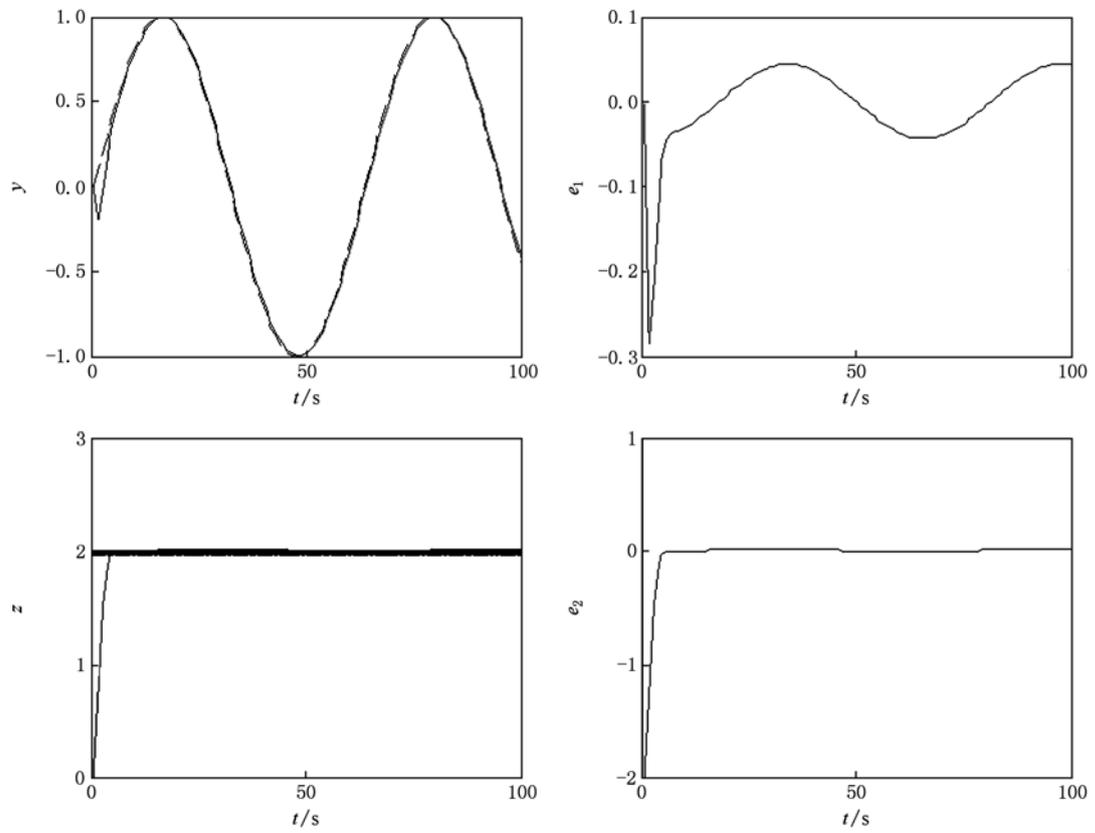


图4 常规控制算法仿真结果

1 所示;

2) 柔化因子  $\alpha_1 = 0.3, \alpha_2 = 0.8$ , 仿真结果如图 2 所示;

3) 柔化因子  $\alpha_1 = 0.9, \alpha_2 = 0.9$ , 仿真结果如图 3 所示.

图中,  $e_1 = y - y_r, e_2 = z - z_r$  分别为输出  $y, z$  的误差信号. 从仿真结果可以看出, 本文提出的控制算法能够使 Rössler 超混沌系统快速有效地跟踪参考信号, 但  $\alpha_j$  值的大小对控制效果影响不大.

选择与上述相同的参考信号和控制参数  $N, M, \lambda_{ji}$ , 得到常规控制算法的仿真结果如图 4 所示. 比较仿真结果, 本文算法控制结果最大稳态误差为 0.0357, 常规算法控制最大稳态误差为 0.0445, 因此本文算法稳态跟踪效果优于常规控制, 而参数  $N, M, \lambda_{ji}$  对控制效果的影响与常规情

况相同.

## 5. 结 论

对于物理可实现的超混沌系统, 总可以构建对角形式的 CARIMA 模型. 本文通过在常规性能指标函数中引入前馈增益矩阵与柔化矩阵, 提出一种基于对角 CARIMA 模型的 Rössler 超混沌系统多变量广义预测控制快速算法. 1) 采用改进的时变遗忘因子递推最小二乘方法在线辨识对象模型, 改善了建模精度; 2) 引入满足定理 1 条件的前馈增益矩阵, 实现对任意形式参考信号的稳态跟踪; 3) 通过引入柔化矩阵, 降低了求逆矩阵的维数, 提高了算法的快速性. 该控制算法对 Rössler 超混沌系统具有很好的控制效果, 且容易编程实现.

- 
- [1] Zhang Y W, Qin S J, Hesketh T 2009 *Chaos, Solitons and Fractals* **39** 1463
- [2] Liu X W, Huang Q Z, Gao X, Shao S Q 2007 *Chin. Phys.* **16** 2272
- [3] Zhu S P, Qian F C, Liu D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2250 (in Chinese) [朱少平、钱富才、刘丁 2010 物理学报 **59** 2250]
- [4] Liu F C, Liang X M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4584 (in Chinese) [刘福才、梁晓明 2005 物理学报 **54** 4584]
- [5] Wen S H, Wang Z, Liu F C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3753 (in Chinese) [温淑焕、王哲、刘福才 2009 物理学报 **58** 3753]
- [6] Wen S H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5209 (in Chinese) [温淑焕 2009 物理学报 **58** 5209]
- [7] Qin J, Yu H J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6828 (in Chinese) [秦洁、于洪洁 2007 物理学报 **56** 6828]
- [8] Zhao L D, Hu J B, Liu X H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2305 (in Chinese) [赵灵冬、胡建兵、刘旭辉 2010 物理学报 **59** 2305]
- [9] Lu C H, Tsai C C 2007 *Journal of Process Control* **17** 83
- [10] Wang Y Q, Zhou D H, Gao F R 2009 *Journal of Process Control* **19** 803
- [11] Ding B C 2008 *Predictive Control Theory and Methods* (Beijing: China Machine Press) p54 (in Chinese) [丁宝苍 2008 预测控制的理论与方法 (北京:机械工业出版社) 第 54 页]
- [12] Zheng D Z 2002 *Linear System Theory (Second Edition)* (Beijing: Tsinghua University Press) p441 (in Chinese) [郑大钟 2002 线性系统理论 (第 2 版) (北京:清华大学出版社) 第 441 页]
- [13] Li Q A, Chu J 2006 *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)* **40** 541 (in Chinese) [李奇安、褚健 2006 浙江大学学报 (工学版) **40** 541]

# A fast algorithm for multivariable generalized predictive control of Rössler hyperchaotic system\*

Chen Zhi-Wang<sup>1)</sup> Liu Wen-Long<sup>1)2)†</sup>

1) (*Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China*)

2) (*The Applied Technology College of Daqing Petroleum Institute, Qinhuangdao 066004, China*)

(Received 13 August 2010; revised manuscript received 13 September 2010)

## Abstract

A kind of fast multivariable generalized predictive control algorithm for Rössler hyperchaotic system is proposed. The chaotic system with improved recursive least squares parameter of time-varying forget factor is identified, then the output signals of the system follow fast the reference ones for the application of the feedforward gain matrix and softing coefficient matrix in regular performance index function of multivariable generalized predictive control. Moreover, the reduction of inverse matrix dimensions leads to smaller amount of computation of the algorithm. The simulation results show the effectiveness and practicability of this algorithm.

**Keywords:** generalized predictive control, Rössler hyperchaotic system, feedforward gain matrix, softing coefficient matrix

**PACS:** 05.45.Gg

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60774018), and the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. F2010001322).

† Corresponding author. E-mail: liuwenlong1980@126.com