

声光可调滤波器的超声波频率协调关系的研究*

李士军¹⁾ 任玉²⁾ 卢俊²⁾ 蔡红星^{2)†}

1) (吉林农业大学信息技术学院, 长春 130118)

2) (长春理工大学理学院, 长春 130022)

(2010年8月5日收到; 2010年12月20日收到修改稿)

本文利用核函数非线性映射原理,重新设计出高维空间中的超声波频率协调关系.通过对Chang理论和Gass修正理论的具体分析,得出其超声波频率协调关系相对原始公式的偏差,由此得出两理论的不足;为明确超声波频率与入射光角度和入射光波长之间的关系,并使其得到简化,利用非线性映射原理使原始数据样本映射到高维核空间中,将非线性问题转化为线性问题,得到适合的核函数,改进了超声波频率的协调关系.

关键词: 核函数, 非线性映射, 超声波协调关系, 声光可调滤波器

PACS: 42.79.Jq, 78.20.hb, 42.70.Mp

1. 引言

声光可调滤波器(AOTF)^[1-5]的分光原理体现为换能器输入的超声波频率与被衍射的光波一一对应,即当超声波入射角一定时,对应一个确定的超声波频率值,有唯一的入射光被衍射,达到分光作用,这就是超声波频率协调关系.而声光可调滤波器中的超声波频率与超声波入射角、入射光波长是非线性关系,很难看出三个物理量间的变化关系.

最小二乘回归分析^[6]方法是一种最常见的分析、预测复杂系统的方法.但在实际应用中,当因变量与自变量间是非线性关系时,这种方法不再适用,核方法^[7,8]为解决这一难题提供了有效的办法,可以在通过核函数映射产生的隐含特征空间中,利用线性技术设计出非线性的信息处理算法.核函数非线性映射在许多领域都得到了广泛的应用^[9-13],它是经过一个非线性映射将原空间的数据映射到一个高维的核空间中,使不可分的数据转化为可分,从而提高算法性能.

本文利用核方法对声光可调滤波器中超声波协调关系进行高维核空间映射,将非线性超声波协调关系转化为线性关系,使其得到有效的简化.

2. 超声波协调关系

对声光互作用^[14-16]的研究起源于上世纪30年代,它分为两类:正常(或各向同性)声光互作用和反常(或各项异性)声光互作用.本文研究的晶体为各项异性介质,光束在介质中发生的衍射为反常声光互作用,即反常布拉格衍射,必须由非线性极化矢量与应变之间的关系来描述,并从参量互作用基本方程^[17]出发建立相应的理论.张以拯(Chang)基于这种反常布拉格衍射原理提出了声光可调滤波的设计思想.

反常布拉格衍射中入射光波矢量 k_i 不等于衍射光波矢量 k_d ,相应的几何关系比正常布拉格衍射复杂得多.其动量三角形闭合条件如图1所示,图中 K 是超声波波矢, θ_i 和 θ_d 分别为入射光与衍射光与晶体光轴的夹角,由图中各矢量的几何关系得到狄克逊(Dixon)方程,由狄克逊方程整理得到超声波频率的原始公式即超声波频率的协调关系为

$$f_{a1} = (V_a/\lambda_0) [n_i^2 + n_d^2 - 2n_i n_d \cos(\theta_d - \theta_i)]^{-1/2}, \quad (1)$$

其中 λ_0 为入射光波长, V_a 为超声波声速, n_i 和 n_d 是入射光折射率和衍射光折射率,都是 θ_i 和 θ_d 的函数.(1)式表达了声光可调滤波器的基本原理:当超

* 国家科技攻关项目(批准号:2007BA107A00-1)资助的课题.

† 通信联系人. E-mail: cionsz@126.com

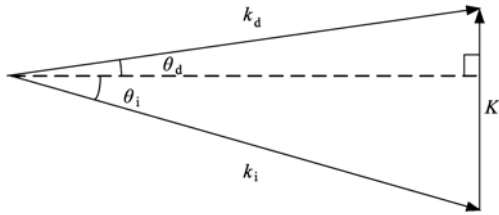


图1 相位匹配条件

声波频率一定时,有唯一的入射光波长被衍射,达到分光目的.

3. Chang 模型^[18]与 Gass 修正模型^[19]

1974 年 Chang 提出了非共线声光可调滤波器的设计思想,认为在非同向相互作用可调滤波器中,平均入射角 θ_i 总是大于 10° ,因而忽略晶体的旋光性^[20],超声波频率公式简化为

$$f_{a2} = (V_a/\lambda_0)(n_e - n_o)(\sin^4\theta_i + \sin^2 2\theta_i)^{1/2} \quad (2)$$

o 光、e 光的折射率 n_o, n_e 都是波长 λ_0 的函数.

1991 年, Gass 指出 Chang 的设计公式对折射率取了一级近似,使设计公式在相对简化的同时引入了很大的误差,这影响了非共线声光可调滤波器的设计精度. 因此他对超声波频率公式进行了修正,得到修正模型

$$f_{a3} = - (V_a B_i / \lambda_0) (C_i + \{ C_i^2 + [(n_o/n_e)^2 - 1] D_i \}^{1/2}), \quad (3)$$

这里

$$B_i = (\cos^2\theta_i/n_o^2 + \sin^2\theta_i/n_e^2)^{-1/2},$$

$$C_i = -\cos(\theta_i - \theta_a), \quad D_i = \sin^2\theta_i.$$

θ_a 是超声波角度, Gass 的修正理论考虑了晶体的旋光性,但忽略了高次项.

受考虑晶体旋光性的影响,超声波频率相对于 Chang 理论中的超声波频率有一定的变化,哪一种理论模型更接近真实情况,我们还需将两理论与原始理论进行对比.

4. Chang 模型与 Gass 修正模型的偏差

由于入射光折射率、衍射光折射率以及衍射光角度的函数中都包含旋光率一项,因此当考虑晶体的旋光性时,这些物理量都有一定的变化. 由(1)式可以得到在考虑晶体旋光性而不忽略超声波频率高次项的情下,超声波协调关系的具体变化趋势如图 2 所示.

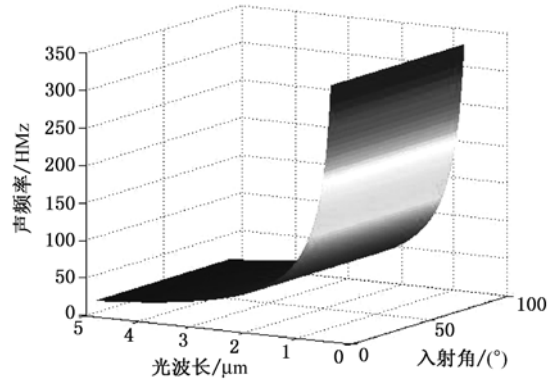


图2 原始公式中超声波频率-入射光波长-入射光极角三者关系

将(1)式减(2)式,即令 $\Delta f_1 = f_{a1} - f_{a2}$, 得到 Chang 理论相对于原始公式的具体偏差,即忽略旋光性对超声波频率的影响.

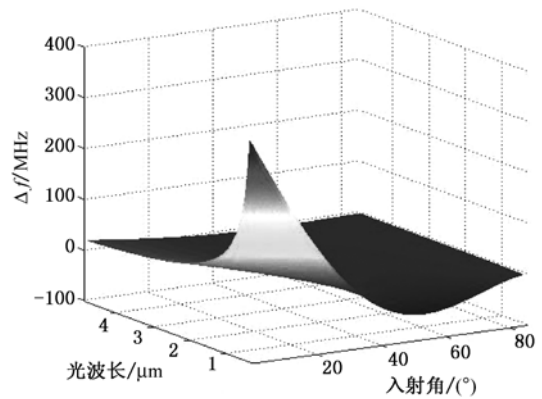


图3 Δf_1 与入射光极角和入射光波长三者间的关系

可以看出, Chang 理论中的超声波频率公式相对于原始公式的偏差随入射光波长的增加而减小,在波长小于 $1 \mu\text{m}$ 的范围内最小偏差也能达到 200 MHz 左右;当入射光角小于 37° 时, Δf_1 随入射角度的增大而减小,入射光角度小于 20° 时,最小偏差可达到 150 MHz 左右;在入射光角度大于 37° 的范围内, Δf_1 小于 50 MHz. 然而我们对入射角度的设计要保持在 54° 以内,此时晶体的旋光性影响较大.

同理,令 $\Delta f_2 = f_{a1} - f_{a3}$, 可得到超声波频率中引入晶体的旋光性,但忽略其高次项时相对原始公式的具体偏差.

由图 4 可知在考虑晶体的旋光性而忽略超声波频率的高次项后,相对原始公式的偏差也很大. 可见 Gass 修正模型也不能准确的说明超声波的协调关系.

基于以上仿真分析得到 Chang 和 Gass 两模型

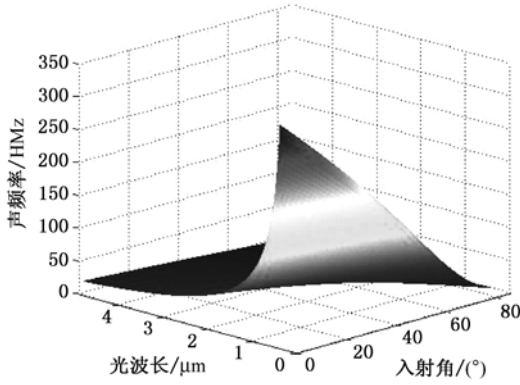


图4 Δf_2 与入射光极角和入射光波长三者间的关系

的超声波频率在选定的光谱范围内有大量的数据丢失. 为明确超声波频率随入射光波长和入射光角度的变化关系, 需从原始公式入手, 然而该公式比较复杂, 很难看出三个物理量间的变化关系, 因此我们对图 2 进行非线性映射, 得到准确、简单的超声波频率协调关系.

5. 核函数非线性映射(nonlinear mapping)

在遇到一些因变量集合与自变量集合之间存在非线性关系的情况, 这时, 若采用最小二乘回归分析^[12]就很难得到较理想的回归模型, 因此有必要对非线性回归模型进行深入探讨. 解决这种问题的有效办法就是核方法, 已知的样本数据可以在通过核函数映射产生的隐含特征空间中, 利用线性技术设计出非线性的信息处理算法.

非线性映射即核函数映射^[21], 是把样本数据从输入空间映射到某一高维的特征空间中, 在高维特征空间中, 样本看成是线性可分时, 不要求知道该非线性映射的具体方式, 只要在特征空间中, 任意两个特征点的内积都可以表示为其所对应的输入空间中样本点的核函数的函数值, 具体来说核方法的基本思想是: 对于原空间中不可分的数据, 首先经过一个非线性映射将原空间的数据映射到一个高维的特征空间即核空间中, 只要选择满足条件^[22, 23]的核函数, 就可以在这个特征空间中隐含地进行运算, 实现数据在高维空间中的线性分类, 这样就可以利用一些线性算法来实现相对于原空间为非线性的算法, 从而提高算法的性能, 大大增强了非线性数据处理能力. 从本质上讲, 核方法实现了数据空间、特征空间和类别空间之间的非线性变换.

非线性映射往往是非常复杂的, 但依据核方法理论, 使得在这些高维的特征空间中只需进行内积运算而不必直接显式计算, 如果后续的处理能够只用内积来实现, 这样就能处理较高的维数, 另一方面特征空间中的线性问题的计算复杂度并没有增加, 并且与它的维数无关, 从而简化了计算.

本文利用核函数非线性映射的方法对超声波频率协调关系进行简化设计. 由图 2 可知超声波频率根本上是随入射光波长和入射光角度变化的函数, 但该空间中的数据不可分, 需找到一个高维核空间, 对比 Chang 和 Gass 两理论, 要求该核函数引起的偏差不大于 5 MHz. 幂级数是常用的核函数因子, 将 λ 和 θ_i 的幂级数利用凑试法得到两个矩阵 $(\theta_i^4, \theta_i^3, \theta_i^2, \theta_i^1, 1)$ 和 $(1/\lambda^3, 1/\lambda^2, 1/\lambda, \lambda, 1)$, 两矩阵的内积构成了核空间, 将原空间的数据映射到这个核空间中得到

$$\begin{aligned}
 f_{a1} = & a_1\theta_i^4/\lambda^3 + a_2\theta_i^3/\lambda^3 + a_3\theta_i^2/\lambda^3 + a_4\theta_i/\lambda^3 \\
 & + a_5/\lambda^3 + b_1\theta_i^4/\lambda^2 + b_2\theta_i^3/\lambda^2 + b_3\theta_i^2/\lambda^2 \\
 & + b_4\theta_i/\lambda^2 + b_5/\lambda^2 + c_1\theta_i^4/\lambda + c_2\theta_i^3/\lambda \\
 & + c_3\theta_i^2/\lambda + c_4\theta_i/\lambda + c_5/\lambda + d_1\theta_i^4 \\
 & + d_2\theta_i^3 + d_3\theta_i^2 + d_4\theta_i + d_5, \quad (4)
 \end{aligned}$$

其中 $a_1 - a_5, b_1 - b_5, c_1 - c_5, d_1 - d_5$ 都是待定参数. 利用(4)式的核函数得到映射图像 5.

该核函数引起的偏差如图 6 所示.

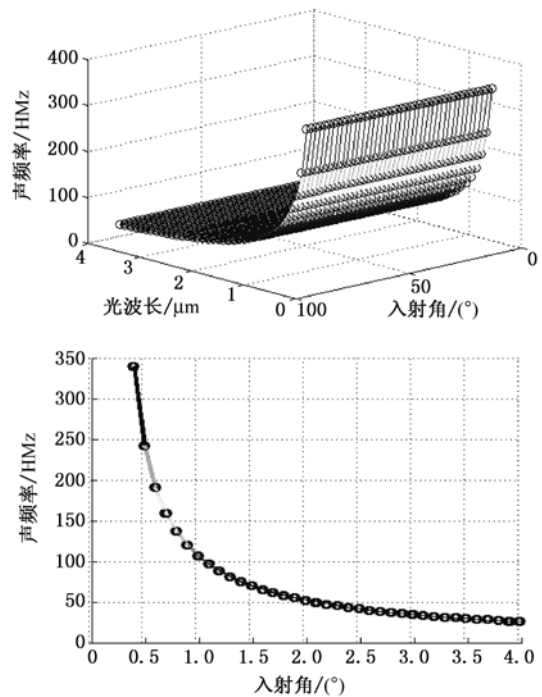


图5 超声波频率曲面非线性映射

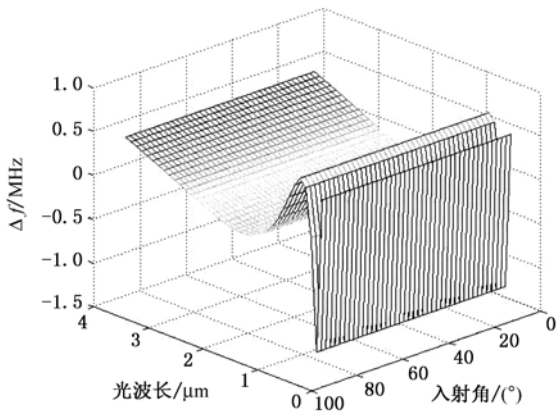


图6 偏差分析

可知该核函数引起的偏差小于 ± 1.5 MHz, 在入射光波长大于 $1 \mu\text{m}$ 的范围内曲面拟合的精确度更高, 偏差小于 ± 0.5 MHz, 达到预期目标, 可见该解析表达式比较逼近已知数据, 使超声波频率协调关系得到简化.

基于核函数的非线性映射计算出了各参数值, 如表 1 所示. 可以看出超声波频率的所有数据虽映射到高维空间上, 但维数较高, 使得映射出的核函数较为复杂, 因此需要对其进行进一步的简化.

表 1 中各参数取对数得到 a_i, b_i, c_i, d_i 的一组曲线如图 7 所示.

表 1 参数表

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
-1.1125×10^{-9}	2.0733×10^{-7}	-1.0662×10^{-5}	9.4813×10^{-5}	9.4960
b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
2.0093×10^{-9}	-3.7519×10^{-7}	1.9315×10^{-5}	-1.7416×10^{-4}	-14.882
c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
-5.7058×10^{-9}	1.0555×10^{-6}	-5.3661×10^{-5}	4.5400×10^{-4}	-2.529×10^{-5}
d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
2.9513×10^{-10}	-5.5118×10^{-5}	2.8437×10^{-6}	114.4996	-2.1622

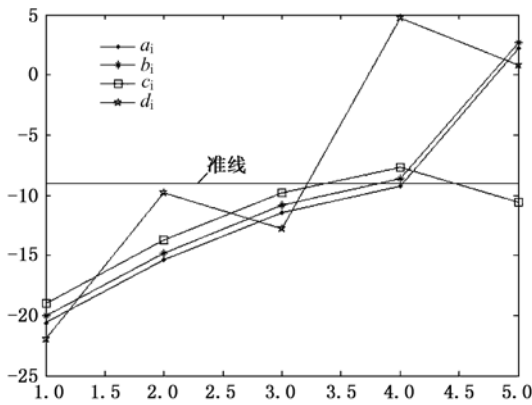


图 7 参数

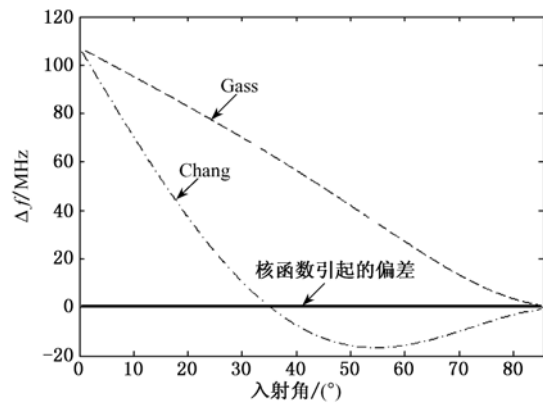


图 8 三种模型的偏差

保留准线以上的参数, 准线以下的参数由于其数量级较低可以忽略, 得到简化核函数为

$$f_{\text{al}} = 9.4960/\lambda^3 + 1.7416 \times 10^{-4}\theta_i/\lambda^2 - 14.8820/\lambda^2 + 4.5400 \times 10^{-4}\theta_i/\lambda + 114.4996/\lambda - 2.529 \times 10^{-5}\theta_i - 2.1622. \quad (5)$$

图 8 是三种模型的偏差对比图, 从中可以看出给出的核函数模型的偏差相对 Chang 模型与 Gass 模型的偏差非常小, 三种模型的偏差放在同一图像中, 核函数模型的偏差曲线几乎为一条直线, 因此

给出的核函数模型相对 Chang 和 Gass 模型更加完备. 超声波频率的协调关系函数成功的简化成高次多项式, 并且针对不同的精度要求, 根据函数中各个参数的权重大小调整其表达形式, 有利于它在工程上的应用.

6. 结 论

本文分析了对 Chang 模型和 Gass 修正理论中

超声波频率协调关系的具体分析,得出两公式存在很大偏差,因此需对原始公式进行分析.为明确超声波频率随入射光波长和入射光角度的具体变化关系,作者对原始公式的数据进行高维核空间映

射,从而得到比较完善的核函数,并对其简化,改进了超声波频率的协调关系,为以后的实验研究奠定理论基础.

- [1] Dixon R W 1967 *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-3** 85
- [2] Huang Y, Zhang W, Wang Y, Huang Y D, Peng J D 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1737 (in Chinese) [黄 俨、张 巍、王 胤、黄翊东、彭江得 2008 物理学报 **57** 1737]
- [3] Liu H, Yao J Q, Zheng F H, Lu Y, Wang P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 237 (in Chinese) [刘 欢、姚建铨、郑芳华、路 洋、王 鹏 2007 物理学报 **56** 237]
- [4] Xu J P 1982 *The principle of acousto-optic devices, design and application* (Beijing: Science Press) p4—12 (in Chinese) [徐介平 1982 声光器件的原理、设计和应用(北京:科技出版社)第4—12页]
- [5] Yang W, Liu Y, Xiao L F, Gao S L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1035 (in Chinese) [杨 薇、刘 迎、肖立峰、高树理 2009 物理学报 **58** 1035]
- [6] Zeng S, Bi K, Xue S, C, Sun J, Lü X H, Li D R, Luo Q M 2006 *Rev. Sci. Instrum.* **78** 015103 (in Chinese) [曾绍群、毕 昆、薛松超、孙 健、吕晓华、李德荣、骆清铭 2006 分析仪器评论 **78** 015103]
- [7] He Z H, Lian W L, Wu M J 2006 *Journal of Near Infrared Spectroscopy* **14** 45
- [8] Dixon R W 1967 *IEEE Journal of Quantum Electronics* **3** 85
- [9] Takabayashi K, Takada K, Hashimoto N 2004 *Electronics Letters* **40** 1187
- [10] Harris S E, Wallace R W 1969 *Journal of the Optical Society of America* **59** 744
- [11] Gass P A, Sambler J R 1991 *Opt. Lett.* **16** 429
- [12] Hwang W S, Weng J 1999 *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence* **21** 386
- [13] Mika S, Ratsch G, Weston J, Schölkopf B, Müller K R 1999 *Proc of the 1999 IEEE Signal Processing Society Workshop Madison*, 41248
- [14] Scholkopf B, Mika S, Burges C J C 1990 *IEEE Trans on Neural Networks* **10** 100021017
- [15] Rosipal R, Trejo L J 2001 *J. of Machine Learning Research* **2** 972123
- [16] Vapnik V N 1999 *The nature of statistical learning theory* Second Edition (New York: Springer2 Verlag)
- [17] Vapnik V N 1998 *Statistical Learning Theory* (New York: John Wiley & Sons)
- [18] Scholkopf B, Smola A J 2001 *Advances in Neural Information Processing Systems* (Cambridge MA: MIT Press)
- [19] Zein A, Raetsch G, Mika S, Lengauer T, Müller K R 2000 *Bioinformatics* **16** 7992807
- [20] Jaakkola T, Diekhaus M, Haussler D 2000 *J. of Computational Biology* **7** 952114
- [21] Tsuda K, Akaho S, Kawanabe M, Müller K P 2004 *Neural Computation* **16** 1152137
- [22] Tsuda K, Kawanabe M, Ratsch G, Sonnenburg S, Müller K R 2002 *Neural Computation* **14** 239722414

Ultrasonic frequency coordination relation of the acousto-optic tunable filter^{*}

Li Shi-Jun¹⁾ Ren Yu²⁾ Lu Jun²⁾ Cai Hong-Xing^{2)†}

1) (*School of Information Technology, Jilin Agricultural University, Changchun 130118, China*)

2) (*School of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China*)

(Received 5 August 2010; revised manuscript received 20 December 2010)

Abstract

In this paper, the ultrasonic frequency coordination relation has been re - designed in the high - dimensional space by the principle of Kernel function nonlinear mapping. The relative deviation of ultrasonic frequency coordination relation from the original formula has been obtained by analyzing I. C. Chang theoretical model and P. A. Gass revised theoretical model concretely, thereby indicating the inadequacy of the two theoretical models; Using the principle of the nonlinear mapping to map the original data samples into a high dimensional kernel space, in other words, translating the nonlinear problem into a linear problem can clarify the relationships not only between ultrasonic frequency and incident angle but also between ultrasonic frequency and optical wavelength, leading to an appropriate kernel function and the improved coordination of the ultrasonic frequency relation.

Keywords: kernel function, nonlinear mapping, ultrasonic frequency coordination relation, acousto-optic tunable filter

PACS: 42. 79. Jq, 78. 20. hb, 42. 70. Mp

^{*} Project supported by the National Scientific Key Project (2007BA107A00-1).

[†] Corresponding author. E-mail: cionsz@126.com