

## 离子通道摇摆电子束流激发的纵向慢波不稳定性\*

王振宇 唐昌建<sup>†</sup>

(四川大学物理科学与技术学院, 成都 610065)

(2010年3月24日收到; 2010年6月21日收到修改稿)

考虑相对论电子束入射等离子体所产生的离子通道的具体结构, 利用线性电磁流体力学理论对离子通道摇摆电子束激发的纵向慢波电磁不稳定性进行研究. 通过对导出的系统色散关系的数值分析, 给出了系统中电磁波、空间电荷波以及两者在一定条件下相互作用形成的电磁-静电混合模式的传播特性. 研究发现系统在慢波区域存在电磁不稳定性, 并揭示此慢波不稳定性是由电子束的 betatron 振荡所导致, 且系统的不稳定性程度与 betatron 振荡频率密切相关. 对 betatron 振荡激发的慢波电磁不稳定性物理机理进行了分析, 并给出了不稳定性存在的条件. 在论文的最后通过改变参数, 给出了不同电子束能量所对应的不稳定性幅值和不稳定频率区域, 对相关的物理问题进行了讨论.

**关键词:** 离子通道, betatron 振荡, 电磁不稳定性

**PACS:** 52. 27. Ny, 52. 35. - g, 52. 59. - f

## 1. 引言

相对论电子束 (REB) 在等离子体中传输时束、波、等离子体三者之间的相互作用, 一直是科学界相关领域研究十分关注的课题. 由此发展起来了离子通道激光 (ICL)<sup>[1,2]</sup>, 离子波纹激光 (IRL)<sup>[3,4]</sup>, 离子通道电子回旋脉塞 (ICECM)<sup>[5-7]</sup>, 等离子体辅助慢波振荡器 (PASOTRON)<sup>[8,9]</sup>, 离子通道自由电子激光<sup>[10-12]</sup> 等相互作用机理和实验及器件, 加速了高功率微波实验和器件的发展. 由于束、波、等离子体三者相互作用产生辐射的机理较为复杂, 一直是相关领域研究的热点问题<sup>[13-16]</sup>. 文献[17]曾研究过电子束坐标系下束-离子通道-中性气体系统中波的传播关系, 文献[18,19]也研究过无界区域中电磁波与相对论电子束相互作用的机理. 然而, 在相对论电子束入射等离子体所产生的离子通道的具体结构中波的传播特性, 以及由束、波、等离子体三者之间的相互作用导致的电磁辐射的机理尚不明确<sup>[20,21]</sup>.

本文的目的是研究在相对论电子束入射等离子体所产生的离子通道的具体结构中波的传播特性, 并进一步揭示电磁波与空间电荷波相互作用带

来的不稳定性. 本文采用线性电磁流体理论研究了无外加磁场时, 理想束-离子通道-等离子体系统中相对论电子束的三维扰动, 在考虑空间电荷效应和离子通道效应的基础上, 导出了系统中波的色散方程. 并通过数值计算, 给出了系统的色散曲线. 分析发现, 系统中同时存在电磁波、空间电荷波的相互作用并导致电磁-静电混合模式的出现, 同时计算结果表明系统中存在慢波电磁不稳定性, 且首次揭示这种不稳定性存是由 betatron 振荡所导致, 不稳定程度与 betatron 振荡频率密切相关. 分析了系统中各支波传播情况的物理机理, 同时讨论 betatron 振荡引发系统不稳定性的物理机理. 通过改变参数计算, 给出不同电子束能量所对应系统的不稳定性幅值和稳定区域, 并分析了相应的物理机理.

## 2 束-离子通道-等离子体系统的电磁色散关系

束-离子通道-等离子体系统的结构如图 1 所示. 系统采用圆柱坐标系, 最外层的深棕色区域 I 为等离子体, 浅棕色区域 II 为离子通道, 最内层白色区域 III 为相对论电子束. 通道中正离子电场可

\* 国家科技部项目 (批准号: 2009GB105003) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: tchangjian@scu.edu.cn

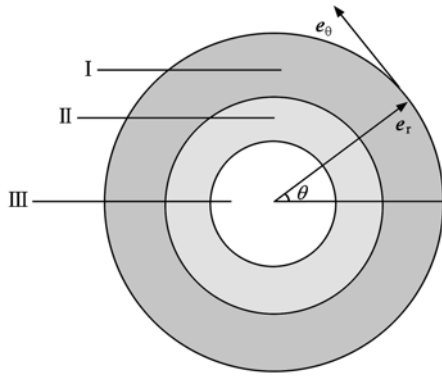


图1 束-离子通道-等离子体系统结构

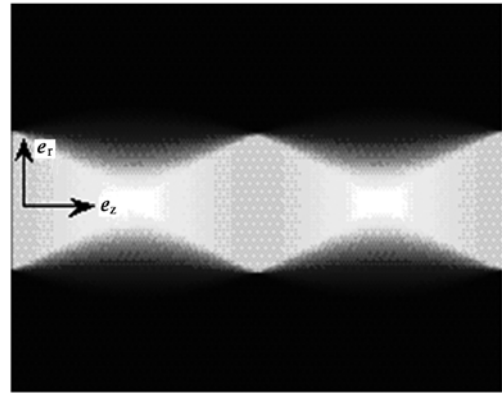


图2 电子束 Betatron 振荡示意图

表示为  $E_{i0} = n_p e r e_r / 2 \epsilon_0$  电子束自磁场为  $B_{i0} = -v_0 n_b e r e_\theta / 2 c \epsilon_0$ , 束流空间静电场为  $E_{l0} = -n_p e r e_r / 2 \epsilon_0$ . 其中,  $m_e$  为电子静质量,  $e$  为单位电荷电量,  $v_0$  为电子束初速度,  $\gamma$  为束流相对论因子,  $n_p$  为实验室坐标下等离子体密度,  $r$  为实验室坐标系下电子位置. 在离子空间电荷力、束流空间电荷力和束流自磁力的作用下电子束做周期性振荡, 该振荡被称为 betatron 振荡. betatron 振荡的方程为

$$m_e \frac{d^2 r}{dt^2} = -e \left( \frac{n_p e}{2 \epsilon_0} e_r - \frac{e n_b}{2 \epsilon_0} e_r - v_0 \times \frac{v_0 n_b e}{2 \epsilon_0 c} e_\theta \right) r,$$

方程的解为  $r_b = r_0 \cos(\omega_i t / \sqrt{2\gamma})$ . 其中,  $r_0$  为束电子在初始时刻相对离子通道轴的位移,  $\omega_i$  为实验室坐标系下通道内 betatron 振荡频率, 满足  $\omega_i^2 = \omega_p^2 - \omega_b^2 / \gamma^2$ ,  $\omega_p^2 = n_p e^2 / \epsilon_0 m_e$  为等离子体电子振荡频率,  $\omega_b^2 = n_b e^2 / \epsilon_0 m_e$  为束电子振荡频率. 电子束的 betatron 振荡的示意图如图 2. 系统中各物理量均可写为稳态量和扰动量叠加的形式, 电场为  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{i0} + \mathbf{E}_i + \tilde{\mathbf{E}}$ , 磁场为  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \tilde{\mathbf{B}}$ , 束坐标系中电子位置矢量  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_b + \tilde{\mathbf{r}}$ . 其中,  $\mathbf{r}_b$  是描述电子在通道中做 betatron 运动的位置矢量,  $\tilde{\mathbf{r}}$  为高频场  $\tilde{\mathbf{E}}, \tilde{\mathbf{B}}$  引起的电子扰动位移. 束电子速度可表示为  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \tilde{\mathbf{v}}$ , 束电子运动方程可展开为

$$\gamma m_e \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e \left[ \left( \frac{n_p e}{2 \epsilon_0} - \frac{e n_b}{2 \epsilon_0} - (\mathbf{v}_0 + \tilde{\mathbf{v}}) \times \frac{v_0 n_b e}{2 \epsilon_0 c} \right) \times (\mathbf{r}_b + \tilde{\mathbf{r}}) + \tilde{\mathbf{E}} + (\mathbf{v}_0 + \tilde{\mathbf{v}}) \times \tilde{\mathbf{B}} \right] + e \frac{v_0^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}}_z e_z. \quad (1)$$

在本文的研究中, 将通道中的电子束视为近轴电子束, 即在不扰动的情况下电子均位于离子通道轴上, 当系统中存在高频扰动时, 扰动场将电子从通

道轴上推离, 从而使电子作 betatron 振荡. 在这种情况下, 电子 betatron 振荡的幅值与高频电场引起的电子径向扰动的幅值相当, 故可将 betatron 振荡引起的扰动和电场引起的扰动合并为一个扰动量处理<sup>[9]</sup>, 即  $\tilde{\mathbf{r}} = \tilde{\mathbf{r}}' + \mathbf{r}_b$ , 电子在实验室坐标系中的运动方程可被写为

$$\gamma m_e \left( \frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{\mathbf{v}} = -e (\tilde{\mathbf{E}} + \mathbf{v}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}) - \frac{\omega_i^2}{2\gamma} \tilde{\mathbf{r}} + e \frac{v_0}{c^2} \mathbf{v}_0 \cdot \tilde{\mathbf{E}}. \quad (2)$$

假设系统中各扰动量均具有行波形式  $\exp\{j(\omega t - kz \pm l\theta)\}$ ,  $\omega$  为角频率,  $k$  为纵向波数,  $l$  为角向波数. 在电子束区域, 将线性化 Maxwell 方程组、电荷连续方程和电子运动方程(1)式联立, 经过适当处理可得

$$(\omega - kv_0)^2 \delta\omega \nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}} = \frac{\omega_b^2}{\gamma^2} (\omega - kv_0) \nabla_{\perp} \times (\tilde{\mathbf{E}}_{\perp} + \mathbf{v}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_{\perp}) - jk \frac{\omega_b^2}{\gamma^3} \delta\omega \tilde{E}_z, \quad (3)$$

$$\delta\omega (\omega - kv_0)^2 \nabla \times \tilde{\mathbf{B}} = j \frac{\omega_b^2}{c^2} \delta\omega (\omega - kv_0)^2 \tilde{\mathbf{E}} - j \frac{\omega_b^2}{\gamma^3 c^2} \omega \delta\omega \tilde{E}_z e_z - j(\omega - kv_0)^2 \frac{\omega_b^2}{\gamma c^2} \times (\tilde{\mathbf{E}}_{\perp} + \mathbf{v}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_{\perp}) + \frac{\omega_b^2}{\gamma c^2} \mathbf{v}_0 (\omega - kv_0) \nabla_{\perp}$$

$$\times (\tilde{\mathbf{E}}_{\perp} + \mathbf{v}_0 \times \tilde{\mathbf{B}}_{\perp}), \quad (4)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -j\omega \tilde{\mathbf{B}}, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}} = 0, \quad (6)$$

其中  $\delta\omega = \omega - kv_0 - \frac{\omega_i^2}{2\gamma(\omega - kv_0)}$  为考虑 betatron 效应时的 Doppler 频移。

对以上四式进行适当的处理,可得

$$\nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{E}}_z + jk \tilde{\mathbf{E}}_{\perp} = -j\omega (\mathbf{e}_z \times \tilde{\mathbf{B}}_{\perp}), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \delta\omega (\nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{B}}_z + jk \tilde{\mathbf{B}}_{\perp}) = & -j \frac{\omega_b^2}{\gamma c^2} (\mathbf{e}_z \times \tilde{\mathbf{E}}_{\perp} - v_0 \tilde{\mathbf{B}}_{\perp}) \\ & + j \frac{\omega}{c^2} \delta\omega \mathbf{e}_z \times \tilde{\mathbf{E}}_{\perp}. \end{aligned} \quad (8)$$

由(6),(7)式,可得电子束中横向与纵向扰动场的关系

$$\tilde{\mathbf{B}}_{\perp} = j \frac{1}{\alpha_1} (\alpha_2 \mathbf{e}_z \times \nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{E}}_z + \alpha_3 \nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{B}}_z), \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\perp} = j \frac{1}{\alpha_1} (\lambda_2 \nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{E}}_z + \lambda_3 \mathbf{e}_z \times \nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{B}}_z), \quad (10)$$

其中

$$\alpha_1 = \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \right) \delta\omega - \frac{\omega_b^2}{\gamma c^2} (\omega - kv_0),$$

$$\alpha_2 = \frac{\omega_b^2}{\gamma c^2} - \frac{\omega}{c^2} \delta\omega,$$

$$\alpha_3 = -k \delta\omega,$$

$$\lambda_2 = \frac{\omega_b^2}{\gamma c^2} v_0 - k \delta\omega,$$

$$\lambda_3 = \omega \delta\omega.$$

由于电子束纵向速度远大于横向速度, TM 波最有可能与电子束进行纵向能量交换<sup>[22]</sup>, 将(3),(8),(9)式及  $\tilde{\mathbf{B}}_z = 0$  代入(4)式,可得纵向电场波动方程

$$\begin{aligned} \left( 1 + k \frac{\theta_3}{\theta_1} + \omega \frac{\eta_2}{\eta_1} \right) \nabla_{\perp}^2 \tilde{\mathbf{E}}_z \\ + \left( k \frac{\theta_2}{\theta_1} + \omega \frac{\eta_3}{\eta_1} - k^2 \right) \tilde{\mathbf{E}}_z = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

求解该方程并考虑束流中心电场为有限值,可得束流中的纵向电场分布

$$\tilde{\mathbf{E}}_z = c_1 J_l(Tr) \exp\{j(\omega t - kz \pm l\theta)\}, \quad (12)$$

其中  $c_1$  为待定系数,  $J_l$  为第一类 Bessel 函数,

$$T^2 = \frac{k\theta_2/\theta_1 + \omega\eta_3/\eta_1 - k^2}{k\theta_3/\theta_1 + \omega\eta_2/\eta_1 + 1}$$

为电子注区域的横向相移系数. 其中

$$\theta_1 = (\omega - kv_0) \left[ \frac{\omega_b^2}{\gamma} - (\omega - kv_0) \delta\omega \right],$$

$$\theta_2 = -\frac{\omega_b^2}{\gamma^3} k \delta\omega + k \frac{\omega_b^2}{\gamma} (\omega - kv_0),$$

$$\theta_3 = -\frac{\omega_b^2}{\gamma} v_0 (\omega - kv_0) \frac{\alpha_2}{\alpha_1},$$

$$\eta_1 = (\omega - kv_0)^2 \delta\omega,$$

$$\eta_2 = \frac{\omega_b^2}{\gamma c^2} v_0 (\omega - kv_0) \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} v_0 \right),$$

$$\eta_3 = \left[ \frac{\omega}{c^2} (\omega - kv_0)^2 - \omega \frac{\omega_b^2}{\gamma^3 c^2} \right] \delta\omega.$$

在无电子注的离子通道区域中  $\omega_b^2 \rightarrow 0$ , 横向相移系数为  $\tau^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$ , 用相同的方法求解波动方程,可得该区域中的纵向电场分布

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_z = & [c_2 J_l(\tau r) + c_3 N_l(\tau r)] \\ & \times \exp\{j(\omega t - kz \pm l\theta)\}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $c_2, c_3$  为待定系数,  $N_l$  为第二类 Bessel 函数.

均匀非磁化冷等离子体介电率为  $\varepsilon = \varepsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$ , 对等离子体中的线性化 Maxwell 方程组做与上文相同的数学处理,可得该区域中横向与纵向扰动场的关系

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{B}}_{\perp} = & \left\{ k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \right\}^{-1} \\ & \times \left[ j \frac{\omega}{c^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \mathbf{e}_z \right. \\ & \left. \times \nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{E}}_z + jk \nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{B}}_z \right], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_{\perp} = & -j \left[ k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \right]^{-1} \\ & \times (\omega \mathbf{e}_z \times \nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{B}}_z - k \nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{E}}_z). \end{aligned} \quad (15)$$

同法可得描述等离子体区域纵向电场波动方程

$$\nabla_{\perp}^2 \tilde{\mathbf{E}}_z - k^2 \tilde{\mathbf{E}}_z + \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \tilde{\mathbf{E}}_z = 0. \quad (16)$$

求解(15)式并考虑无穷远处电场强度为零,可得等离子体区域中的纵向电场分布

$$\tilde{\mathbf{E}}_z = c_4 K_l(pr) \exp\{j(\omega t - kz \pm l\theta)\}, \quad (17)$$

其中  $c_4$  为待定系数,  $K_l$  为第二类变态 Bessel 函数, 该区域横向相移系数为

$$p^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right).$$

束-离子通道-等离子体系统在边界处满足切向电场连续. 考虑角向均匀模式, 界面上角向面电流密度为零, 切向磁场在边界处连续<sup>[23-25]</sup>. 利用上述边界条件, 消去待定系数, 可得束-离子通道-等离子体系统的色散关系

$$X_1 X_2 - X_3 X_4 = 0, \quad (18)$$

式中

$$\begin{aligned} X_1 &= p\tau K_l(pb) \dot{J}_l(\tau b) + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right) \\ &\quad \times \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \dot{K}_l(pb) J_l(\tau b), \\ X_2 &= \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right) \frac{\alpha_1}{\alpha_2} T N_l(\tau a) \dot{J}_l(Ta) \\ &\quad + \frac{\omega}{c^2} \tau \dot{N}_l(\tau a) J_l(Ta), \\ X_3 &= p\tau K_l(pb) \dot{N}_l(\tau b) \\ &\quad + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right) \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \dot{K}_l(pb) N_l(\tau b), \\ X_4 &= \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right) \frac{\alpha_1}{\alpha_2} T J_l(\tau a) \dot{J}_l(Ta) \\ &\quad + \frac{\omega}{c^2} \tau \dot{J}_l(\tau a) J_l(Ta), \end{aligned} \quad (19)$$

$a, b$  分别为电子注、离子通道和离子通道、等离子体的分界面.

### 3. 数值计算结果分析

对  $TM_{01}$  模式的系统色散方程进行数值计算. 为了研究离子通道对系统的影响, 计算中首先考虑无 betatron 振荡时系统的色散特性. 根据前文定义的

betatron 振荡频率的计算公式, 取电子束能量为 2 MeV, 归一化电子束密度为  $\omega_b/\omega_p = 4.9139$ , 可以确定此时系统中 betatron 振荡频率为零. 对色散方程进行数值计算, 得到色散关系如图 3 所示, 其中图 3 (a) 和 (b) 分别表示的归一化频率的实部和虚部与归一化波数之间的关系. 图 3 (a) 所示实线为系统色散方程数值解的实部, 点线为等离子体敷层波导<sup>[26]</sup>的本征色散关系, 点划线为无边界运动等离子体中寻常电磁波的色散关系<sup>[19]</sup>, 虚线是色散关系满足  $\omega - kv_0 \approx 0$  的空间电荷波, 即电子注模. 曲线 1 与等离子体敷层波导本征电磁波的色散关系相似, 且与无边界运动等离子体中传播的寻常电磁波的色散特性相似, 故可认为这支波为束-离子通道-电子束系统中传播的寻常电磁波. 该曲线揭示了电子束充当各向异性色散介质并存在等离子体边界时, 系统中电磁波传播产生的特性. 观察曲线 2, 3 发现, 这两支波在波数很小或很大时分别与空间电荷波、等离子体敷层波导电磁波重合, 而中间部分则未与电磁波或空间电荷波重合. 计算表明, 在中间部分, 这两支波所对应的扰动电场的梯度和散度均不为零, 故可判断这两支波在中等波数情况为电磁-静电混合波, 在波数很小或很大时退化为单纯的电磁波或静电波. 产生这种现象的物理原因是当等离子体敷层波导电磁本征模式与相对论电子束在频率接近时, 即图中虚线与点线的交点附近, 两者发生相互作用所致. 同时观察图 3 (b), 色散方程解的虚部始终为零, 此种情况下系统无不稳定性出现, 波导电磁模式与相对论电子束的相互作用仅导致波的传播特性发生改变, 波与电子束没有能量交换.

现在考虑存在 betatron 振荡的情况, 归一化电

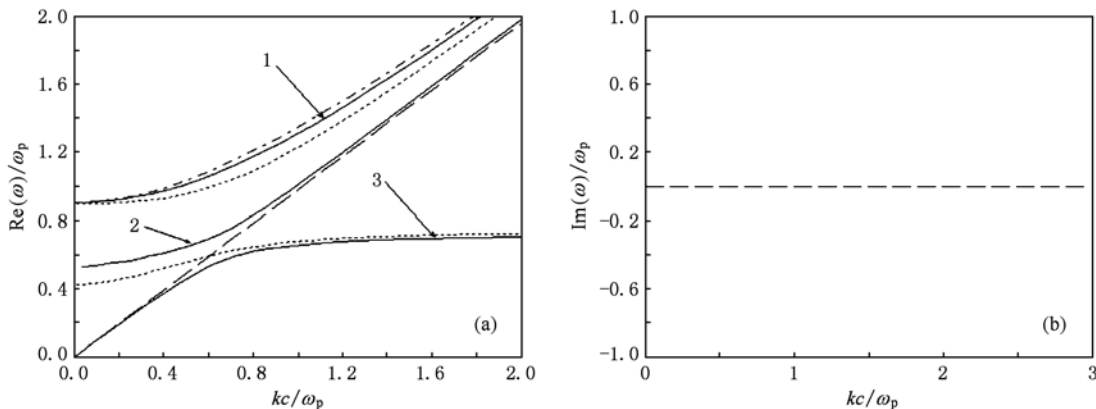


图3  $\omega_p^2 = \omega_b^2/\gamma^2$  时系统色散关系

子束密度为  $\omega_b/\omega_p = 2$ , 根据前文定义的 betatron 振荡频率的计算公式, 可以确定此时系统中 betatron 振荡频率为  $\omega_i/\omega_p = 0.9134$ . 对色散方程进行数值计算, 得到色散关系如图 3 所示, 其中图 4(a) 和(b) 分别表示的归一化频率的实部和虚部与归一化波数之间的关系. 图 4(a) 所示实线为系统色散方程数值解的实部, 点线为等离子体敷层波导的本征色散关系. 由于出现 betatron 振荡, 系统会出现三支空间电荷波, 其色散关系分别为  $\omega - kv_0 - \omega_i/\sqrt{2\gamma} = 0$ ,  $\omega - kv_0 = 0$  和  $\omega - kv_0 + \omega_i/\sqrt{2\gamma} = 0$ , 分别称它们为快 betatron 波、电子注模和慢 betatron 波. 在图 4(a) 中最上方的虚线表示快 betatron 波, 中间曲线表示电子注模、下方曲线表示慢 betatron 波. 首先讨论实曲线 1 所示的色散关系. 在波数较小的区域, 这支波的色散曲线与快 betatron 波的色散曲线相重合;

在波数较大的区域, 这支波的色散特性与波导电磁模式相似; 在中间区域, 这支波所对应的扰动电场的旋度和散度均不为零, 这表明在中间区域, 该波为电磁-静电混杂波. 产生这种相互作用的物理机理为: 在空间电荷波与电磁波频率接近的区域, 电磁波与快 betatron 波产生相互作用, 从而形成了混合波. 在空间电荷波与电磁波频率差较大的区域, 失去频率的同步条件而不能构成有效的互作用, 故在波数较小或较大的区域该波退化为纯粹的空间电荷波或电磁波. 电磁波与快 betatron 波的相互作用使得系统中波的传播特性被改变, 但这个相互作用不能使束-波之间产生能量交换. 对曲线 2 的物理意义进行讨论. 当满足  $\omega - kv_0 = 0$  时, 色散方程(18)式出现奇异性, 这一奇异性在物理上表现为电子束与电磁波交换能量而引起的慢波电磁不稳定性. 可以

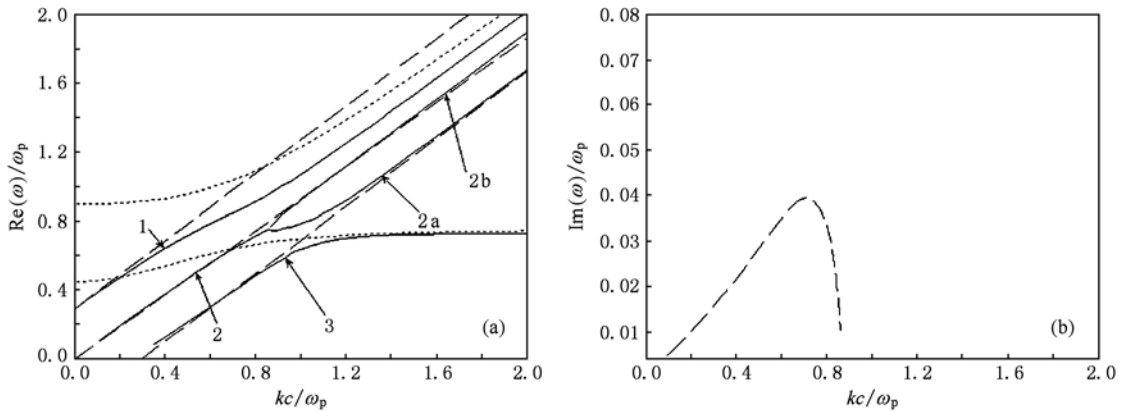


图 4  $\omega_p^2 > \omega_i^2/\gamma^2$  时系统色散关系

确定, 束-离子通道-等离子体系统的慢波电磁不稳定性同步条件为

$$\begin{aligned} \omega - kv_0 &\approx 0, \\ \omega_i^2 &\neq 0, \\ X_1 X_2 - X_3 X_4 &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

曲线 2 与电子注模重合, 满足同步条件(20)式, 且该色散曲线的实部与虚部均不为零, 这表明在该处系统出现了慢波电磁不稳定性, 不稳定性定量描述如图 4(b) 所示. 当波数、频率增大到一定程度后, 系统不稳定性消失, 出现两支稳定传播的波, 其中曲线 2b 为电子注模. 曲线 2a 当波数较大时该波的色散曲线与慢 betatron 波的色散曲线重合同时, 在中间区域其扰动电场的梯度、旋度均不为零, 故在这一区域内该色散曲线为电磁-静电混杂波. 最下方的色散曲线 3, 当波数较小时该色散曲线与快

betatron 波的色散曲线重合, 而当波数较大时该色散曲线与等离子体敷层波导电磁波的色散曲线重合. 在中间区域其扰动电场的梯度和旋度均不为零, 故在这一区域内该色散曲线为电磁-静电混杂波. 可以认为曲线 2b 和曲线 3 是相互伴随出现的. 这对波出现的物理原因是当空间电荷波与波导电磁波频率相近, 二者发生相互作用, 导致系统中出现一对电磁-静电混合波, 当空间电荷波与波导电磁波频率逐渐分离时, 相互作用条件消失, 这对混合波就分别退化为单纯的电磁波或静电波. 同时, 我们注意到电磁波与慢 betatron 波的相互作用仅使系统中波的传播特性被改变, 但这个相互作用不产生能量交换.

对比图 3 和图 4 发现, 在一定条件下, 当系统不存在 betatron 振荡时, 系统无不稳定性出现, 而系统存在 betatron 振荡时, 慢波电磁不稳定性出现. 因

此,可以认为 betatron 振荡是系统出现此慢波不稳定性的一个重要原因. 这种情况出现的原因,从数学形式上考虑当  $\omega_i^2 \neq 0$  且  $\omega - kv_0 = 0$  时,色散方程 (18) 式出现奇异性,而当  $\omega_i^2 \neq 0$  且  $\omega - kv_0 \neq 0$  时,色散方程未出现奇异性. 从物理角度考虑,该振荡使系统出现慢波电磁不稳定性的机理为,系统的复杂边界条件和相对论电子的 betatron 运动,使得系统中出现电磁慢波,当不稳定性同步条件被满足时,系统中电磁波的相速度与相对论电子束速度相当,二者交换能量从而产生慢波电磁不稳定性.

#### 4. 粒子模拟结果

为对上文所做的理论研究工作验证,我们利用 2.5 维粒子模拟软件 OOPIC 对等离子体离子通道中的慢波辐射进行了模拟. 模拟区域的长度为 3 m,半径为 2 cm,在模拟区域右端离轴 1.6—1.8 cm 区域处设置输出端. 模拟所采用的物理参数如下,等离子体密度为  $5 \times 10^{20}/\text{m}^3$ ,电子束密度  $5 \times 10^{20}/\text{m}^3$ ,电子束加速电压为 2 MV. 由这些参数可得,背景等离子体振荡频率为 200 GHz,束电子 betatron 振荡频率为 195.96 GHz. 图 5 为电子束在漂移区输运时的剖面图,展示了束流在离子空间电荷效应、束流空间电荷效应和束流自磁效应的共同作用下呈现的 betatron 振荡. 图 6 为穿过输出窗的 Poynting 量随时间变化的关系,从图中的数据可知,从  $1.04535 \times 10^{-8}\text{s}$  时刻后,穿越输出端的电磁能流

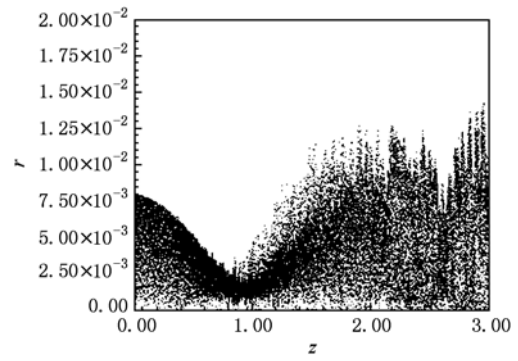


图 5 电子束空间位置剖面

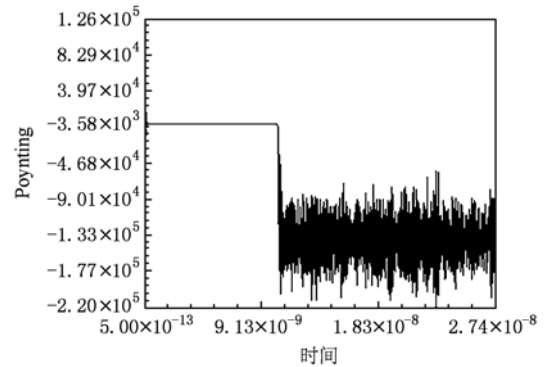


图 6 输出端电磁能流含时演化情况

显著增大,表明系统中电磁不稳定性引发的强的电磁辐射到达了输出区域. 同时,由模拟数据可知,在

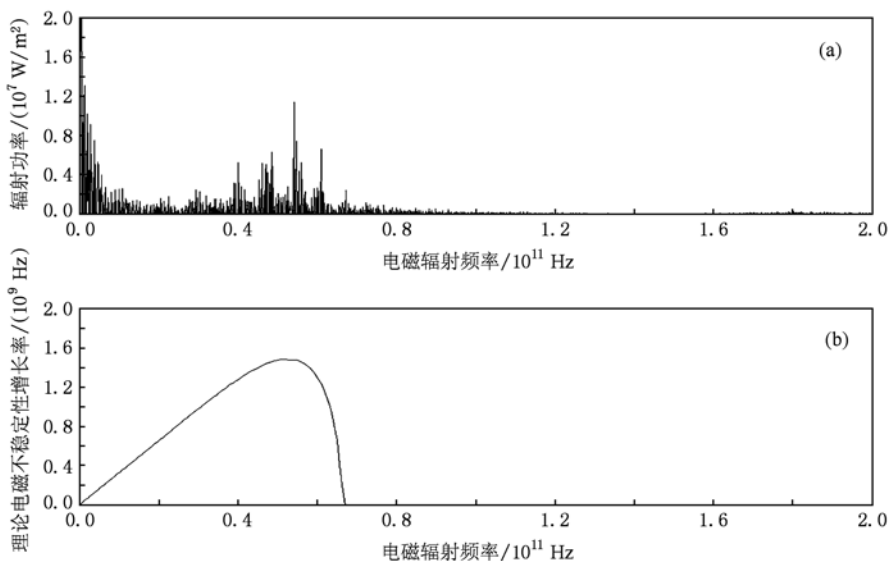


图 7 (a) betatron 辐射的粒子模拟结果; (b) 理论计算结果

1.  $0.3805 \times 10^{-8}$  s 时刻, 电子束到达漂移区尽头. 经过计算发现, 电磁波相速度为  $2.86985 \times 10^8$  m/s 与电子束的速度  $2.89003 \times 10^8$  m/s 接近, 故可认为经过输出端的强电磁辐射是由电磁慢波与电子束交换能量而引起的.

图 7(a) 为对图 6 所示的 Poynting 矢量的频谱分析结果, 图 7(b) 为相同参数情况下的理论计算结果. 对比两图可发现, (a) 图所示的电磁辐射的频谱范围与 (b) 图所示的电磁不定性的频带范围基本重合. 观察图 7(a) 发现, 辐射频谱分布存在低频区域和 500 GHz 附近的高频区域内出现极大值. 低频区域处的辐射谱表明由相对论电子束的低频扰动引起了低频的电磁辐射. 高频区域的辐射能谱所显示的电磁辐射是由系统中的电磁慢波不稳定性引起的, 且辐射最强的频带与理论计算所预言的不稳定性最强的区域相重合. 综上, 此次粒子模拟的结果初步验证了本文所做的理论计算工作.

## 5. 结 论

综上, 对离子通道摇摆电子束流激发的慢波电磁不稳定性有如下研究结论:

1. 系统的色散关系和电磁不稳定性是由电子束的运动情况和系统的具体结构共同决定的.

2. betatron 运动是系统出现不稳定性的重要原因. 不存在 betatron 振动时, 系统无不稳定现象, 此时系统中存在一支在寻常电磁波, 和两支由等离子体敷层波导本征电磁波与相对论电子束相互作用产生的电磁-静电混和波. 系统中存在 betatron 运动时, 系统出现不稳定性. 相应地, 波的传播特性与不存在 betatron 振荡时相比也发生了很大变化.

3. 系统中存在 betatron 运动时出现不稳定性为慢波不稳定性, 这种不稳定性是做 betatron 振荡的束电子与电磁慢波在满足同步条件时交换能量而导致的.

- 
- [1] Whittum D H, Sessler A M, Dawson J M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 2511
- [2] Chen K R, Katsouleas T C, Dawson J M 1990 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **18** 837
- [3] Chen K R, Dawson J M 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 29
- [4] Liu P K, Qian S J, Tang C J 1995 *Acta Electric Sinica* **23** 1 (in Chinese) [刘濮鲲、钱尚介、唐昌建 1995 电子学报 **23** 1]
- [5] Tang C J, Liu P K, Liu S G 1996 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **29** 90
- [6] Tang C J, Gong Y B, Hao B L 2005 *Int. J. Electronics* **92** 489
- [7] Wang Z Y, Tang C J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3313 (in Chinese) [王振宇、唐昌建 2006 物理学报 **55** 3313]
- [8] Goebel D M, Schumacher R W, Hyman J 2007 *IEEE MTT-S Digest.* **40** 511
- [9] Bliokh Y P, Nusinovich G S 2001 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **29** 951
- [10] Mehdian H, Hasanbeigi A, Jafari S 2008 *Phys. Plasmas* **15** 073103
- [11] Mehdian H, Abbasi N 2008 *Phys. Plasmas* **15** 013111
- [12] Mehdian H, Raghavi A 2007 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **49** 69
- [13] Mehdian H, Jafari S 2008 *J. Plasma. Phys.* **74** 187
- [14] Masoudnia L, Maraghechi B, Mohsenpour T 2009 *Phys. Plasmas* **16** 072108
- [15] Bliokh Y P, Nusinovich G S 2006 *Phys. Plasmas* **13** 023102
- [16] Bliokh Y P, Nusinovich G S, Carmel Y 2004 *Phys. Rev. E* **70** 046501
- [17] Rouhani M H, Maraghechi B 2006 *Phys. Plasmas* **13** 083101
- [18] Su D, Tang C J 2009 *Phys. Plasmas* **16** 053101
- [19] Chen S Y, Min G, Tang C J 2009 *Phys. Plasmas* **16** 062107
- [20] Liu S G, Barker R J, Zhu D 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 2135
- [21] Wang B, Tang C J, Liu P K 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5954 (in Chinese) [王 斌、唐昌建、刘濮鲲 2006 物理学报 **55** 5954]
- [22] Liu S G 1980 *Introduction to Microwave Electronics* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [刘盛纲 1980 微波电子学导论 (北京: 科学出版社)]
- [23] Wang Z Y, Tang C J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3313 (in Chinese) [王振宇、唐昌建 2008 物理学报 **57** 3313]
- [24] Rouhani M H, Maraghechi B 2007 *Phys. Plasmas* **14** 029902
- [25] Su D, Tang C J, Liu P K 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2802 (in Chinese) [苏 东、唐昌建、刘濮鲲 2007 物理学报 **56** 2802]
- [26] Li H R, Tang C J, Liu P K 2007 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **40** 2002

# Slow-wave electromagnetic instability driven by wiggling relativistic electron beam in ion-channel<sup>\*</sup>

Wang Zhen-Yu Tang Chang-Jian<sup>†</sup>

(College of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

(Received 24 March 2010; revised manuscript received 21 June 2010)

## Abstract

The slow-wave electromagnetic (EM) instability excited by a relativistic electron beam (REB) injecting plasmas has been studied using linear electromagnetic hydrodynamic (EMHD) theory. The features of multiple waves propagation are presented. The results of numerical calculation prove that the EM instability occurs in slow-wave band. The necessary and sufficient condition of the EM instability has been found. Both analytic discussion and physical analysis reveal that the electron betatron motion is one of important factors for the EM instability. The physical mechanism of the instability driven by the electron betatron motion has been discussed.

**Keywords:** ion-channel, betatron oscillation, electromagnetic instability

**PACS:** 52.27.Ny, 52.35.-g, 52.59.-f

---

<sup>\*</sup> Project supported by the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2009GB105003).

<sup>†</sup> Corresponding author, E-mail: tchangjian@scu.edu.cn