

# 不同开关频率下电压控制升压变换器中的 Hopf 分岔分析\*

王发强<sup>†</sup> 马西奎 闫 晔

(西安交通大学电气工程学院电力设备电气绝缘国家重点实验室, 西安 710049)

(2010 年 10 月 14 日收到; 2011 年 2 月 11 日收到修改稿)

由于电压控制升压变换器的传统平均模型中没有包含开关频率, 从而无法分析开关频率的大小对电压控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响. 通过建立电压控制升压变换器的含有开关频率的改进平均模型, 分析了开关频率对电压控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响, 并设计硬件电路, 给出电路试验结果. 研究表明: 采用电压控制升压变换器的改进平均模型, 可以有效地分析不同开关频率对电压控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响; 随着开关频率的减小, 电压控制升压变换器更易于发生 Hopf 分岔.

**关键词:** 改进平均模型, 电压控制升压变换器, 开关频率

**PACS:** 05.45.-a, 47.20.Ky

## 1. 引言

脉宽调制 (PWM) 控制升压变换器是一类能把较低幅值直流输入电压变换为工程上所需要的具有较高幅值输出电压的电力电子电路<sup>[1]</sup>. 众所周知, PWM 控制升压变换器是一类强非线性非自治系统, 在 PWM 控制升压变换器中将展示出丰富的非线性动力学行为<sup>[2-17]</sup>. 截止到目前为止, 人们已在 PWM 控制升压变换器中发现了诸如倍周期分岔<sup>[2-6]</sup>、Hopf 分岔<sup>[7-11]</sup>、切分岔<sup>[12]</sup>、间歇现象<sup>[13]</sup>、混沌<sup>[14-17]</sup>等复杂非线性现象. 人们还提出了适合于分析 PWM 控制升压变换器中出现的各种复杂非线性现象的理论分析方法, 主要包括离散建模分析法<sup>[2-4, 9]</sup>和传统平均建模分析法<sup>[10, 11]</sup>. 离散建模分析法的主要思想是根据 PWM 控制升压变换器的状态方程求出在每个开关周期内固定时刻的值, 然后根据离散映射方程 Jacob 矩阵的特征值确定系统的稳定性和分岔类型. 这种方法虽然可以精确地判定 PWM 控制升压变换器中发生的倍周期分岔和 Hopf 分岔, 也可以分析 PWM 控制升压变换器中任何系

统参数对该系统中出现倍周期分岔和 Hopf 分岔的影响, 但由于该方法数学推导较为复杂, 且在求解微分方程的解时较为困难, 从而很难在实际工程设计与分析中得到广泛的应用. 而传统平均建模分析法的主要思想是在开关频率足够高的前提下, 对 PWM 控制升压变换器中各电路变量在一个开关周期内进行平均, 然后根据所求出的 PWM 控制升压变换器的平均模型来判定该系统的稳定性和分岔类型. 这种方法的数学推导相对简单, 可用来判定 PWM 控制升压变换器中出现的 Hopf 分岔, 但对该系统出现的倍周期分岔则无能为力. 此外, 由于传统平均建模方法在对 PWM 控制升压变换器进行建模时并没有包括开关频率, 从而无法分析开关频率的大小对 PWM 控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响<sup>[10, 11]</sup>.

众所周知, 开关频率越高则意味着同样输出功率下可设计 PWM 控制升压变换器的体积越小、重量越轻, 然而开关频率的提高将导致 PWM 控制升压变换器的开关损耗增加, 从而降低系统的转换效率. 可见, 开关频率是 PWM 控制升压变换器设计中的一个重要参数. 此外, 已有研究证实<sup>[7-11]</sup>: PWM

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51007068)、高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20100201120028)、中央高校基本科研业务费专项资金和电力设备电气绝缘国家重点实验室基金 (批准号: EPEI0303) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: faqwang@mail.xjtu.edu.cn

控制升压变换器中 Hopf 分岔的发生不仅会影响输出电压的稳定性,而且还会严重的影响系统的转换效率. 因此,有必要深入分析开关频率对 PWM 控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响. 然而,依据前面分析知:采用离散建模分析法过于复杂且很难在实际工程设计与分析中得到广泛的应用,而采用传统平均建模分析法又无法分析. 因此,若能建立相对简单的数学模型,理论分析开关频率对 PWM 控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响,并给出 PWM 控制升压变换器发生 Hopf 分岔的参数边界,这将对 PWM 控制升压变换器的设计具有重要的理论意义和工程价值.

按照电路的控制对象分类<sup>[18]</sup>, PWM 控制可分为电压控制和电流控制. 本文将以电压控制升压变换器为研究对象. 首先,简要介绍电压控制升压变换器的工作原理并给出 PSIM 仿真结果. 然后,通过建立电压控制升压变换器的含有开关频率的改进平均模型,分析了开关频率对电压控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响. 最后,设计硬件电路,通过电路实验来验证改进平均模型的有效性和理论分析的正确性.

## 2. 系统的工作原理简介及 PSIM 仿真

电压控制升压变换器的电路原理图如图 1 所示. 从图 1 可看出,该系统主要包括两个部分:升压变换器和电压控制器. 其中,电压控制器主要由运算放大器(AM)、比较器(COM)、电阻、电容来实现. 注意,本文仅考虑电压控制升压变换器工作于电感电流连续模式. 根据电路基本理论以及各电路元件的基本特性,可得工作于电感电流连续模式下电压控制升压变换器的数学模型有两种工作模式. 第

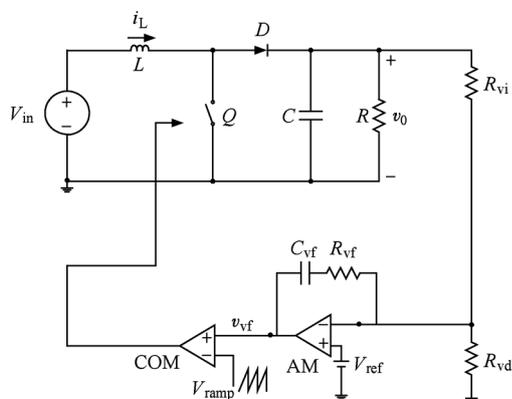


图 1 电压控制升压变换器的电路原理图

一种工作模式( $Q$  导通、二极管  $D$  截止)

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_{in}}{L},$$

$$\frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{RC},$$

$$\frac{dv_{vf}}{dt} = \left( \frac{R_{vf}}{R_{vi}RC} - \frac{1}{C_{vf}R_{vi}} \right) v_o + \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vi}} + \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vd}}. \quad (1)$$

第二种工作模式( $Q$  关断、二极管  $D$  导通)

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{v_o}{L} + \frac{V_{in}}{L},$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{i_L}{C} - \frac{v_o}{RC},$$

$$\frac{dv_{vf}}{dt} = -\frac{R_{vf}}{R_{vi}C} i_L + \left( \frac{R_{vf}}{R_{vi}RC} - \frac{1}{C_{vf}R_{vi}} \right) v_o + \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vi}} + \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vd}}. \quad (2)$$

功率开关管的切换条件是电压补偿器的输出电压  $v_{vf}$  与锯齿波信号  $V_{ramp}$  进行比较. 若  $v_{vf} > V_{ramp}$  时,则比较器 COM 输出高电平,功率开关管  $Q$  导通;若  $v_{vf} < V_{ramp}$  时,比较器 COM 输出低电平,功率开关管  $Q$  截止. 锯齿波信号  $V_{ramp}$  的数学表达式为

$$V_{ramp} = V_L + (V_U - V_L) \left( \frac{t}{T} \bmod 1 \right), \quad (3)$$

其中,  $V_L$  为锯齿波的下限,  $V_U$  为锯齿波的上限,  $V_m = V_U - V_L$  为锯齿波的峰峰值,  $T$  为锯齿波的周期,  $f = 1/T$  为锯齿波的频率. 下面将根据图 1, 采用 PSIM 软件设计电路并进行仿真分析. 注意, PSIM 软件是一款针对电力电子和电机控制专业方面的仿真软件<sup>[19-22]</sup>.

现选择  $v_{in} = 12 \text{ V}$ ,  $L = 3.2 \text{ mH}$ ,  $R = 100 \text{ } \Omega$ ,  $R_{vf} = 1.62 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{vf} = 1 \text{ } \mu\text{F}$ ,  $C = 10 \text{ } \mu\text{F}$ ,  $R_{vi} = 21.7 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{vd} = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $V_L = 0 \text{ V}$ ,  $V_U = 5 \text{ V}$ ,  $V_{ref} = 2 \text{ V}$ . 考虑当开关频率  $f$  取不同值时电压控制升压变换器的 PSIM 仿真结果. 在此, PSIM 仿真的步长选取  $0.1 \text{ } \mu\text{s}$ , 总的仿真时间为  $1.011 \text{ s}$ , 开始记录时间为  $1.001 \text{ s}$ , 即去掉前  $1.001 \text{ s}$  的暂态仿真数据, 其仿真结果直接根据 PSIM 软件自带的图形显示器描述.

当选择开关频率  $f = 50 \text{ kHz}$  时, PSIM 仿真结果如图 2 所示. 图 2(a) 表示电感电流  $i_L$  的 PSIM 仿真波形, 图 2(b) 表示输出电压  $v_o$  的 PSIM 仿真波形. 很显然, 电感电流  $i_L$  与输出电压  $v_o$  均处于正常状态. 然而, 当选择开关频率  $f = 5 \text{ kHz}$  时, 在电感电流  $i_L$  与输出电压  $v_o$  的 PSIM 仿真波形中均出现了振荡频率低于开关频率的低频振荡现象(见图 3). 而且, 还可见这种低频振荡现象的发生导致电感电流  $i_L$  和输出电压  $v_o$  的严重不稳定.

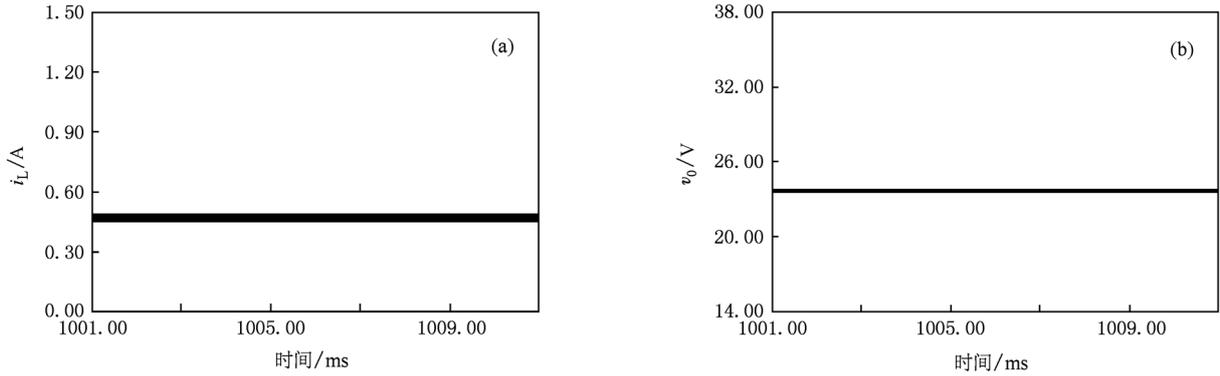


图2 开关频率  $f=50$  kHz 时,电压控制升压变换器的 PSIM 仿真结果 (a)  $i_L$ ; (b)  $v_0$

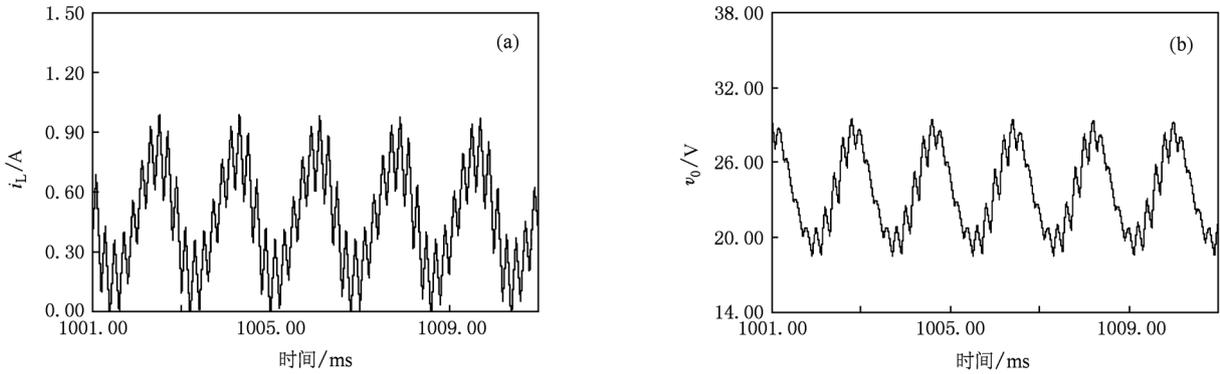


图3 开关频率  $f=5$  kHz 时,电压控制升压变换器的 PSIM 仿真结果 (a)  $i_L$ ; (b)  $v_0$

电压控制升压变换器在不同参数空间中的稳定性边界的 PSIM 仿真结果如图 4 所示. 图 4(a) 表示在参数空间  $f$  与  $R_{vf}$  中的稳定性边界, 图 4(b) 表示在参数空间  $f$  与  $C_{vf}$  中的稳定性边界. 从图(4) 可

见, 随着电阻  $R_{vf}$  值的增大或者电容  $C_{vf}$  值的减小, 电压控制升压变换器均易处于不稳定状态, 即易于发生低频振荡现象. 此外, 还可以发现随着开关频率  $f$  的减小, 电压控制升压变换器也易处于不稳定状态.

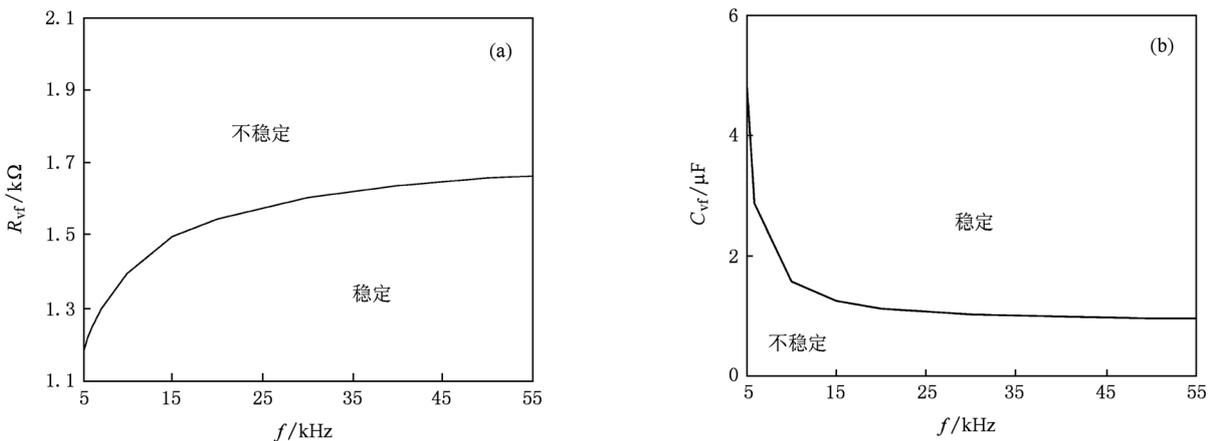


图4 不同参数空间中稳定性边界的 PSIM 仿真结果 (a)  $f$  和  $R_{vf}$ ; (b)  $f$  和  $C_{vf}$

综上所述, 对应于不同的开关频率  $f$ , 电压控制升压变换器将出现不同的动力学行为, 即开关频率

的大小对电压控制升压变换器的动力学行为有着重要的影响. 然而, 传统平均模型中并没有包括开

关频率,从而无法分析开关频率的大小对电压控制升压变换器动力学行为的影响. 下面将建立含有开关频率的改进平均模型,分析开关频率对电压控制升压变换器动力学行为的影响.

### 3. 系统的改进平均模型建模

根据(1)式和(2)式以及平均建模方法<sup>[23]</sup>,可得电压控制升压变换器的平均模型为

$$\begin{aligned} \frac{d\langle i_L \rangle}{dt} &= -\frac{\langle v_0 \rangle}{L}(1 - \langle d \rangle) + \frac{V_{in}}{L}, \\ \frac{d\langle v_0 \rangle}{dt} &= \frac{\langle i_L \rangle}{C}(1 - \langle d \rangle) - \frac{\langle v_0 \rangle}{RC}, \\ \frac{d\langle v_{vf} \rangle}{dt} &= -\frac{R_{vf}}{R_{vi}} \left( \frac{\langle i_L \rangle}{C}(1 - \langle d \rangle) - \frac{\langle v_0 \rangle}{RC} \right) \\ &\quad - \frac{\langle v_0 \rangle}{C_{vf}R_{vi}} + \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vi}} + \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vd}}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\langle i_L \rangle, \langle v_0 \rangle, \langle v_{vf} \rangle, \langle d \rangle$ 分别为 $i_L, v_0, v_{vf}, d$ 在一个开关周期内的平均值. 传统的平均建模方法认为占空比 $\langle d \rangle = \langle v_{vf} \rangle / V_m$ ,导致(4)式中没有包含开关频率 $f$ ,使得采用传统平均模型将无法分析开关频率 $f$ 的大小对电压控制升压变换器中Hopf分岔的影响.

文献[24,25]提出了一种PWM比较器的改进平均模型. 该模型的主要特点是PWM比较器的平均模型中含有开关频率 $f$ . 为了进一步计算占空比 $d$ 含有开关频率 $f$ 的平均模型,(4)式可改写为

$$\dot{x} = A_0 x + b_0 + (A_1 x + b_1) \langle d \rangle, \quad (5)$$

其中, $x = [\langle i_L \rangle, \langle v_0 \rangle, \langle v_{vf} \rangle]^T$ , $T$ 表示矩阵的转置.

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ -\frac{R_{vf}}{CR_{vi}} & \frac{R_{vf}}{RCR_{vi}} & -\frac{1}{C_{vf}R_{vi}} \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ \frac{R_{vf}}{CR_{vi}} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \\ \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vi}} + \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vd}} \end{bmatrix},$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

根据文献[24,25],可得

$$Kx + \frac{K}{2f}[A_1 x + b_1][\langle d \rangle - \langle d \rangle^2] = V_m \langle d \rangle, \quad (6)$$

其中 $K = [0, 0, 1]$ . (6)式经过整理后有

$$\langle d \rangle^2 + \left( \frac{aV_m}{\langle i_L \rangle} - 1 \right) \langle d \rangle - \frac{av_{vf}}{\langle i_L \rangle} = 0, \quad (7)$$

其中, $a = \frac{2fCR_{vi}}{R_{vf}}$ . 因此,占空比 $\langle d \rangle$ 为

$$\langle d \rangle = -\frac{aV_m}{2\langle i_L \rangle} + \frac{1}{2} + \sqrt{\left( \frac{aV_m}{2\langle i_L \rangle} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{a\langle v_{vf} \rangle}{\langle i_L \rangle}}. \quad (8)$$

把(8)式代入(4)式,可得电压控制升压变换器的含有开关频率的改进平均模型为

$$\begin{aligned} \frac{d\langle i_L \rangle}{dt} &= -\frac{\langle v_0 \rangle}{2L} - \frac{aV_m \langle v_0 \rangle}{2L\langle i_L \rangle} + \frac{\langle v_0 \rangle}{L} \\ &\quad \times g(\langle i_L \rangle, \langle v_{vf} \rangle) + \frac{V_{in}}{L}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle v_0 \rangle}{dt} &= \frac{\langle i_L \rangle}{2C} + \frac{aV_m}{2C} - \frac{\langle i_L \rangle}{C} g(\langle i_L \rangle, \langle v_{vf} \rangle) \\ &\quad - \frac{\langle v_0 \rangle}{RC}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle v_{vf} \rangle}{dt} &= -\frac{R_{vf}\langle i_L \rangle}{2CR_{vi}} - \frac{aV_m R_{vf}}{2CR_{vi}} + \frac{R_{vf}\langle i_L \rangle}{CR_{vi}} g(\langle i_L \rangle, \langle v_{vf} \rangle) \\ &\quad + \frac{R_{vf}\langle v_0 \rangle}{R_{vi}RC} - \frac{\langle v_0 \rangle}{C_{vf}R_{vi}} + \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vi}} + \frac{V_{ref}}{C_{vf}R_{vd}}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$g(\langle i_L \rangle, \langle v_{vf} \rangle) = \sqrt{\left( \frac{aV_m}{2\langle i_L \rangle} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{a\langle v_{vf} \rangle}{\langle i_L \rangle}}. \quad (10)$$

很显然,(9)式是一类连续的非线性系统,其稳定性和分岔类型可以通过求解该改进平均模型的Jacob矩阵在稳态平衡点 $(\langle I_L \rangle, \langle V_0 \rangle, \langle V_{vf} \rangle)$ 处的特征值而获得. 而该改进平均模型的稳态平衡点可通过令(9)式右边等于零而求得

$$\langle V_0 \rangle = \left( 1 + \frac{R_{vi}}{R_{vd}} \right) V_{ref}, \quad (11)$$

$$\langle I_L \rangle = \frac{\langle V_0 \rangle^2}{RV_{in}}, \quad (12)$$

$$\langle V_{vf} \rangle = \frac{\langle I_L \rangle}{a} \left( \frac{1}{2} + \frac{aV_m}{2\langle I_L \rangle} - \frac{V_{in}}{\langle V_0 \rangle} \right)^2$$

$$-\frac{\langle I_L \rangle}{a} \left( \frac{aV_m}{2\langle I_L \rangle} - \frac{1}{2} \right)^2. \quad (13)$$

而(9)式在平衡点( $\langle I_L \rangle, \langle V_0 \rangle, \langle V_{vf} \rangle$ )处的 Jacob 矩阵为

$$A_{ga} = \begin{bmatrix} \frac{aV_m \langle V_0 \rangle}{2L \langle I_L \rangle^2} + \frac{\langle V_0 \rangle g_1}{L} & \frac{g_0}{L} - \frac{\langle I_L \rangle + aV_m}{2L \langle I_L \rangle} & \frac{\langle V_0 \rangle g_2}{L} \\ \frac{1 - 2g_0}{2C} - \frac{\langle I_L \rangle g_1}{C} & -\frac{1}{RC} & -\frac{\langle I_L \rangle g_2}{C} \\ \frac{2R_{vf} g_0 - R_{vf}}{2CR_{vi}} + \frac{R_{vf} \langle I_L \rangle g_1}{CR_{vi}} & \frac{R_{vf}}{R_{vi} RC} - \frac{1}{C_{vf} R_{vi}} & \frac{R_{vf} \langle I_L \rangle g_2}{CR_{vi}} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中

$$g_0 = g(\langle i_L \rangle, \langle v_{vf} \rangle) \Big|_{\substack{\langle i_L \rangle = \langle I_L \rangle \\ \langle v_{vf} \rangle = \langle V_{vf} \rangle}} = \sqrt{\left( \frac{aV_m}{2\langle I_L \rangle} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{a\langle V_{vf} \rangle}{\langle I_L \rangle}}, \quad (15)$$

$$g_1 = \frac{\partial g(\langle i_L \rangle, \langle v_{vf} \rangle)}{\partial \langle i_L \rangle} \Big|_{\substack{\langle i_L \rangle = \langle I_L \rangle \\ \langle v_{vf} \rangle = \langle V_{vf} \rangle}} = \frac{1}{2} \left( \left( \frac{aV_m}{2\langle I_L \rangle} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{a\langle V_{vf} \rangle}{\langle I_L \rangle} \right)^{-\frac{1}{2}} \times \left( \left( \frac{1}{2} - \frac{aV_m}{2\langle I_L \rangle} \right) \frac{aV_m}{\langle I_L \rangle^2} - \frac{a\langle V_{vf} \rangle}{\langle I_L \rangle^2} \right), \quad (16)$$

$$g_2 = \frac{\partial g(\langle i_L \rangle, \langle v_{vf} \rangle)}{\partial \langle v_{vf} \rangle} \Big|_{\substack{\langle i_L \rangle = \langle I_L \rangle \\ \langle v_{vf} \rangle = \langle V_{vf} \rangle}} = \frac{a}{2\langle I_L \rangle} \left( \left( \frac{aV_m}{2\langle I_L \rangle} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{a\langle V_{vf} \rangle}{\langle I_L \rangle} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

#### 4. 系统的 Hopf 分岔分析

电路参数的选择如第 2 节所示. 根据第 3 节中的理论推导知, 电压控制升压变换器的稳定性及分岔点可通过求解在平衡点处的 Jacob 矩阵的特征值而获得. 首先, 保持  $R_{vf} = 1.62 \text{ k}\Omega$ 、 $C_{vf} = 1 \text{ }\mu\text{F}$  不变, 仅改变电压控制升压变换器的开关频率  $f$  时, 其计算结果如表 1 所示. 从表 1 可见, 当开关频率  $f \geq 37.1 \text{ kHz}$  时, 系统的所有特征值均位于复平面的左半平面, 这表示系统在开关频率  $f \geq 37.1 \text{ kHz}$  的范围内是稳定的. 然而, 当  $f = 37.0 \text{ kHz}$  时, 系统的特征值中有一对共轭复特征值实部的符号已从负变为正, 根据文献[11]关于系统发生 Hopf 分岔的判断方法知, 在开关频率  $f = 37.0 \text{ kHz}$  处, 电压控制升压变换器发生了 Hopf 分岔. 此时, 电压控制升压变

换器的电感电流  $i_L$  和输出电压  $v_0$  本应无限增大, 但由于二极管的单向导电作用, 使得电感电流  $i_L$  不能无限的增大, 进一步导致输出电压  $v_0$  也不能无限增大, 从而最终形成了振荡频率低于开关频率的低频振荡现象.

表 1 不同开关频率  $f$  下 Jacob 矩阵的特征值

$f/\text{kHz}$	$\lambda_{1,2}$	$\lambda_3$	状态
60.0	$-7.3889566 \pm 3623.4754i$	-263.25772	稳定
50.0	$-4.9990001 \pm 3622.3916i$	-263.41974	稳定
45.0	$-3.4056114 \pm 3621.6682i$	-263.52785	稳定
40.0	$-1.4137805 \pm 3620.7628i$	-263.66309	稳定
37.1	$-0.0124561 \pm 3620.1251i$	-263.75831	稳定
37.0	$0.0397844 \pm 3620.1014i$	-263.76186	不稳定 (Hopf 分岔)

在不同参数空间中, 理论分析系统稳定性边界与 PSIM 仿真分析系统稳定性边界的比较如图 5 所示. 图 5(a) 表示在参数空间  $f$  和  $R_{vf}$  中两种结果的比较; 图 5(b) 表示在参数空间  $f$  和  $C_{vf}$  中两种结果的比较

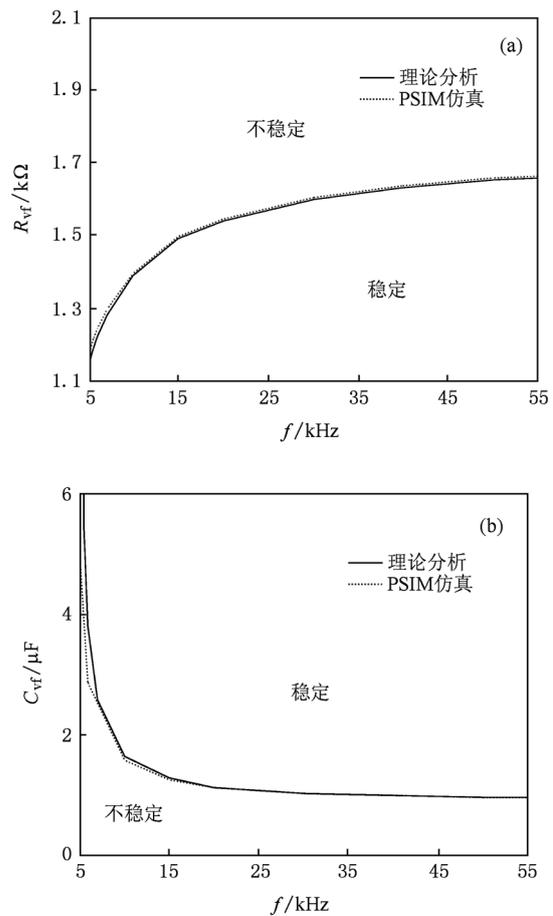


图 5 不同参数空间中, 理论分析结果与 PSIM 仿真结果的比较 (a)  $f$  和  $R_{vf}$ ; (b)  $f$  和  $C_{vf}$

比较. 从图 5 可见,理论分析结果与 PSIM 仿真分析结果基本一致,从而表明了建立电压控制升压变换器的含有开关频率的改进平均模型分析不同开关频率下电压控制升压变换器中出现的 Hopf 分岔是有效的.

### 5. 电路设计及实验验证

根据图 1,采用相应的电路元器件设计硬件电路. 其中,功率开关管采用 IRFP460,二极管采用 MUR1560,运算放大器采用 LF356,比较器采用 LM311. 此外,在实验中,采用电流探头 Tektronix A622 测量电感电流  $i_L$  波形,采用电压探头 Agilent 10074C 测量输出电压  $v_o$  波形,采用数字示波器 Agilent 54622D 显示输出电压  $v_o$  波形和电感电流  $i_L$  波形.

由前面理论分析知,在其他参数不变的情况下,当  $f \geq 37.1$  kHz 时,电压控制升压变换器是稳定

的,否则会发生低频振荡现象. 取  $f = 50$  kHz 时,电压控制升压变换器的电感电流  $i_L$  和输出电压  $v_o$  的实验波形如图 6(a) 所示. 从图 6(a) 中可见,电压控制升压变换器的电感电流  $i_L$  和输出电压  $v_o$  的实验波形中没有出现低频振荡现象,即系统处于稳定的工作状态. 然而,当取  $f = 5$  kHz 时,在电压控制升压变换器的电感电流  $i_L$  和输出电压  $v_o$  的实验波形中均出现了振荡频率低于开关频率的低频振荡行为(见图 6(b)). 显然,这与理论分析相一致.

此外,将电路实验结果图 6(a) 和图 6(b) 分别与 PSIM 仿真结果图 2 和图 3 相比较,可发现电路实验结果与 PSIM 仿真结果基本一致. 从而,进一步表明了开关频率的大小对电压控制升压变换器的动力学行为确实有着重要的影响. 同时,也进一步证实了采用含有开关频率的改进平均模型分析开关频率的大小对电压控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响是有效的.

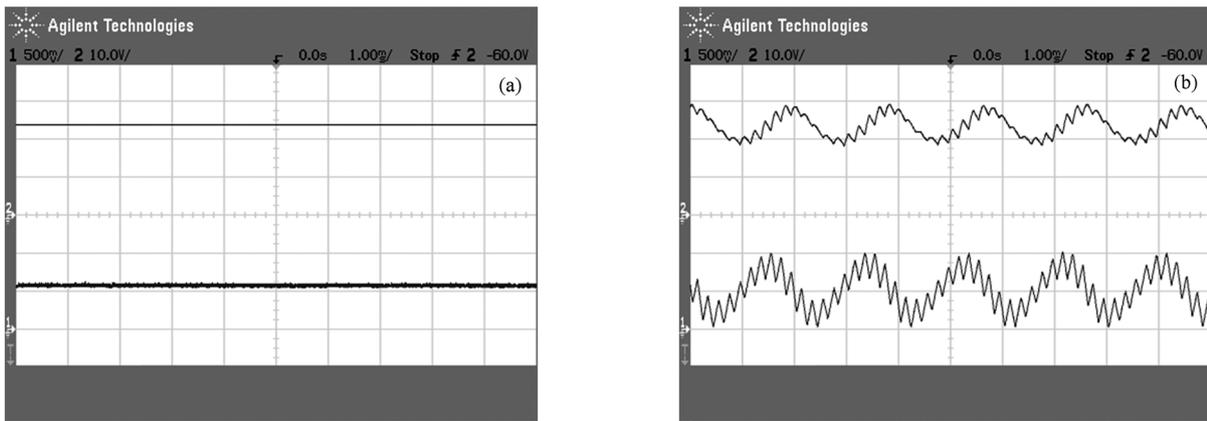


图 6 不同开关频率  $f$  下电压控制升压变换器的实验波形 ( $v_o$ (上):10 V/div,  $i_L$ (下):500 mV/div) (a)  $f = 50$  kHz; (b)  $f = 5$  kHz

### 6. 结 论

PSIM 仿真、理论分析及电路实验均表明,开关频率的大小对电压控制升压变换器中 Hopf 分岔有着重要的影响. 然而,由于以往传统平均模型中没有包括开关频率,使得采用传统平均模型将无法分

析开关频率对电压控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响. 但是,通过建立电压控制升压变换器的含有开关频率的改进平均模型,则可有效地分析开关频率的大小对电压控制升压变换器中 Hopf 分岔的影响. 而且,随着开关频率的减小,电压控制升压变换器更易于发生 Hopf 分岔,并以低频振荡的形式表现出来.

[1] Yang X, Pei Y Q, Wang Z A 2004 *The Technique of the Switching Power Supplies* (Beijing: China Machine Press) p72 (in Chinese) [杨旭,裴云庆,王兆安 2004 开关电源技术(北京:机械工业出版社)第 72 页]

[2] Wang X M, Zhang B, Qiu D Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2728 (in Chinese) [王学梅,张波,丘东元 2008 物理学报 **57** 2728]

[3] Zhao Y B, Zhang D Y, Zhang C J 2007 *Chin. Phys.* **16** 933

- [4] Zhang B, Qu Y 2002 *Trans. Chin. Electrotech. Soc.* **17** 43 (in Chinese) [张波、曲颖 2002 电工技术学报 **17** 43]
- [5] Cheng W B, Guo Y N, Kang S M, Wang Y L, Huo A Q, Tang N 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4439 (in Chinese) [程为彬、郭颖娜、康思民、汪跃龙、霍爱清、汤楠 2009 物理学报 **58** 4439]
- [6] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2949 (in Chinese) [包伯成、许建平、刘中 2009 物理学报 **58** 2949]
- [7] El-Aroudi A, Benadero L, Toribio E, Olivar G 1999 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **I** **46** 1374
- [8] El-Aroudi A, Leyva R 2001 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **I** **48** 967
- [9] Iu H H C, Tse C K, Pjevalica V, Lai Y M 2001 *Int. J. Circ. Theor. Appl.* **29** 281
- [10] Cai L J, Hu D C, Liu Y G 2006 *J. South Chin. Univ. Technol. (Nat. Sci. Ed.)* **34** 77 (in Chinese) [蔡丽娟、胡德成、刘勇刚 2006 华南理工大学学报(自然科学版) **34** 77]
- [11] Iu H H C, Tse C K 2003 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **I** **50** 679
- [12] Zhou Y F, Chen J N 2005 *Proce. CSEE* **25** 23 (in Chinese) [周宇飞、陈军宁 2005 中国电机工程学报 **25** 23]
- [13] Zhou Y F, Jiang X D, Chen J N 2009 *Sci. China Ser. F: Inf. Sci.* **39** 635 (in Chinese) [周宇飞、姜学东、陈军宁 2009 中国科学 F 辑: 信息科学 **39** 635]
- [14] Wang X M, Zhang B, Qiu D Y, Chen L G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6112 (in Chinese) [王学梅、张波、丘东元、陈良刚 2008 物理学报 **57** 6112]
- [15] Zhou Y F, Chen J N, Tse C K, Ke D M, Shi L X, Sun W F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3676 (in Chinese) [周宇飞、陈军宁、谢智刚、柯导明、时龙兴、孙伟峰 2004 物理学报 **53** 3676]
- [16] Lu W G, Zhou L W, Luo Q M, Du X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6275 (in Chinese) [卢伟国、周维维、罗全明、杜雄 2007 物理学报 **56** 6275]
- [17] Ren H P, Liu D 2004 *J. Syst. Simul.* **16** 2529 (in Chinese) [任海鹏、刘丁 2004 系统仿真学报 **16** 2529]
- [18] Yan S G, Zhang C H 2007 *The Problem and Answer of the Power Electronic Technology* (Beijing: China Machine Press) p261 (in Chinese) [颜世钢、张承慧 2007 电力电子技术问答(北京:机械工业出版社)第 261 页]
- [19] Huang J F, Dong F B 2009 *Electr. Power Autom. Equip.* **29** 73 (in Chinese) [皇金锋、董锋斌 2009 电力自动化设备 **29** 73]
- [20] Onoda S, Emadi A 2004 *IEEE Trans. Vehic. Technol.* **53** 390
- [21] Ji Z C, Zhou H, Li S D 2004 *J. Syst. Simul.* **16** 898 (in Chinese) [纪志成、周寰、李三东 2004 系统仿真学报 **16** 898]
- [22] Veerachary M 2006 *IEEE Trans. Aerospace Electron. Syst.* **42** 735.
- [23] Zhang W P 2006 *Modeling and Control of Switching Converter* (Beijing: Chinese Electric Power Press) (in Chinese) p6 [张卫平 2006 开关变换器的建模与控制(北京:中国电力出版社)第 6 页]
- [24] Lehman B, Bass R M 1996 *IEEE Trans. Power Electron.* **11** 542
- [25] Lehman B, Bass R M 1996 *IEEE Trans. Power Electron.* **11** 89

## Analysis of Hopf bifurcation in voltage-controlled boost converter under different switching frequencies<sup>\*</sup>

Wang Fa-Qiang<sup>†</sup> Ma Xi-Kui Yan Ye

(State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment, School of Electrical Engineering,  
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 14 October 2010; revised manuscript received 11 February 2011)

### Abstract

Due to the absence of the switching frequency in the conventional average model of the voltage-controlled boost converter, this model cannot be used to analyze the influence of the switching frequency on the Hopf bifurcation in the voltage-controlled boost converter. In this paper, the influence of the switching frequency on the Hopf bifurcation in the voltage-controlled boost converter is analyzed by establishing the improved averaged model, which contains the switching frequency. The circuit is designed, and some typical experimental results are given. It is found that it is effective to use the improved average model to analyze the influence of the switching frequency on the Hopf bifurcation in the voltage-controlled boost converter and the Hopf bifurcation is easy to occur when the switching frequency of the voltage-controlled boost converter decreases.

**Keywords:** improved averaged model, voltage-controlled boost converter, switching frequency

**PACS:** 05.45.-a, 47.20.Ky

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51007068), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20100201120028), the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China, and the Foundation of State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment of China (Grant No. EIPE10303).

<sup>†</sup> E-mail: faqwang@mail.xjtu.edu.cn