

# 部分相干涡旋光束通过大气湍流上行和下行传输的比较研究\*

李晋红<sup>1)2)†</sup> 吕百达<sup>2)</sup>

1) (太原科技大学应用科学学院, 太原 030024)

2) (四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)

(2010年6月28日收到; 2010年10月8日收到修改稿)

基于广义惠更斯-菲涅耳原理, 以高斯-谢尔模型(GSM) 涡旋光束作为典型的部分相干涡旋光束, 推导出 GSM 涡旋光束通过大气湍流斜程传输的平均光强、均方根束宽和交叉谱密度函数的解析表达式, 并用以研究了大气湍流中上行和下行对 GSM 涡旋光束传输和对相干涡旋的影响. 结果表明, 在相同条件下, GSM 涡旋光束下行传输受大气湍流的影响要小于上行传输, 下行传输时相干涡旋拓扑电荷守恒距离要长于上行传输. 对所得结果做了物理解释.

**关键词:** 部分相干涡旋光束, 相干涡旋, 大气湍流, 上行和下行传输

**PACS:** 42.25.Dd, 42.68.Bz

## 1. 引言

激光束在大气中的传输特性对激光通信、航空测绘、卫星遥感以及光学雷达等方面应用有着十分重要的意义, 因而引起人们广泛的关注<sup>[1,2]</sup>. 对部分相干光通过大气湍流的传输特性已做了广泛的理论研究<sup>[3-10]</sup>, 主要结论得到实验定性证实<sup>[11]</sup>. 实际应用中常涉及激光束在大气湍流中的斜程传输. 仓吉等对聚焦  $J_0$  相关部分相干光束通过斜程大气湍流的传输特性做了研究<sup>[12]</sup>. Chu 及其合作者研究了多高斯光束通过斜程大气湍流的传输<sup>[13]</sup>. 王华等对大气湍流斜程传输高斯-谢尔模型(GSM) 光束空间和时间相干性的影响做了研究<sup>[14,15]</sup>. 另一方面, 对涡旋光束在大气湍流中传输研究的实际意义是因相位不连续性会给自适应光学的相位校正带来一些困难. 此外, Gbur 等对拉盖尔-高斯涡旋光束通过水平大气湍流传输的研究表明, 大气湍流结构常数  $C_n^2$  值越小, 平均拓扑电荷变化就越小, 可感知距离越大, 因而在光通信中拓扑电荷可作为信息载体应用<sup>[16]</sup>. 但 Gbur 的工作未比较大气湍流中水平和斜

程(上、下行)传输对涡旋光束特别是部分相干涡旋光束的影响. 值得进一步研究的问题是: 部分相干涡旋光束在上行和下行传输时受大气湍流的影响是否相同, 上行和下行传输对相干涡旋的影响如何?

本文目的是拟对部分相干涡旋光束通过大气湍流上行和下行传输做比较研究. 第二节以 GSM 涡旋光束作为部分相干涡旋光束的典型例, 给出了 GSM 涡旋光束通过斜程大气湍流的交叉谱密度函数的表达式. 在大气湍流中上行和下行传输对平均光强和均方根束宽的影响在第三节中分析. 第四节研究了在大气湍流中上行和下行对相干涡旋的数目位置和拓扑电荷的影响. 最后, 第五节总结了本文主要研究结果.

## 2. GSM 涡旋光束通过斜程大气湍流的传输公式

在空间频率域中源  $L = 0$  处 GSM 涡旋光束的交叉谱密度函数<sup>[17]</sup> 为

$$W^{(0)}(s_1, s_2, 0) = [s_{1x}s_{2x} + s_{1y}s_{2y} + \text{isgn}(m)s_{1x}s_{2y}]$$

\* 国家自然科学基金(批准号:10874125)和太原科技大学博士科研启动基金(批准号:20102016)资助的课题.

† E-mail: sculjh@yahoo.cn; baidalu0@tom.com.

$$\begin{aligned}
 & - \text{isgn}(m) s_{2x} s_{1y} ]^{|m|} \\
 & \times \exp\left(-\frac{s_1^2 + s_2^2}{w_0^2}\right) \\
 & \times \exp\left[-\frac{(s_1 - s_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中,  $\text{sgn}(\cdot)$  为符号函数,  $w_0$  为高斯部分的束腰宽度,  $(s_{ix}, s_{iy})$  为二维平面矢量  $s_i$  在  $x, y$  方向的分量,  $s_1, s_2$  分别为源面二点坐标矢量,  $m$  是拓扑电荷在文中取 +1, 若  $m = 0$ , (1) 式为 GSM 光束的交叉谱密度函数.

由广义惠更斯-菲涅耳原理<sup>[2]</sup>, GSM 涡旋光束通过斜程大气湍流传输的交叉谱密度函数为

$$\begin{aligned}
 W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, L) &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \iint d^2 s_1 \\
 & \times \iint d^2 s_2 W^{(0)}(s_1, s_2, 0) \\
 & \times \exp\left\{-\frac{ik}{2L}[(\boldsymbol{\rho}_1 - s_1)^2 - (\boldsymbol{\rho}_2 - s_2)^2]\right\} \\
 & \times \langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}_1, s_1) + \psi(\boldsymbol{\rho}_2, s_2)] \rangle, \quad (2)
 \end{aligned}$$

式中  $*$  为复共轭,  $\langle \cdot \rangle$  表示系综统计平均表示为<sup>[18,19]</sup>

$$\begin{aligned}
 & \langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}_1, s_1) + \psi(\boldsymbol{\rho}_2, s_2)] \rangle \\
 & = \exp\left[-\frac{1}{2}D_\psi(s_1 - s_2, \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)\right], \quad (3)
 \end{aligned}$$

式中  $D_\psi(s_1 - s_2, \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)$  是相位结构常数<sup>[2,20]</sup>

$$\begin{aligned}
 & D_\psi(s_1 - s_2, \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) \\
 & = 8\pi^2 k^2 \sec(\xi) \int_{h_0}^H dh \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, h) \\
 & \times \{1 - J_0[|(1 - \eta)(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) + \eta(s_1 - s_2) \cdot \boldsymbol{\kappa}|\kappa]\} d\kappa, \quad (4)
 \end{aligned}$$

$\Phi_n(\kappa, h)$  为湍流介质的折射率起伏空间谱密度函数,  $J_0(\cdot)$  为第一类零阶 Bessel 函数. 引入 Tatarskii 谱<sup>[2]</sup>

$$\begin{aligned}
 \Phi_n(\kappa, h) &= 0.033 C_n^2(h) \kappa^{-11/3} \\
 & \times \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2), \quad (5)
 \end{aligned}$$

$\kappa_m = 5.92/l_0$ ,  $l_0$  为湍流的内尺度, 利用 Bessel 函数的基本性质, 相位结构函数写为

$$\begin{aligned}
 & D_\psi(s_1 - s_2, \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) \\
 & = B_1(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 + B_2(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) \\
 & \cdot (s_1 - s_2) + B_3(s_1 - s_2)^2, \quad (6)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 B_1 &= 3.2796 k^2 l_0^{-1/3} \sec(\xi) \\
 & \times \int_{h_0}^H C_n^2(h) (1 - \eta)^2 dh, \quad (7a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_2 &= 3.2796 k^2 l_0^{-1/3} \sec(\xi) \\
 & \times \int_{h_0}^H 2C_n^2(h) \eta(1 - \eta) dh, \quad (7b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_3 &= 3.2796 k^2 l_0^{-1/3} \sec(\xi) \\
 & \times \int_{h_0}^H C_n^2(h) \eta^2 dh, \quad (7c)
 \end{aligned}$$

上行与下行的区别在于(7a)–(7c)式中的  $\eta$  不同, 上行传输  $\eta = 1 - (h - h_0)/(H - h_0)$ ,  $H$  为接收器距离地面高度,  $h_0$  为光源距离地面高度; 下行传输  $\eta = (h - h_0)/(H - h_0)$ ,  $h_0$  为接收器距离地面高度,  $H$  为光源距离地面高度.  $L = (H - h_0) \sec(\xi)$ ,  $L$  为斜程传输距离,  $\xi$  为天顶角.  $C_n^2(h)$  为随高度  $h$  变化大气折射率结构常数, 斜程传输时一般用 Hufnagel-Valley (H-V) 湍流廓线模型<sup>[2]</sup>

$$\begin{aligned}
 C_n^2(h) &= 0.00594 (v/27)^2 (10^{-5}h)^{10} \\
 & \times \exp(-h/1000) \\
 & + 2.7 \times 10^{-16} \exp(-h/1500) \\
 & + C_n^2(0) \exp(-h/100), \quad (8)
 \end{aligned}$$

$v$  为风速的方均根,  $C_n^2(0)$  为地面上大气折射率结构常数的值, 计算时采用 H-V<sub>5,7</sub> 模型<sup>[2]</sup>  $v = 21$  m/s,  $C_n^2(0) = 1.7 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ .

为了方便计算, 作坐标变换

$$\mathbf{u} = \frac{s_1 + s_2}{2}, \mathbf{v} = s_1 - s_2, \quad (9)$$

把(1)(3)(6)和(7)式代入(2)式有

$$\begin{aligned}
 W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, L) &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \exp\left[-\frac{ik}{2L}(\boldsymbol{\rho}_1^2 - \boldsymbol{\rho}_2^2)\right] \\
 & \times \exp\left[-\frac{B_3}{2}(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2\right] \iint d^2 u \iint d^2 v \\
 & \times \left[\left(u^2 - \frac{v^2}{4}\right) - i(u_x v_y - u_y v_x)\right] \\
 & \times \exp\left(-\frac{2}{w_0^2} u^2\right) \exp\left[\frac{ik}{L}(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) \cdot \mathbf{u}\right] \\
 & \times \exp\left(-\frac{ik}{L} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}\right) \exp(-Av^2) \\
 & \times \exp\left[\frac{ik}{2L}(\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2) \cdot \mathbf{v}\right] \\
 & \times \exp\left[-\frac{B_2}{2}(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) \cdot \mathbf{v}\right], \quad (10)
 \end{aligned}$$

其中

$$A = \frac{1}{2w_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{B_3}{2}. \quad (11)$$

(10)式为源处拓扑电荷  $m$  为  $+1$  的 GSM 涡旋光束通过斜程大气湍流传输的交叉谱密度函数,与高度  $H$  和  $h_0$ ,湍流内尺度  $l_0$ ,天顶角  $\xi$ 、波长  $\lambda$  和空间相关长度  $\sigma_0$  等有关.若  $C_n^2(h)$  为常数,有  $B_1 = B_2 = B_3$ , (10)式退化为 GSM 涡旋光束通过大气湍流水平传输的交叉谱密度函数.

### 3. 大气湍流中上行和下行对 GSM 涡旋光束传输的影响

令(10)式中  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ , 交叉谱密度  $W(\rho, \rho, L)$  转化为 GSM 涡旋光束通过斜程大气湍流传输在  $L$  处的平均光强  $I(\rho, L)$  为

$$\begin{aligned}
 I(\rho, L) &= W(\rho, \rho, L) \\
 &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \iint d^2u \iint d^2v \left[ \left(u^2 - \frac{v^2}{4}\right) \right. \\
 &\quad \left. - i(u_x v_y - u_y v_x) \right] \exp\left(-\frac{2}{w_0^2} u^2\right) \\
 &\quad \times \exp\left(-\frac{ik}{L} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}\right) \exp(-Av^2) \\
 &\quad \times \exp\left[\frac{ik}{L} \rho \cdot \mathbf{v}\right]. \quad (12)
 \end{aligned}$$

利用积分公式<sup>[21]</sup>

$$\begin{aligned}
 &\int x^n \exp(-px^2 + 2qx) dx \\
 &= n! \exp\left(\frac{q^2}{p}\right) \sqrt{\frac{\pi}{p}} \left(\frac{q}{p}\right)^n \\
 &\quad \times \sum_{k=0}^{E[\frac{n}{2}]} \frac{1}{(n-2k)! k!} \left(\frac{p}{4q^2}\right)^k. \quad (13)
 \end{aligned}$$

对(12)式经过积分有

$$\begin{aligned}
 I(\rho, L) &= \frac{k^2(D^2\rho^2 + C)}{4L^2AC^3} \exp\left[-\left(\frac{D^2}{C} - D\right)\rho^2\right] \\
 &\quad - \frac{k^2\pi^2w_0^2(G^2\rho^2 + F)}{32L^2F^3} \exp\left(\frac{G^2\rho^2}{F}\right), \quad (14)
 \end{aligned}$$

其中

$$C = \frac{2}{w_0^2} + \frac{k^2}{4AL^2}, \quad (15a)$$

$$F = A + \frac{k^2w_0^2}{8L^2}, \quad (15b)$$

$$D = \frac{k^2}{4AL^2}, \quad (15c)$$

$$G = \frac{ik}{2L}, \quad (15d)$$

$$A = \frac{1}{2w_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{B_3}{2}. \quad (15e)$$

(14)式为 GSM 涡旋光束通过斜程大气湍流传输的平均光强解析表达式.由(14)式知,平均光强与高度  $H$  和  $h_0$ ,湍流内尺度  $l_0$ ,天顶角  $\xi$ 、波长  $\lambda$  和空间相关长度  $\sigma_0$  有关,与(7)式中的  $B_3$  有关,但与  $B_1$  和  $B_2$  无关.

图1为在传输距离  $L = 10$  km 处 GSM 涡旋光束通过大气湍流上行传输(实线)和下行传输(虚线)时归一化光强分布,计算参数为  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 3$  cm,  $\sigma_0 = 2.5$  cm,  $h_0 = 0$ ,  $\xi = 60^\circ$ ,  $l_0 = 0.01$  m.从图1知在传输相同距离后,下行传输的光强最大值要大于上行传输.这是由于平均光强与(7)式中的  $B_3$  有关,而下行传输( $\eta = (h - h_0)/(H - h_0)$ )的  $B_3$  比上行传输( $\eta = 1 - (h - h_0)/(H - h_0)$ )要小,因此下行传输的光强最大值要大于上行传输,即下行传输受大气湍流的影响要小于上行传输.

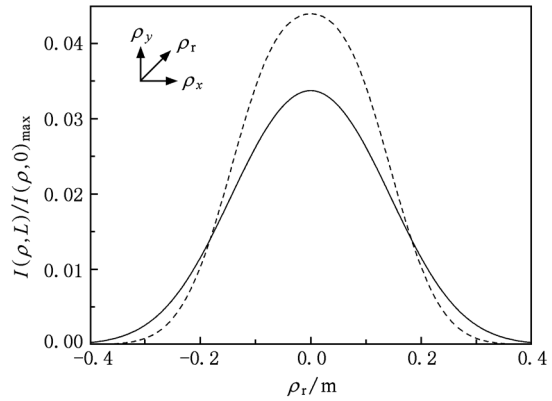


图1  $L = 10$  km 处 GSM 涡旋光束通过大气湍流上行(实线)和下行(虚线)传输时归一化光强分布

根据均方根束宽定义式<sup>[6]</sup>

$$w(z) = \sqrt{\frac{\int \rho^2 I(\rho, z) d^2\rho}{\int I(\rho, z) d^2\rho}}. \quad (16)$$

并利用积分公式<sup>[21]</sup>

$$\int x^{2m} \exp(-\beta x^{2n}) dx = \Gamma\left(\frac{2m+1}{2n}\right) / n\beta^{\frac{2m+1}{2n}}, \quad (17)$$

得到  $m = +1$  时 GSM 涡旋光束在斜程大气湍流中均方根束宽表达式为

$$\begin{aligned}
 w(L) &= \left[ w_0^2 + \left( \frac{4}{k^2 w_0^2} + \frac{2}{k^2 \sigma_0^2} \right) L^2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2L^2 B_3}{k^2} \right]^{1/2}. \quad (18)
 \end{aligned}$$

(18)式右边的前两项与大气湍流参数无关,表征束宽在自由空间中衍射引起的扩展,右边的第三项

$2L^2B_3/k^2$  表征通过斜程传输时湍流引起的束宽扩展.

图 2 为 GSM 涡旋光束通过大气湍流上行传输 (实线) 和下行传输 (虚线) 时均方根束宽随传输距离  $L$  的变化, 计算参数同图 1. 由图 2 知随  $L$  的增大虚线总小于实线, 即下行传输时的均方根束宽要小于上行传输. 因此, 当其他条件 (例如, 天顶角、传输距离等) 都相同时, 下行传输的束宽扩展受湍流的影响要小于上行传输. 这可从 (7c) 式得出合理解释, 下行传输时的  $B_3$  比上行传输要小, 因此下行传输的束宽扩展受大气湍流的影响要小于上行传输的束宽扩展. 从图 1 和 2 得出结论, 在相同条件下, GSM 涡旋光束通过大气湍流下行传输受大气湍流的影响要小于上行传输.

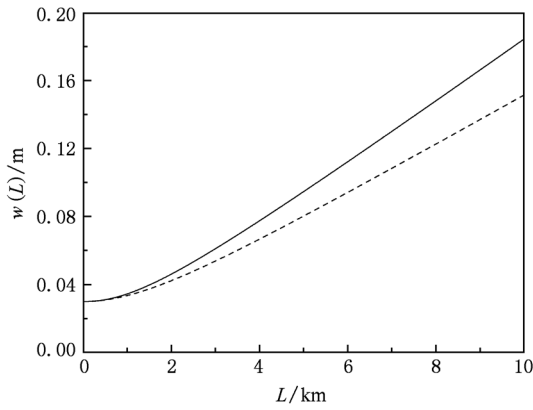


图 2 GSM 涡旋光束通过大气湍流上行 (实线) 和下行 (虚线) 传输时均方根束宽随  $L$  的变化

#### 4. 大气湍流中上行和下行传输对相干涡旋的影响

利用 (13) 式, 对 (10) 式积分得到 GSM 涡旋光束通过斜程大气湍流传输的交叉谱密度函数解析表达式

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, L) = \exp \left[ -\frac{ik}{2L}(\rho_1^2 - \rho_2^2) - \frac{B_3}{2}(\rho_1 - \rho_2)^2 \right] \left[ \left( M_1 - \frac{M_2}{4} \right) - i(M_3 - M_4) \right], \quad (19)$$

其中

$$M_1 = \frac{k^2 B_x B_y (D_x^2 + D_y^2 + C)}{4L^2 AC^3}$$

$$\times \exp \left( \frac{D_x^2 + D_y^2}{C} \right), \quad (20a)$$

$$M_2 = \frac{k^2 w_0^2 (G_x^2 + G_y^2 + F)}{8L^2 F^3} \times \exp \left[ -\frac{k^2 w_0^2}{8z^2} (\rho_{1x} - \rho_{2x})^2 \right] \times \exp \left( \frac{G_x^2 + G_y^2}{F} \right), \quad (20b)$$

$$M_3 = \frac{k^2 w_0 B_x D_x G_y}{4L^2 \sqrt{2AC^3} F^3} \times \exp \left[ -\frac{k^2 w_0^2}{8z^2} (\rho_{1y} - \rho_{2y})^2 \right] \times \exp \left( \frac{D_x^2}{C} + \frac{G_y^2}{F} \right), \quad (20c)$$

$$M_4 = \frac{k^2 w_0 B_y D_y G_x}{4L^2 \sqrt{2AC^3} F^3} \times \exp \left[ -\frac{k^2 w_0^2}{8z^2} (\rho_{1x} - \rho_{2x})^2 \right] \times \exp \left( \frac{D_y^2}{C} + \frac{G_x^2}{F} \right), \quad (20d)$$

$$B_x = \exp \left[ -\frac{k^2}{16AL^2} (\rho_{1x} + \rho_{2x})^2 \right] \times \exp \left[ \frac{B_2^2}{4A} (\rho_{1x} - \rho_{2x})^2 \right] \times \exp \left[ -\frac{ikB_2}{4AL} (\rho_{1x}^2 - \rho_{2x}^2) \right], \quad (20e)$$

$$D_x = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{ik}{L} + \frac{ikB_2}{2AL} \right) (\rho_{1x} - \rho_{2x}) + \frac{k^2}{4AL^2} (\rho_{1x} + \rho_{2x}) \right], \quad (20f)$$

$$G_x = \frac{1}{2} \left[ \frac{ik}{2L} (\rho_{1x} + \rho_{2x}) + \left( \frac{k^2 w_0^2}{4L^2} - B_2 \right) \times (\rho_{1x} - \rho_{2x}) \right], \quad (20g)$$

由对称性, 将  $B_x, D_x, G_x$  中的  $\rho_{1x}$  和  $\rho_{2x}$  换成  $\rho_{1y}$  和  $\rho_{2y}$  就分别得到  $B_y, D_y, G_y$ .

根据光谱相干度定义<sup>[22]</sup>有

$$\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, L) = \frac{W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, L)}{[I(\boldsymbol{\rho}_1, L)I(\boldsymbol{\rho}_2, L)]^{1/2}}, \quad (21)$$

其中,  $I(\boldsymbol{\rho}_i, L) = W(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_i, L)$  ( $i=1, 2$ ) 表示点  $(\boldsymbol{\rho}_i, L)$  处的平均光强. 相干涡旋的位置由方程组<sup>[23]</sup>

$$\text{Re}[\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, L)] = 0, \quad (22a)$$

$$\text{Im}[\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, L)] = 0, \quad (22b)$$

决定, 式中  $\text{Re}, \text{Im}$  分别表示取实部和虚部运算.

图 3 给出了在传输距离  $L = 2 \text{ km}$  处 GSM 涡旋光束在大气湍流中下行传输(图 3(a),(c))和上行传输(图 3(b),(d))光谱相干度实部零值线(实线)和虚部零值线(虚线)的曲线分布((a),(b))和相干涡旋位相图((c),(d)),计算参数为  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 3 \text{ cm}$ ,  $h_0 = 0$ ,  $\rho_1 = (5 \text{ cm}, 5 \text{ cm})$ ,  $\sigma_0 = 4 \text{ cm}$ ,  $m = +1$ ,  $l_0 = 0.01 \text{ m}$ . 从图 3

知,GSM 涡旋光束大气湍流中下行传输在  $2 \text{ km}$  处有一个位置为  $(1.38 \text{ cm}, -0.3 \text{ cm})$  的相干涡旋,其拓扑电荷按照符号法则<sup>[24]</sup>确定为  $+1$ ,而上行传输在  $2 \text{ km}$  处有两个拓扑电荷分别是  $+1$  和  $-1$  的相干涡旋,其位置为  $(2.71 \text{ cm}, 0.09 \text{ cm})$  和  $(2.45 \text{ cm}, 16.3 \text{ cm})$ ,因此,上行和下行传输对相干涡旋的数目和位置都有影响.

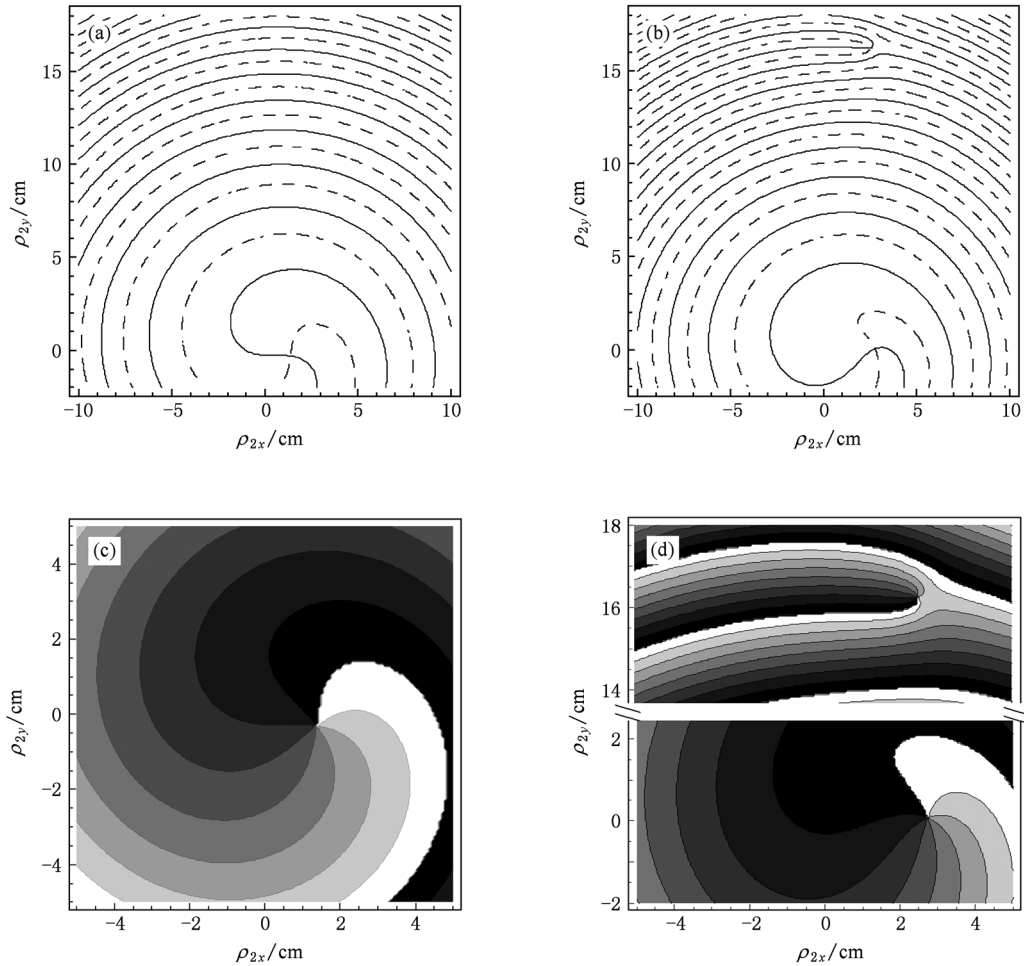


图 3 在  $L = 2 \text{ km}$  处 GSM 涡旋光束在大气湍流中下行传输((a),(c))和上行传输((b),(d))光谱相干度  $\mu$  的实部零值线(实线)和虚部零值线(虚线)分布((a),(b))和相干涡旋位相图((c),(d))

图 4 为 GSM 涡旋光束在大气湍流下行传输(a),(b)和上行传输(c),(d)中相干涡旋位置随传输距离  $L$  的变化,其他计算参数同图 3. 从图 4(a)和(b)可看出,GSM 涡旋光束在大气湍流下行传输中开始时只有一个拓扑电荷为  $+1$  的相干涡旋,这段传输距离内拓扑电荷守恒,随传输距离  $L$  增加有一个拓扑电荷为  $-1$  的新相干涡旋产生,拓扑电荷不再守恒. 将图 4(c),(d)与图 4(a),(b)相比较可知,GSM 涡旋光束在大气湍流上行传输中与下行传

输不同的是出现拓扑电荷为  $-1$  相干涡旋时的传输距离  $L$  有差别. 图 4(a)和(b)中出现拓扑电荷为  $-1$  相干涡旋的传输距离  $z$  为  $3 \text{ km}$ ,图 4(c)和(d)中为  $1 \text{ km}$ . 由此可见,GSM 涡旋光束在大气湍流下行传输中拓扑电荷为  $+1$ ,且保持不变的传输距离为  $3 \text{ km}$ ,上行传输中的距离为  $1 \text{ km}$ . 也就是说,在其他条件相同时,GSM 涡旋光束在大气湍流下行传输中拓扑电荷守恒的距离要大于上行传输中拓扑电荷守恒的距离. 物理原因与图 1 和图 2 相似,即下行传输

较上行传输受大气湍流的影响小,因此拓扑电荷守恒的距离要大.

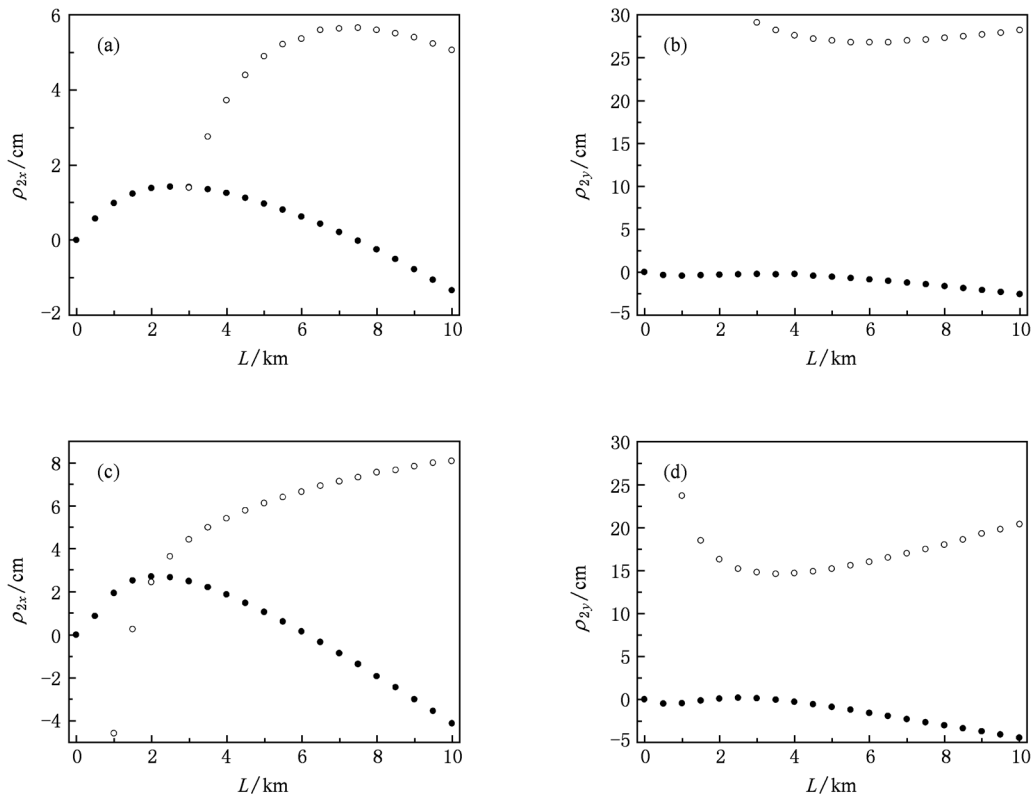


图4 GSM 涡旋光束通过大气湍流下行传输(a),(b)和上行传输(c),(d)相干涡旋位置随传输距离  $L$  的变化, (a),(c) $\rho_{2x}$ 方向,(b),(d) $\rho_{2y}$ 方向,“●”和“○”分别表示拓扑电荷 +1 和 -1

### 5. 结 论

本文从广义惠更斯-菲涅耳原理出发,推导出 GSM 涡旋光束通过大气湍流上下行传输的平均光强、均方根束宽和交叉谱密度函数的解析表达式,用以研究了在大气湍流中上行和下行对 GSM 涡旋光束传输和对相干涡旋的影响.结果表明,在相同传输距离,GSM 涡旋光束通过大气湍流下行传输的

光强最大值要大于上行传输,下行传输的束宽扩展受湍流的影响要小于上行传输,GSM 涡旋光束下行传输受大气湍流的影响要小于上行传输. GSM 涡旋光束在大气湍流中下行比上行传输拓扑电荷守恒距离要长.本文回答了引言中所提问的两个问题,并对结果做了合理的物理解释.文中所得结果对斜程大气传输中部分相干涡旋光束信息携带和传递方面的应用有参考价值.

[1] Strohbehn J W 1978 *Laser Beam Propagation in the Atmosphere* (New York: Springer-Verlag)

[2] Andrews L C, Phillips R L 1998 *Laser Beam Propagation through Random Media* (Bellingham, Washington: SPIE Press)

[3] Wu J, Boardman A D 1991 *J. Mod. Opt.* **38** 1355

[4] Gbur G, Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 1592

[5] Salem M, Shirai T, Dogarin A, Wolf E 2003 *Opt. Commun.* **216** 261

[6] Shirai T, Dogarin A, Wolf E 2003 *J. Opt. Soc. Am. A* **20** 1094

[7] Li J H, Yang A L, Lü B D 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 2670

[8] Zhang E T, Ji X L, Lu B D 2009 *Chin. Phys. B* **18** 571

[9] Chen B S, Pu J X 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1033

[10] Ji X L, Pu Z C 2010 *Chin. Phys. B* **19** 029201

[11] Dogariu A, Amarande S 2003 *Opt. Lett.* **28** 10

[12] Cang J, Zhang Y X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2444 (in Chinese) [仓吉,张逸新 2009 物理学报 **58** 2444]

[13] Chu X X, Liu Z J, Wu Y 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 74

[14] Wang H, Wang X Z, Zeng A J, Yang K 2008 *Acta Phys. Sin.*

- 57 634 (in Chinese) [王 华、王向朝、曾爱军、杨 坤 2008 物理学报 57 634]
- [15] Wang H, Wang X Z, Zeng A J, Yang K 2007 *Acta Opt. Sin.* **27** 1548 (in Chinese) [王 华、王向朝、曾爱军、杨 坤 2007 光学学报 27 1548]
- [16] Gbur G, Tyson R K 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 225
- [17] Maleev I D, Palacios D M, Marathay A S, Swartzlander G A Jr. 2004 *J. Opt. Soc. Am. B* **21** 1895
- [18] Wang S C H, Plonus M A 1979 *J. Opt. Soc. Am.* **69** 1297
- [19] Leader J C 1978 *J. Opt. Soc. Am.* **68** 175
- [20] Yura H T 1972 *Appl. Opt.* **11** 1399
- [21] Gradshteyn I S, Ryzhik I M 2007 *Table of Integrals, Series and Products* 7th ed. (New York: Academic)
- [22] Mandel L, Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge U. Press).
- [23] Gbur G, Visser T D 2003 *Opt. Commun.* **222** 117
- [24] Freund I, Shvartsman N 1994 *Phys. Rev. A* **50** 5164

## Comparative study of partially coherent vortex beam propagations through atmospheric turbulence along a uplink path and a downlink path\*

Li Jin-Hong<sup>1) 2) †</sup> Lü Bai-Da<sup>2)</sup>

1) (School of Applied Science, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

2) (Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

(Received 28 June 2010; revised manuscript received 8 October 2010)

### Abstract

Based on the extended Huygens-Fresnel principle, the propagations of a partially coherent vortex beam through atmospheric turbulence along an uplink path and a downlink path are studied, where the Gaussian Schell-model (GSM) vortex beam is taken as a typical example of partially coherent vortex beam. The analytical expressions for the average intensity, rms width and cross-spectral density function of GSM vortex beam propagating through atmospheric turbulence along a slant path are derived and used to study the influence of atmospheric turbulence along an uplink path and a downlink path on GSM vortex beam propagation and on coherence vortex. It is shown that under the same conditions the influence of atmospheric turbulence along a downlink path on GSM vortex beam propagation is smaller than that along a uplink path, and the conservation distance of the topological charge of GSM vortex beam along a downlink path is longer than that along a uplink path. The results are explained in physics.

**Keywords:** partially coherent vortex beam, coherence vortex, atmospheric turbulence, propagation along a uplink path and a downlink path

**PACS:** 42.25.Dd, 42.68.Bz

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10874125) and the Doctoral Scientific Research Starting Foundation of Taiyuan University of Science and Technology, China (Grant No. 20102016).

† E-mail: sculijh@yahoo.cn, baidalu0@tom.com.