

二维随机粗糙面上导体目标复合瞬态散射的混合算法*

秦三团^{1)†} 郭立新²⁾ 代少玉²⁾ 龚书喜¹⁾

1) (西安电子科技大学天线与微波重点实验室, 西安 710071)

2) (西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

(2010年5月23日收到; 2010年9月10日收到修改稿)

提出用时域积分方程法(TDIE)与时域基尔霍夫近似法(TDKA)的混合算法来求解二维导体随机粗糙面及其上方二维导体目标的复合瞬态散射,推导出了在TM波入射情形下显式及隐式格式的时间步进方程.将粗糙面与目标分别进行TDKA和TDIE计算,并考虑目标与粗糙面之间的耦合,对TDKA和TDIE进行混合迭代,既大大降低了粗糙面求解的复杂度,又保证了计算精度.数值算例中,考虑了角反射器(开放体)和圆柱(封闭体)两种目标,分别计算了目标表面电流响应和电场远场响应.计算结果表明,和单纯TDIE法相比,本文混合方法计算效率大大提高,且有着良好的计算精度.数值算例还分析了目标对散射的影响.

关键词: 随机粗糙面, 复合瞬态散射, 时域积分方程法和时域基尔霍夫近似法, 混合算法

PACS: 42.68.Mj, 02.60.Cb, 41.20.Jb, 92.60.Ta

1. 引言

近年来,随着微波遥感、雷达目标探测等领域的快速发展,对粗糙面及其上方目标的复合电磁散射分析的研究,意义越来越重大.然而,目前该方面的研究,主要集中在基于频域方法的稳态散射^[1-11].对于瞬态散射,用直接的时域方法进行分析显然更有优势,但此方面的研究尚少见公开报道.文献[12]将时域积分方程法(TDIE)用于分析二维导体粗糙面及上方导体目标的瞬态散射,并将数值结果与矩量法(MOM)结合离散傅里叶逆变换(IDFT)进行了对比,虽然获得了很高的计算精度,但需要将整个粗糙面及上方目标当作一个整体去进行TDIE求解,计算效率低下,没有实际工程应用价值.

为探索精确高效的粗糙面及目标复合瞬态电磁散射分析的方法,本文提出TDIE法结合时域基尔霍夫近似法(TDKA)的混合算法.TDKA法是时域物理光学法(TDPO)在粗糙面满足基尔霍夫近似条

件下的应用,TDPO法虽然具备很高的计算效率,但仅适合模拟表面平滑的电大尺寸目标,对电小尺寸的精细结构(比如粗糙面上方目标)则计算误差太大.此前我们的工作曾将TDIE法与TDPO法相结合,求解二维金属平板与目标的复合瞬态散射^[13],但只给出了显式算法(explicit).本文在这一算法思想的基础上,提出TDIE和TDKA的混合算法,用于求解二维导体粗糙面及其上方导体目标复合瞬态散射,推导出了显式和隐式两种格式的时间步进方程(MOT).该混合方法将粗糙面建模为TDKA区域,将粗糙面上目标建模为TDIE区域,对TDIE区域的场强,表示为入射波和整个区域的电流感应的共同作用,对TDKA区域的场强,则仅表示入射波和TDIE区域电流感应的作用.本文混合方法考虑了目标与粗糙面之间的相互耦合作用,而忽略粗糙面区域电流之间的相互耦合作用,因而既大大降低了粗糙面求解的复杂度,又保证了计算精度.

本文第2节推导出了在TM波入射情形下,TDIE和TDKA混合法的时间步进方程;第3节给出了数值算例.数值算例中,为验证算法的普适性,考

* 国家自然科学基金(批准号:60571058, 60801042)和中央高校基本科研业务费专项资金(批准号:JY10000902009)资助的课题

† E-mail: qinsantuan@126.com

虑了平板角反射器(开放体)、圆柱(封闭体)两种目标,分别计算了在调制高斯脉冲照射下,后向和镜向电场远场响应及粗糙面上目标表面电流的响应. 计算结果表明,和单纯 TDIE 法相比,本文混合方法的隐式格式有着极高的计算效率,且有着较好的计算精度. 数值算例还给出了粗糙面 + 目标的混合散射与单纯粗糙面散射的电场瞬态远场对比.

2. 理论与公式

2.1. 粗糙面及上方目标建模

设二维粗糙面及目标的无限长方向平行于 Z 轴,粗糙面仅在 XY 平面内起伏变化. 如图 1 所示,高斯随机粗糙面表面的起伏高度为 $f(x)$,由蒙得卡罗方法随机产生. 将粗糙面建模为 TDKA 区域,将粗糙面上方目标建模为 TDIE 区域. 建模方法为在这两个区域都按照二维 TDIE 方法进行正方形网格剖分^[14],具体为首先在 XY 平面内将粗糙面及上方目标沿表面离散为若干线段,然后沿 Z 轴方向,将线段形成的条带划分为无数多个正方形面元,其中在 $z = 0$ 处,面元 $z = 0$ 以对称分布,如图 2 所示. 本文只考虑 TM 波入射,对 TM 波入射,整个区域的电流只有 Z 轴方向的分量 J_z ,无需考虑线段连接处的电流连续问题.

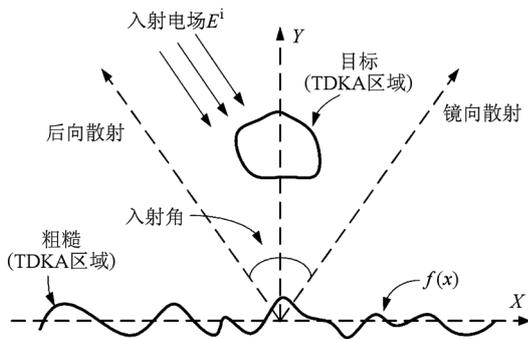


图 1 XY 平面区域划分示意图

2.2. 时间步进方程——显示格式

如第 1 节所述,本文混合算法的核心思想为,对粗糙面上方导体目标的 TDIE 区域,认为其场强为入射波和整个区域的电流感应的共同作用;对粗糙面的 TDKA 区域,则认为其场强仅为入射波和 TDIE 区域电流感应的共同作用. 因此,在每个时间步,仅对导

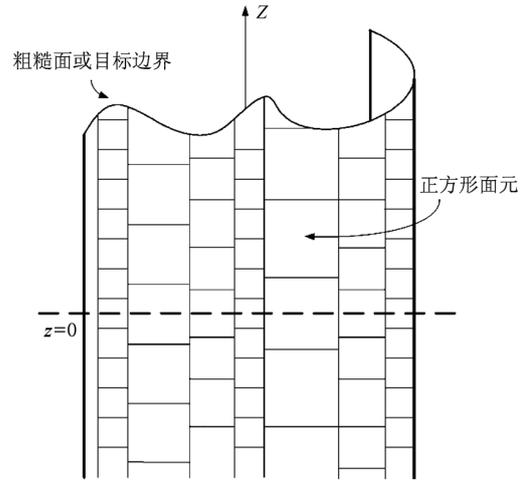


图 2 沿 Z 轴方向正方形网格剖分示意图

体目标表面用时域电场积分方程(TD - EFIE)进行矩量法(MOM)求解,获得目标表面电流后,再将粗糙面 TDKA 区域的表面电流表示为入射波和 TDIE 区域电流感应的共同作用,而不考虑 TDKA 区域间电流的相互耦合. 以下详述其过程.

对二维 TDIE 方法,采用脉冲基函数即可获得满意的精度^[14],本文混合法继续采用该基函数,表达式如下:

$$j_n(\boldsymbol{\rho}) = \begin{cases} 1, & \boldsymbol{\rho} \in n, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\boldsymbol{\rho}$ 为仅在 XY 平面内变化的坐标向量. 在 TM 波入射情况下,表面电流 \mathbf{J} 只有 Z 方向分量且沿 Z 方向不变,那么在 TDIE 和 TDKA 区域,表面电流可用这组基函数展开为

$$\mathbf{J}_{\text{TDIE}}(\boldsymbol{\rho}, t) = \hat{z} \sum_{n=1}^N I_n(t) j_n(\boldsymbol{\rho}), \quad (2)$$

$$\mathbf{J}_{\text{TDKA}}(\boldsymbol{\rho}, t) = \hat{z} \sum_{k=1}^K I_k(t) j_k(\boldsymbol{\rho}), \quad (3)$$

式中, \hat{z} 为沿 Z 轴的单位方向矢量, N, K 分别为 TDIE 和 TDKA 区域的分段数, $I_n(t), I_k(t)$ 分别为在 t 时刻 TDIE 和 TDKA 区域各离散段的电流系数.

对 TDIE 区域的导体表面,由于为 TM 波入射,有如下的时域电场积分方程^[14]:

$$\mathbf{A}_{\text{tan}}(\boldsymbol{\rho}, t) = \int_0^t \mathbf{E}_{\text{tan}}^i(\boldsymbol{\rho}, t) d\tau, \quad (4)$$

式中 \mathbf{A} 表示磁矢势, \mathbf{E}^i 为入射场的电场强度,下标 tan 表示切向方向分量. 在 TDIE 区域,在每个时间步都对式用 MOM 法进行检验(test),检验过程采用 Galerkin 法,即检验函数和基函数相同,得

$$\int_C \hat{z} j_m \cdot \mathbf{A}_{\text{tan}}(\boldsymbol{\rho}, t) dC$$

$$= \int_C \hat{z}_m^j \cdot \left[\int_0^t \mathbf{E}_{\text{lan}}^i(\boldsymbol{\rho}, t) d\tau \right] dC, \quad (5)$$

式中, C 为 TDIE 区域的导体边界. 作近似: 认为在第 m 段内 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}, t)$ 的值不变, 且将 $\boldsymbol{\rho}$ 固定在第 m 段的中点, 可得

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}_m, t) = \int_0^t \mathbf{E}^i(\boldsymbol{\rho}_m, \tau) d\tau, \quad (6)$$

式中, $\boldsymbol{\rho}_m$ 为 TDIE 区域内第 m 段的中点. $\mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}_m, t)$ 可表示为整个 TDIE 和 TDKA 区域电流的综合贡献:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}_m, t) &= \frac{\mu}{4\pi} \int_{C_{\text{TDIE}}} \int_{z'=-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{J}_{\text{TDIE}}(\boldsymbol{\rho}', t - R_m/c)}{R_m} dz' dC' \\ &+ \frac{\mu}{4\pi} \int_{C_{\text{TDKA}}} \int_{z'=-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{J}_{\text{TDKA}}(\boldsymbol{\rho}', t - R_m/c)}{R_m} \\ &\times dz' dC', \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $R_m = \sqrt{|\boldsymbol{\rho}_m - \boldsymbol{\rho}'|^2 + z'^2}$, $\boldsymbol{\rho}_m$ 为场点 (即 TDIE 区域 $z = 0$ 处第 m 个线段的中点), $(\boldsymbol{\rho}', z')$ 为源点. 将(2), (3)两式代入(7)式并作近似, 认为在每个正方形面元内电流 \mathbf{J} 的时间推迟因子 $t - R_m/c$ 不变, 并将源点固定在正方形面元的中心点, 则有

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}_m, t) &\approx \frac{\hat{z}\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{p=-\infty}^{\infty} I_n \left(t - \frac{R_{mnp}}{c} \right) \mathbf{F}_{mnp} \\ &+ \frac{\hat{z}\mu}{4\pi} \sum_{k=1}^K \sum_{p=-\infty}^{\infty} I_k \left(t - \frac{R_{mkp}}{c} \right) \mathbf{F}_{mkp}, \end{aligned} \quad (8)$$

且

$$\mathbf{F}_{mnp/mkp} = \int_{\Delta S_{np/kp}} \frac{1}{R_m} ds', \quad (9)$$

$$R_{mnp/mkp} = \sqrt{|\boldsymbol{\rho}_m - \boldsymbol{\rho}'_{n/k}|^2 + (p\Delta\tau_{n/k})^2}, \quad (10)$$

式中, $\boldsymbol{\rho}_m, \boldsymbol{\rho}'_n$ 表示 TDIE 区域内第 m, n 段中点, $\boldsymbol{\rho}'_k$ 表示 TDKA 区域内第 k 段的中点. $\Delta\tau_n, \Delta\tau_k$ 分别表示第 n, k 段的长度, p 表示从 $z = 0$ 开始, 沿 Z 轴第 p 个正方形. ΔS_{np} 表示 TDIE 区域内第 n 段、沿 Z 方向第 p 个正方形面元, ΔS_{kp} 则表示 TDKA 区域内相应的正方形面元.

(9)式的计算, 分两种情况: 面元不重合时和面元重合时. 面元不重合时, R_m 近似为两个面元中心点的距离; 面元重合时, 用文献[14]介绍的方法计算, 有

$$F_{mnp} = 4\Delta\tau_n \ln(1 + \sqrt{2}). \quad (11)$$

以下讨论(8)式中 $I_k(t)$ 的计算. 如前文所述, 对 TDKA 区域, 不考虑相互之间的耦合, 电流由两部分贡献得来: 一部分是入射波照射到 TDKA 区域产生的感应电流, 另一部分是 TDIE 区域的电流源产生的散射场照射 TDKA 区域产生的感应电流, 总体

可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\text{TDKA}}(\boldsymbol{\rho}, t) &= 2\hat{k} \times \mathbf{H}^i(\boldsymbol{\rho}, t) \\ &+ 2\hat{k} \times \mathbf{H}^s(\boldsymbol{\rho}, t), \end{aligned} \quad (12)$$

式中, \hat{k} 为 TDKA 区域的 $\boldsymbol{\rho}$ 处的单位法向矢量, \mathbf{H}^i 为入射波的磁场强度, 定义为 $\mathbf{H}^i = (1/\eta)/\hat{k}^i \times \mathbf{E}^i$, \mathbf{H}^s 为 TDIE 区域的电流在 TDKA 区域的散射磁场. 对 \mathbf{H}^s 的计算, 采用文献[8]介绍的方法, 可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^s(\boldsymbol{\rho}_k, t) &= \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}_s \\ &= \nabla \times \int_{C_{\text{TDIE}}} \int_{z'=-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{J}_{\text{TDIE}}(\boldsymbol{\rho}', t - R_k/c)}{4\pi R_k} dz' dl' \\ &= \nabla \times \sum_{n=1}^N \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\hat{z} I_n(t - R_{knp}/c) (\Delta\tau_n)^2}{4\pi R_{knp}} \\ &= \sum_{n=1}^N \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\hat{z} \times \hat{R}_{knp}}{4\pi} \left[\frac{(\Delta\tau_n)^2}{cR_{knp}} \frac{\partial I_n(t_R)}{\partial t_R} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\Delta\tau_n)^2}{(R_{knp})^2} I_n \left(t - \frac{R_{knp}}{c} \right) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $t_R = t - R_{knp}/c$, R_{knp} 的定义和(10)式类似. \hat{R}_{knp} 为沿着 R_{knp} 方向的单位矢量, 联合(1), (3), (12), (13)式, 可得

$$\begin{aligned} I_k(t) &= 2\hat{k} \times \mathbf{H}^i(\boldsymbol{\rho}_k, t) \cdot \hat{z} + \sum_{n=1}^N \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\hat{k} \cdot \hat{R}_{knp}}{2\pi} \\ &\times \left[\frac{(\Delta\tau_n)^2}{cR_{knp}} \frac{\partial I_n(t_R)}{\partial t_R} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\Delta\tau_n)^2}{(R_{knp})^2} I_n \left(t - \frac{R_{knp}}{c} \right) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

式中电流系数 $I(t)$ 对时间的微分用中心差分近似来表示

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_n(t_R)}{\partial t_R} &= \frac{I_n(t + 0.5\Delta t - R_{knp}/c) - I_n(t - 0.5\Delta t - R_{knp}/c)}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (15)$$

将时间 t 离散为 t_1, t_2, \dots, t_i , 如果时间步长满足 Courant 准则, 即 $c\Delta t < \Delta R_{\text{min}}/\sqrt{2}$ (式中 R_{min} 为网格中心距离的最小值), 那么只要 $m \neq n$ 或 $p \neq 0$, 一定有 $t_i - R/c < t_{i-1}$, 因而有

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}_m, t_i) &= \frac{\hat{z}\mu}{4\pi} F_{m0} I_m(t_i) \\ &+ \frac{\hat{z}\mu}{4\pi} \sum_{\substack{n=1 \\ m \neq n}}^N \sum_{\substack{p=-\infty \\ \text{or } p \neq 0}}^{\infty} I_n \left(t_i - \frac{R_{mnp}}{c} \right) \mathbf{F}_{mnp} \end{aligned}$$

$$+ \frac{\hat{z}\mu}{4\pi} \sum_{k=1}^K \sum_{p=-\infty}^{\infty} I_k \left(t_i - \frac{R_{mkp}}{c} \right) F_{mkp}. \quad (16)$$

以 $B(\rho_m, t_i)$ 为表示(16)式右边第二项, $C(\rho_m, t_i)$ 表示式右边第三项, 结合(6)式, 可得

$$\frac{\hat{z}\mu}{4\pi} F_{m0} I_m(t_i) = \int_0^{t_i} E^i(\rho_m, \tau) d\tau - B(\rho_m, t_i) - C(\rho_m, t_i), \quad (17)$$

上式左边只含 $I_m(t_i)$, 右边只含 i 以前的时间步, 是显式格式的混合时间步进迭代方程.

2.3. 时间步进方程——隐式格式

当时间步长 Δt 增大到不满足 Courant 准则时, (17)式右边第二项内可能出现如下情况: $t_i \geq t_i - R/c > t_{i-1}$. 令 $t_R = t_i - R/c$, 此时, $I_n(t_R)$ 是应当作 $I_n(t_i)$ 来计算, 还是当作 $I_n(t_{i-1})$ 来计算呢? 如果完全当作 $I_n(t_{i-1})$ 来计算, 则(17)式依然成立, 仍然是显式算法, 但这显然是不准确的, 严格的做法应该作插值处理:

$$I(t_R) = \left[\frac{R}{c\Delta t} \right] I_n(t_{i-1}) + \left[1 - \frac{R}{c\Delta t} \right] I_n(t_i). \quad (18)$$

如果 $t_i \geq t_i - R/c > t_{i-1}$ 时将 $I(t_R)$ 都按(18)式来处理, 那么(17)式变为

$$\begin{aligned} \int_0^{t_i} E^i(\rho_m, \tau) d\tau &= \frac{\hat{z}\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^M \sum_{p=-Q}^Q I_n(t_i) \left[1 - \frac{R_{mnp}}{c\Delta t} \right] F_{mnp} \\ &+ \frac{\hat{z}\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^M \sum_{p=-Q}^Q I_n(t_{i-1}) \left[\frac{R_{mnp}}{c\Delta t} \right] F_{mnp} \\ &+ B(\rho_m, t_i) + C(\rho_m, t_i), \quad (19) \end{aligned}$$

上式右边的前两项中求和号的 M, Q 表示 R 满足 $t_i \geq t_i - R/c > t_{i-1}$, $B(\rho_m, t_i)$ 表示 $B(\rho_m, t_i)$ 中只含有 $I_n(t_{i-1})$ 及更早时间步的电流系数. 请注意(19)式与(17)式的区别: (17)式中, 含第 i 时间步的电流系数只有 $I_m(t_i)$ 一个, 因此可以根据 t_i 以前的时间步计算出 $I_m(t_i)$; (19)式含第 i 时间步的电流系数不只 $I_m(t_i)$ 一个, 无法仅根据该式算出 $I_m(t_i)$, 但可以将(19)式的每个 $\rho_m (m = 1, 2, \dots, N)$ 联立起来, 形成一个 N 维线性方程组, 解方程组便一次性求出了 N 个 $I(t_i)$. 线性方程组可以用矩阵的形式表达

$$[\alpha][I(t_i)] = [\beta], \quad (20)$$

式中, α 由(19)式右边第一项计算, β 由(19)式右边第二、三、四项及左边项计算. (20)式便为本文混合算法隐式格式的时间步进方程.

无论显式格式还是隐式格式, 具体求解过程都为: 先根据 TDIE 及 TDKA 区域的 $I(t_{i-1})$ 及以前的时间步, 计算出 TDIE 区域的 $I(t_i)$, 然后根据 TDIE

区域的 $I(t_i)$ 由(14)式计算出 TDKA 区域的 $I(t_i)$.

2.4. 算法稳定性分析

TDIE 算法普遍存在时间迭代后期震荡发散问题, 本文混合算法在 TDIE 算法基础上加入了 TDIE 和 TDKA 区域的互耦迭代, 总的稳定性如何? 首先, TDKA 区域的电流仅采用 KA 近似来计算, 各网格之间是相互独立的, 不会产生误差积累从而导致发散. 其次, TDKA 区域电流对 TDIE 区域的反向耦合, 是通过电磁散射来修正 TDIE 区域的总入射场来实现的, 这个不会加剧 TDIE 区域的不稳定, 因为 TDIE 不稳定的主要原因是 MOM 检验过程中的离散误差和目标内谐振^[15]. 据此分析, 本文混合算法的稳定性与算法中采用的 TDIE 法稳定性相近, 故对后期震荡的抑制, 采取和 TDIE 法一样的措施^[14], 实际计算发现, 对显式格式, 采用下面的三步平均法^[16] 即可取得满意的稳定效果:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_m(t_i) &= 0.25 \times [I_m(t_{i+1}) + 2I_m(t_i) \\ &+ \tilde{I}_m(t_{i-1})], \quad (21) \end{aligned}$$

式中, $\tilde{I}_m(t_i)$ 表示已经平均了的量. 对隐式格式, 则无需采用任何措施, 也可获得良好的稳定性.

2.5. 算法效率分析

存储分析: 设 N, K 分别为目标区域和粗糙面区域的未知量, T 为时间步数. 对显式算法而言, 没有矩阵需要存储, 只需存储每个时间步每个未知量的电流系数, 因此混合算法和纯 TDIE 法的存储量都为 $O((N + K) * T)$. 隐式算法除了要存储电流系数以外, 还需要存储矩阵, 其中纯 TDIE 法的矩阵维数为 $N + K$, 总存储量为 $O((N + K)^2 + (N + K) * T)$; 而混合算法隐式的矩阵维数仅为 N , 存储量为 $O(N^2 + (N + K) * T)$. 很显然, 在粗糙面区域的未知量远大于目标区域未知量的情形下 (即 $K \gg N$), 混合算法隐式的存储量接近与显式的存储量, 而纯 TDIE 法隐式的存储量远大于混合算法隐式存储量.

计算时间分析: 混合方法的求解时间主要集中在 TDIE 区域的时间步进求解和目标与 TDKA 之间耦合的求解, 其计算复杂度为 $O(N * (N + K) + N^2)$, 而纯 TDIE 法需要计算全部区域的耦合, 其计算复杂度为 $O((N + K)^2)$, 可见, 在 $K \gg N$ 时, 混合算法计算优势将会更明显. 进一步分析请见 3.3 节“数值结果”.

2.6. 远场计算

远场计算采用文献[13]介绍的方法,当粗糙面和目标区域所有的电流计算出来后,用以下两式计算:

$$\sqrt{\rho}A_f(\boldsymbol{\rho}, t_i) = \frac{\mu}{2\sqrt{2}\pi} \sum_{n=1}^N \Delta l_n \sum_{k=1}^{i-\tau_n} -2J_n(t_k) (\sqrt{a-ct_k} - \sqrt{a-ct_{k-1}}), \quad (22)$$

$$\sqrt{\rho}E_f(\boldsymbol{\rho}, t_i) = -\sqrt{\rho} \frac{\partial A_f(\boldsymbol{\rho}, t_i)}{\partial t} = -\sqrt{\rho} \frac{A_f(\boldsymbol{\rho}, t_{i+1}) - A_f(\boldsymbol{\rho}, t_{i-1})}{2\Delta t}, \quad (23)$$

式中, $\tau_n = (\rho - \hat{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}'_n) / (c\Delta t)$, $a = ct_i - \rho + \hat{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}'_n$, 下标 f 表示远场, ρ 表示远场场点到坐标原点的距离, $\hat{\rho}$ 表示远场方向的单位矢量, Δl_n 表示第 n 段线段的长度, $\boldsymbol{\rho}'_n$ 表示源点第 n 段线段的中心点位移量, $J_n(t_k)$ 表示第 n 段第 k 时间步的电流.

3. 数值计算

3.1. 入射波设置

为避免超低频情形时 TDKA 方法失效,入射波采用 TM 调制高斯平面波^[17], 并采用加窗锥形波^[18], 以确保所计算的粗糙面区域边缘处电流连续. 总表达式如下:

$$E^i(\boldsymbol{\rho}, t) = -E_0^i \frac{4.0}{\sqrt{\pi T}} \cos\left[2\pi f_0 \left(t - \frac{\boldsymbol{\rho} \cdot \hat{k}}{c}\right)\right] \times \exp\left\{-\left[\frac{4.0}{T}(ct - ct_0 - \boldsymbol{\rho} \cdot \hat{k})\right]^2 - \left[\frac{g}{L}(\boldsymbol{\rho} \cdot \hat{x} - x_0)\right]^2\right\}, \quad (24)$$

式中 c 为光速, \hat{k} 为调制高斯脉冲平面波的传播方向, T 为脉冲宽度, t_0 为延迟时间, f_0 为调制频率, E_0^i 为入射波强度, L 为所计算的粗糙面的总长度, x_0 为粗糙面的中心点, g 为锥形波衰减因子, g 越大, 在粗糙面的边缘处入射场越小. 需要说明的是, 普通的高斯平面波是严格满足麦克斯韦方程的, 加窗后的锥形波仅仅是近似满足波动方程^[18].

本文所有算例中, 入射波参数分别为 $E_0^i = 120\pi\hat{z}$, $T = 4 \text{ LM}$ ($1 \text{ LM} = 1/(3 \times 10^8) \text{ s}$), $ct_0 = 6 \text{ LM}$, $f_0 = 375 \text{ MHz}$, $g = 5.4$, 入射角(与 Y 轴方向夹角)为 30° (散射示意图请参见图 1).

3.2. 目标建模及粗糙面参数设置

为验证混合算法的普适性, 算例共计算了粗糙面上开放和封闭两种目标, 分别是二维金属角反射器(开放体)和二维金属无限长圆柱(封闭体). 其中, 90° 角反射器对称于 Y 轴两边放置, 每边的长度为 0.3 m , 两条边共剖分 10 段, 直角顶角离 X 轴距离 1.0 m , 见图 3(a). 圆柱目标的圆心在 Y 轴上, 半径 0.2 m , 圆心距离 X 轴 1.0 m , 圆周剖分 20 段, 见图 3(b).

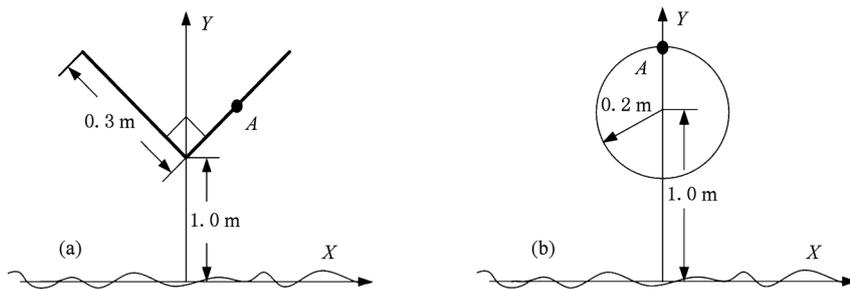


图3 角反射器(a)、圆柱(b)与粗糙面的建模

本文算例中, 粗糙面长度取 30.72 m , 共剖分 512 个未知量. 文献[2]给出了粗糙面应用 KA 法的条件: 曲率半径远大于入射波长, 即 $\rho \gg \lambda$. 本文算例中入射高斯调制平面波的中心频率 $f_0 = 375 \text{ MHz}$, 其 40 dB 截止频率范围(即中心频率左右的

功率衰减 40 dB 处)为 $205\text{--}545 \text{ MHz}$, 以最低截止频率所对应的波长来估算, 约为 $\lambda = 1.46 \text{ m}$. 为此, 粗糙面均方根高度取值 $h = 0.04 \text{ m}$, 相关长度 $l = 1.0 \text{ m}$, 此时曲率半径约为 $\rho = 4.97\lambda$ (曲率半径的计算请参见文献[18]).

3.3. 数值结果

算例 1 三种方法计算结果的比较. 分别是混合法显式格式 (hybrid method-explicit)、混合法隐式格式 (hybrid method-implicit) 和纯 TDIE 法. 纯 TDIE 法被用来作为计算精度的比较, 为确保其计算精度, 算例中的 TDIE 法都采用显示格式^[14] (仅在后面的计算效率分析中列出了隐式格式的计算时间), 且为便于比较, TDIE 法中目标及粗糙面模型参数设置和混合法一样. 三种算法中, 粗糙面样本都取 30 个, 将计算结果进行平均.

关于时间步长的选取, 计算中发现, 显示格式的时间步长只要满足 Courant 准则, 都能取得较理想的计算结果, 文中算例混合法和纯 TDIE 法时间步长都取 $\Delta t = 0.02 \text{ LM}$. 对于隐式格式的 Δt , 尽管可以取的

比显示格式大的多, 但必须考虑以下两个因素: 1) 时间采样 Δt 必须满足 Nyquist 抽样准则, 即 $\Delta t < 1/(2f_{\max})$, f_{\max} 为调制高斯脉冲的最大截止频率. 本文算例中 $f_{\max} = 545 \text{ MHz}$, 要求 $\Delta t < 0.275 \text{ LM}$; 2) 采样间隔 Δt 过大会使计算精确度下降, Δt 过小则又会使计算步数增大从而加大计算时间, 甚至蜕化为显式算法, 丧失了隐式方法的优势, 实际计算中需要权衡考虑. 本文算例中, 隐式格式 $\Delta t = 0.1 \text{ LM}$.

图 4 为粗糙面上角反射器 (建模见图 3(a)) 的电场远场响应, 其中后向电场响应 (图 4(a))、镜向电场响应 (图 4(b)); 图 5 为粗糙面上圆柱的电场远场响应, 其中后向电场响应 (图 5(a))、镜向电场响应 (图 5(b)); 图 6 为目标上电流响应, 其中角反射器上 A 点的电流响应 (图 6(a))、圆柱上 A 点电流响应 (图 6(b)).

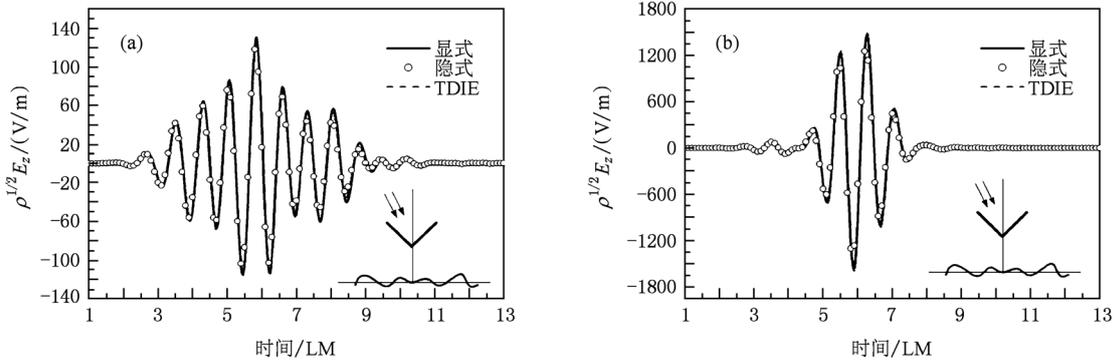


图 4 粗糙面上角反射器电场远场响应 (a) 后向电场响应; (b) 镜向电场响应

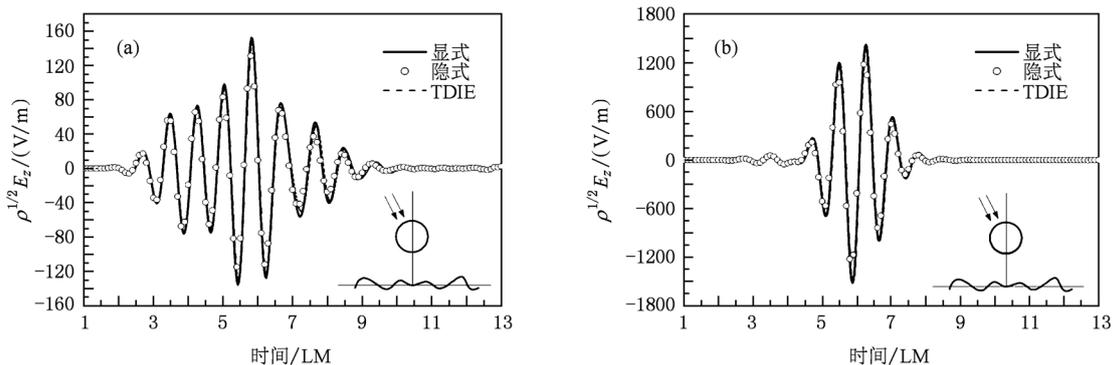


图 5 粗糙面上圆柱电场远场响应 (a) 后向电场响应; (b) 镜向电场响应

从图 4—图 6 可以看出, 混合法显式和纯 TDIE 法符合良好, 混合法隐式计算精度稍差, 但也能和 TDIE 法基本符合.

关于粗糙面样本数的选取. 粗糙面散射中, 必

须取多个粗糙面的计算结果平均, 方能获得稳定的结果. 应该取多少个粗糙面样本, 取决于入射波的带宽、粗糙面的参数以及入射角等因素. 计算发现, 在本文的参数设置下, 镜向远场的单个粗糙面样本

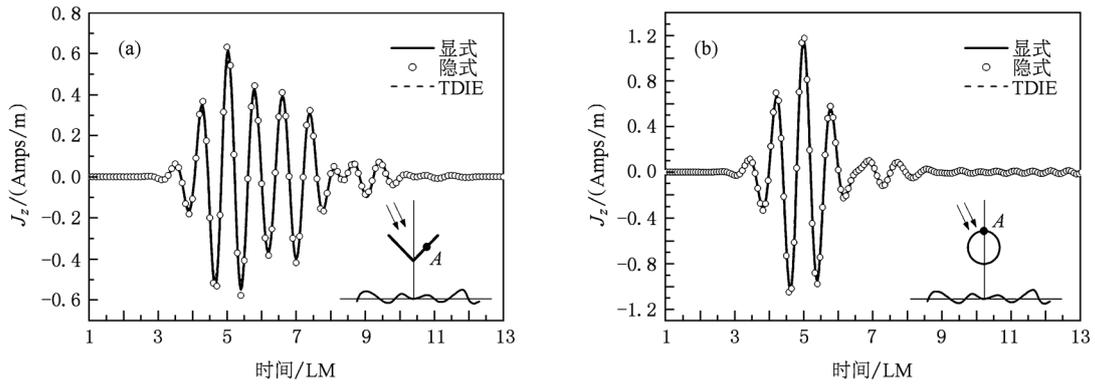


图6 目标上电流响应 (a)角反射器上A点电流响应;(b)圆柱上A点电流响应

结果和多个粗糙面样本基本无差别,而后向远场和电流则至少取 20 个样本,才能获得稳定结果.

表 1 列出了各种情况下计算时间的对比.

表 1 不同情况下计算时间的对比

	计算时间(秒)(计算单个粗糙面)	
	未知量个数 (粗糙面 512, 角反射器 10)	未知量个数 (粗糙面 512, 圆柱 20)
混合法显式(时间步长 0.02 LM, 时间步 1200 步)	586	1136
混合法隐式(时间步长 0.1 LM, 时间步 240 步)	53	106
TDIE 显式(时间步长 0.02 LM, 时间步 1200 步)	12709	13210
TDIE 隐式(时间步长 0.1 LM, 时间步 240 步)	1324	1432

表 1 中,所计算的时间长度都为 24LM,从表中可以看出,混合法的计算效率总体优于纯 TDIE 法,而混合法隐式算法的效率优于显式算法.从表中还

可以看出,在粗糙面未知量个数和目标未知量个数之比更大的情况下,混合法的计算效率优势更加明显,这也和 2.5 节的分析相符合.

算例 2 粗糙面上有无目标时电场远场的变化,由混合法隐式格式计算得到.粗糙面样本数取 30 个,时间步长 0.1 LM.图 7 为粗糙面上有无角反射器目标时后向远场的比较(图 7(a))、镜向远场的比较(图 7(b));图 8 为粗糙面上有无圆柱目标时后向远场的比较(图 8(a))、镜向远场的比较(图 8(b)).其中,图 7(a)和图 8(a)还给出了单目标散射的后向远场,以作对比.

从图 7(a)和图 8(a)可以看出,粗糙面上有无目标,对后向远场影响巨大;图 7(b)和图 8(b)则显示粗糙面上有无目标对镜向远场的影响很小,这说明后向场的突变是雷达探测粗糙面上方目标的重要基础.从图 7(a)和图 8(a)还可以看出,单目标和复合目标散射的瞬态远场相比,在时间前期图形较符合,但是后期单目标的远场迅速衰减,复合目标的远场则持续一段后再衰减,这是因为和粗糙面上目标相比,粗糙面电流产生的场传递到远处的时间

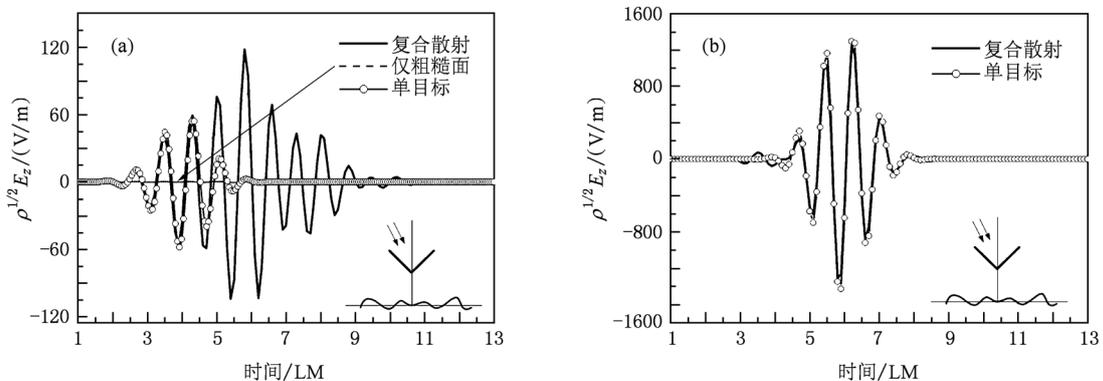


图 7 粗糙面上有无角反射器目标时电场远场的比较 (a)后向远场;(b)镜向远场

相对滞后,在时间前期远场主要为目标上电流的贡献,所以两个远场相近;时间后期复合目标的远场有

粗糙面电流的继续贡献,单目标则没有,所以差别就体现出来了.

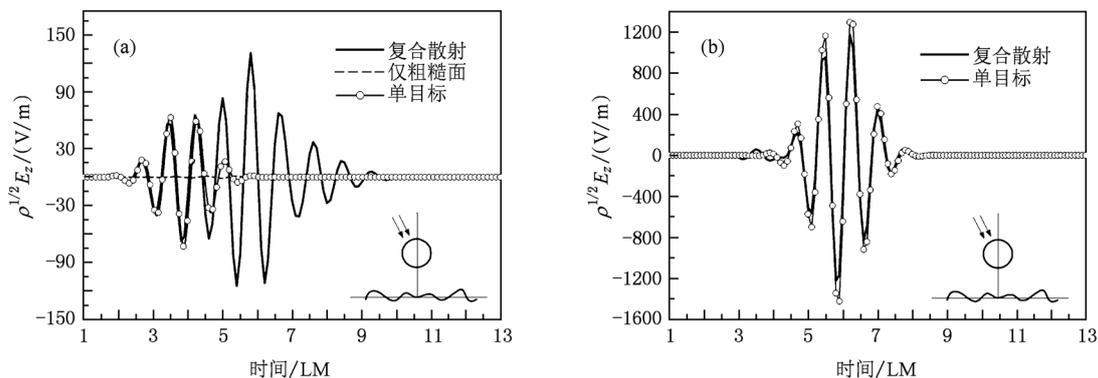


图8 粗糙面上有无圆柱目标时电场远场的比较 (a)后向远场;(b)镜向远场

4. 结 论

本文将 TDIE 法与 TDKA 法结合起来,求解 TM 波入射情形下二维导体粗糙面与上方导体目标复合脉冲散射. 分别推导出显式及隐式格式的时间步进方程. 为验证算法的普适性,算例中考虑了角反射器和圆柱两种目标,计算了电场远场响应和目标上的电流响应,计算结果与纯 TDIE 法进行了比较,结果表明,混合法隐式格式在保证精度的情况下,计算效率方面有极大的优势,这种优势

在 TDKA 区域的未知量数远大于 TDIE 未知量数时更明显,并且混合法隐式的对存储的要求,和显式相近,远小于纯 TDIE 隐式的存储量. 说明本文混合法隐式格式是进行电大尺寸粗糙面与电小尺寸目标混合瞬态散射分析的理想方法. 对粗糙面、目标及入射波各种参数变化时对散射场的影响,本文限于篇幅,没有讨论,读者可根据实际情况用本文混合方法具体分析. 作者下一步的工作将是研究 TE 波入射情形下粗糙面与上方目标复合瞬态散射的混合算法,以及介质粗糙面上方目标瞬态散射的混合算法等.

[1] Ye H X, Jin Y Q 2008 *Chin. Phys. B* **17** 839
 [2] Ye H X, Jin Y Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 839 (in Chinese) [叶红霞,金亚秋 2008 物理学报 **57** 839]
 [3] Wang R, Guo L X, Wang A Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3179 (in Chinese) [王蕊,郭立新,王安琪 2010 物理学报 **59** 3179]
 [4] Li J, Guo L X, Zeng H, Han X B 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2757
 [5] Guo L X, Wang Y H, Wu Z S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5130 (in Chinese) [郭立新,王运华,吴振森 2005 物理学报 **54** 5130]
 [6] Nie D, Zhang M 2010 *Chin. Phys. B* **19** 074101
 [7] Guo L X, Wang R, Wu Z S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 044102
 [8] Ji W J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010300 (in Chinese) [姬伟杰 2011 物理学报 **60** 010300]
 [9] Wang R, Guo L X, Ma J, Wu Z S 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1503
 [10] Wang R, Guo L X, Qin S T, Wu Z S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3473 (in Chinese) [王蕊,郭立新,秦三团,吴振森 2008 物理学报 **57** 3473]
 [11] Wang Y H, Zhang Y M, He H X, Guo L X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3696
 [12] Wang R, Guo L X 2009 *Science in China* **39** 201 (in Chinese) [王蕊,郭立新 2009 中国科学 **39** 201]
 [13] Qin S T, Gong S X, Wang R, Guo L X, 2010 *Progress In Electromagnetics Research* **102** 181
 [14] Rao S M 1999 *Time Domain Electromagnetics* (ACADEMIC) Ch. 3
 [15] Rynne B P 1986 *Electromagnetics* **6** 129
 [16] Vechinski D A, Rao S M 1992 *IEEE Trans. on Antennas and Propagation* **40** 661
 [17] Ge D B, Yan Y B 2005 *Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetic Waves* (Xi'an of China: Xidian Press) Ch. 5, Ch. 11 (in Chinese) [葛德彪,闫玉波 2005 电磁波时域有限差分方法(西安:西电出版社)第5,11章]
 [18] Tsang L, Kong J A 2001 *Scattering of Electromagnetic Waves: Numerical simulations* (New York: John Wiley & Sons Inc.) Ch. 4

A hybrid algorithm for the transient scattering from a two-dimensional conductor target above a randomly rough surface^{*}

Qin San-Tuan^{1)†} Guo Li-Xin²⁾ Dai Shao-Yu²⁾ Gong Shu-Xi¹⁾

1) (*Key Laboratory of Antennas and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

2) (*School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

(Received 23 May 2010; revised manuscript received 10 September 2010)

Abstract

A hybrid algorithm of time domain integral equation (TDIE) and time domain Kirchhof approximation (TDKA) is proposed to compute the TM transient scattering from a 2-dimensional (2D) perfectly conducting (PEC) target above 2D PEC randomly rough surface. Explicit and implicit procedures of Marching-on-in-time (MOT) are developed, respectively. TDKA is applied to the rough surface while TDIE is applied to the target, and the mixed iteration of TDIE/TDKA is introduced to take into account the interactions between the target and the rough surface. In numerical examples, both bent strip (open structure) and cylinder (closed structure) are considered and numerical results present the target surface current response and the far scattered electric field response, which are compared with those obtained from whole TDIE. Numerical results demonstrate the efficiency and the accuracy of the hybrid algorithm. Still in numerical examples, the influence on the far scattered electric field caused by the target is discussed.

Keywords: randomly rough surface, composite transient scattering, TDIE and TDKA, hybrid algorithm

PACS: 42.68.Mj, 02.60.Cb, 41.20.Jb, 92.60.Ta

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60571058, 60801042), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant No. JY10000902009).

[†] E-mail: qinsantuan@126.com