

# 涡旋光束与相位全息光栅不对准时的衍射特性研究\*

黎芳<sup>†</sup> 江月松 欧军 唐华

(北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100191)

(2010年7月2日收到; 2011年1月5日收到修改稿)

研究了涡旋光束与相位全息光栅不对准时衍射光束的解析特性. 利用理论推导的方法得出涡旋光束经相位全息光栅接收后一阶衍射光束的解析表达式. 然后通过仿真分析分别得出在发生正常对准、横向偏移、角向倾斜及横向偏移和角向倾斜两者同时出现时衍射光束的质心偏移特性和中心强度变化特性. 研究表明: 拉盖尔-高斯光束经相位全息光栅衍射后得到的光场表达式为合流超几何函数形式. 光束与相位全息光栅间的不对准会引起衍射光束质心的偏移, 而且光束质心的偏移量随入射光束偏移距离和偏离角的增加而增加, 与入射光束的偏移方向和方位角无关. 角向倾斜时, 质心的偏移角等于入射光束的方位角, 入射光束的拓扑荷和相位全息光栅的分叉数都不影响衍射光束质心的偏移位置. 另外还发现: 当入射光束的拓扑荷与相位全息光栅的分叉数两者之和为零时, 衍射光束的中心强度值会随入射光束的偏移距离和偏离角的增加而逐渐减小; 而当两者之和不为零时, 由于入射涡旋光束与相位全息光栅不对准使得中心强度值不再为零, 这会影响测量结果的正确性.

**关键词:** 拉盖尔-高斯光束, 相位全息光栅, 横向偏移, 角向倾斜

**PACS:** 42.25.Bs, 42.40.Jv, 42.25.Fx, 47.32.-y

## 1. 引言

具有轨道角动量的光束被称为涡旋光束, 它是近年来国际上研究的热点领域之一, 在光学微操纵、生物医学、量子信息编码、光学信息传输等领域<sup>[1-5]</sup>都具有广泛而重要的应用. 其光场表达式具有一项相位因子  $\exp(is\phi)$ , 使得该类光束中每个光子具有  $\hbar s$  的轨道角动量, 其中  $s$  称为拓扑荷<sup>[6]</sup>. 涡旋光束的主要特性是光束具有螺旋型等相位面, 光束的中心强度值为零, 光强分布呈圆环状<sup>[7]</sup>.

产生涡旋光束的方法主要有三种: 螺旋相位板法、棱镜转换法和计算全息法<sup>[8-12]</sup>. 其中计算全息法是三种方法中使用较普遍, 也是最灵活的一种, 它利用计算机仿真出中心存在分叉的相息图, 分叉数与所要产生的涡旋光束的拓扑荷数相同, 然后制成相位全息光栅, 高斯光束经过此相位全息光栅后就能在衍射阶上得到具有轨道角动量的光束. 计算全息法不仅是产生涡旋光束的一种方法, 还是测量

涡旋光束拓扑荷的重要方法. 假设被测光束的拓扑荷为  $s$ , 它入射至分叉数为  $l$  的相位全息光栅后, 则一阶衍射光束的拓扑荷应为  $s + l$ . 如果此时接收到的中心光强不为零, 说明其拓扑荷为零, 即  $s + l = 0$ , 则可以得出入射光束的拓扑荷为  $-l$ .

目前对相位全息光栅的衍射特性研究都是采用无限级数叠加的方法, 这不利于精确研究衍射光束的幅度和相位特性, 尤其在研究光束的演变特性时, 级数叠加的方法就显得比较复杂, 因此需要对其解析特性进行讨论<sup>[13]</sup>. 由文献<sup>[13]</sup>对相位全息光栅解析特性的研究可知, 高斯光束经过相位全息光栅时, 实际产生的是 Kummer 光束, 而在近轴近似下就可以得到拉盖尔-高斯 (LG) 光束. 当入射的高斯光束与相位全息光栅的中心不对准时, 产生的光束仍然可以写成 Kummer 光束的形式, 但是此时强度分布已经不再是旋转对称, 而会出现强度最大值<sup>[14]</sup>.

上述文献研究的只是相位全息光栅用于产生涡旋光束的过程, 因为相位全息光栅也是测量涡旋

\* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2011CB707001) 和中国空间技术研究院创新基金 (批准号: 20090304) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: cubbybuaa@gmail.com

光束拓扑荷的主要方法,因此研究相位全息光栅用于测量时的解析特性也很重要. 本文推导出涡旋光束与相位全息光栅不对准时衍射光束的解析表达式,并且分析了在正常对准、横向偏移、角向倾斜及横向偏移和角向倾斜两者同时存在时的衍射光束特性.

## 2. 理论推导

LG 光束是涡旋光束中最常见且最容易实现的一种,其电场表达式为<sup>[6,15]</sup>

$$u(r, \phi, z) = A \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{-0.5} \exp \left[ - \left( \frac{r}{w(z)} \right)^2 \right] \times \left[ \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right]^s L_p^s \left[ 2 \left( \frac{r}{w(z)} \right)^2 \right] \exp(is\phi) \times \exp \left[ i(2p + s + 1) \arctan \left( \frac{z}{z_0} \right) - i \left( \frac{r}{w(z)} \right)^2 \frac{z}{z_0} + ikz \right]. \quad (1)$$

这里  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_0)^2}$ , 其中  $w_0$  为光斑半径,  $z_0$  为瑞利距离;  $p$  为径向量子数(为计算方便本文考虑  $p = 0$  的情况);  $L_p^s$  为关联拉盖尔多项式;  $A = \sqrt{2p!/(p+1)! \pi}$  为归一化常数.

LG 光束同时发生横向偏移和角向倾斜时的表

达式为<sup>[16]</sup>

$$u(r, \phi, z) = A \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{-0.5} \times \exp \left[ - \frac{r^2 + d^2 - 2rd \cos(\phi - \xi)}{w^2(z)} \right] \times \left[ \frac{\sqrt{2}}{w(z)} \right]^s [r \exp(i\phi) - d \exp(i\xi)]^s \times \exp[i\beta r \cos(\phi - \eta)] \times \exp \left[ i(s + 1) \arctan \left( \frac{z}{z_0} \right) - i \frac{r^2 + d^2 - 2rd \cos(\phi - \xi)}{w^2(z)} \frac{z}{z_0} \right], \quad (2)$$

其中  $(dx, dy) = (d \cos \xi, d \sin \xi)$  为光束的横向偏移坐标;  $d$  为光束轴和接收系统轴之间的偏移距离;  $\xi$  为光束轴的偏移方向;  $\beta$  与光束偏离角  $\gamma$  相关,  $\beta = k \sin \gamma$ ;  $\eta$  为光束方位角.

经相位全息光栅衍射后,一阶衍射阶上的光束可以表示为<sup>[13]</sup>

$$u(\rho, \psi, z) = \frac{k \exp(ikz)}{2\pi iz} \int u_a(r, \phi) \exp(i l \phi) \times \exp \left\{ \frac{ik}{2z} [r^2 + \rho^2 - 2r\rho \times \cos(\phi - \psi)] \right\} r dr d\phi, \quad (3)$$

其中  $u_a(r, \phi)$  为入射光束,  $l$  为相位全息光栅的叉数. 将(2)式代入(3)式可得

$$u(\rho, \psi, z) = \frac{kA \exp(ikz)}{2\pi iz} \left[ 1 + \left( \frac{z_a}{z_0} \right)^2 \right]^{-0.5} \left[ \frac{\sqrt{2}}{w(z_a)} \right]^s \times \exp \left[ i(s + 1) \arctan \left( \frac{z_a}{z_0} \right) - \frac{d^2}{w^2(z_a)} + i \frac{k}{2z} \rho^2 - i \frac{d^2}{w^2(z_a)} \frac{z_a}{z_0} + ikz_a \right] \times \sum_{q=0}^s C_q^s [-d \exp(i\xi)]^{s-q} \int_0^\infty r^{q+1} \exp \left[ - \left( \frac{1}{w^2(z_a)} + i \frac{1}{w^2(z_a)} \frac{z_a}{z_0} - \frac{ik}{2z} \right) r^2 \right] dr \times \int_0^{2\pi} \exp[i(q + l)\phi] \exp \left[ \frac{2rd}{w^2(z_a)} \left( 1 + i \frac{z_a}{z_0} \right) \cos(\phi - \xi) \right] \times \exp \left[ - \frac{ik}{z} r \rho \cos(\phi - \psi) + i\beta r \cos(\phi - \eta) \right] d\phi. \quad (4)$$

令

$$A_3 = \frac{2d \cos \xi}{w^2(z_a)} \frac{z_a}{z_0} - \frac{k \rho \cos \psi}{z} - i \frac{2d \cos \xi}{w^2(z_a)} + \beta \cos \eta, \quad (5)$$

$$B_3 = \frac{2d \sin \xi}{w^2(z_a)} \frac{z_a}{z_0} - \frac{k \rho \sin \psi}{z} - i \frac{2d \sin \xi}{w^2(z_a)} + \beta \sin \eta, \quad (6)$$

$$Q_3 = \sqrt{A_3^2 + B_3^2}, \quad (7)$$

$$\cos \gamma_3 = \frac{A_3}{Q_3}, \quad (8)$$

$$\sin \gamma_3 = \frac{B_3}{Q_3}. \quad (9)$$

然后根据贝塞尔函数积分性质<sup>[17]</sup>

$$\int_0^{2\pi} \exp[i(s+l)\phi] \exp\left[-\frac{ik}{z}r\rho\cos(\phi-\psi)\right] d\phi$$

$$= 2\pi(-i)^{-s-l} J_{-s-l}\left(\frac{k\rho}{z}\right) \exp[(s+l)\psi], \quad (10)$$

得出(4)式中关于  $\phi$  的积分结果为

$$\int_0^{2\pi} \exp[i(q+l)\phi] \exp\left[\frac{2rd}{w^2(z_a)}\left(1+i\frac{z_a}{z_0}\right)\cos(\phi-\xi)\right]$$

$$\times \exp\left[-\frac{ik}{z}r\rho\cos(\phi-\psi) + i\beta r\cos(\phi-\eta)\right] d\phi$$

$$= \int_0^{2\pi} \exp[i(q+l)\phi] \exp[iQ_3\cos(\phi-\gamma_3)] d\phi$$

$$= 2\pi i^{-(l+q)} \exp[i(l+q)\gamma_3] J_{-l-q}(Q_3r). \quad (11)$$

最后利用贝塞尔函数积分性质<sup>[17]</sup>

$$\int_0^\infty x^u \exp(-\alpha x^2) J_\nu(\beta x) = \frac{\beta^\nu \Gamma\left(\frac{1}{2}v + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{v+u+1}{2}; v+1; -\frac{\beta^2}{4\alpha}\right)}{2^{v+1} \alpha^{\frac{1}{2}(v+u+1)} \Gamma(v+1)}, \quad (12)$$

得出最终衍射光束的表达式

$$u(\rho, \psi, z) = \frac{kA}{iz} \left[1 + \left(\frac{z_a}{z_0}\right)^2\right]^{-0.5} \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z_a)}\right]^s \exp\left[-\frac{d^2}{w^2(z_a)}\right]$$

$$\times \exp\left[i(s+1)\arctan\left(\frac{z_a}{z_0}\right) + i\frac{k}{2z}\rho^2 - i\frac{d^2}{w^2(z_a)}\frac{z_a}{z_0} + ikz_a + ikz\right]$$

$$\times \sum_{q=0}^s C_s^q [-d\exp(i\xi)]^{s-q} \frac{(iQ_3)^{-l-q} \tau\left(1 - \frac{l}{2}\right)}{2^{1-l-q} C^{(1-\frac{l}{2})} \tau(1-l-q)}$$

$$\times {}_1F_1\left[1 - \frac{l}{2}; 1-l-q; -\frac{Q_3^2}{4C}\right] \exp[i(q+l)\gamma_3]. \quad (13)$$

这里  ${}_1F_1$  为合流超几何函数,

$$\operatorname{Re}(\alpha) > 0,$$

$$\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1,$$

$$C = \left(\frac{1}{w^2(z_a)} + i\frac{1}{w^2(z_a)}\frac{z_a}{z_0} - \frac{ik}{2z}\right),$$

$$l \leq 2,$$

$$\operatorname{Re}(C) > 0.$$

### 3. 特性分析

#### 3.1. 正常对准

当光束正常对准时,由(13)式可以得出衍射光束的表达式为

$$u(\rho, \psi, z) = \frac{kA}{iz} \left[1 + \left(\frac{z_a}{z_0}\right)^2\right]^{-0.5} \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z_a)}\right]^s \frac{\left(\frac{k\rho}{iz}\right)^{-l-s} \tau\left(1 - \frac{l}{2}\right)}{2^{1-l-s} C^{(1-\frac{l}{2})} \tau(1-l-s)}$$

$$\times {}_1F_1\left[1 - \frac{l}{2}; 1-l-s; -\frac{\left(\frac{k\rho}{z}\right)^2}{4C}\right] \exp[i(s+l)\psi]$$

$$\times \exp\left[i(s+1)\arctan\left(\frac{z_a}{z_0}\right) + i\frac{k}{2z}\rho^2 + ikz_a + ikz\right]. \quad (14)$$

当  $\rho \rightarrow 0$  时,可以得出光强表达式为

$$|u(\rho, \psi, z)|^2 = \left(\frac{kA}{z}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{z_a}{z_0}\right)^2\right]^{-1} \left[\frac{2}{w^2(z_a)}\right]^s \frac{\tau^2\left(1 - \frac{l}{2}\right)}{4^{1-l-s} C^{(2-l)} \tau^2(1-l-s)} \left(\frac{k\rho}{z}\right)^{-2l-2s}. \quad (15)$$

由此可见,只有当  $s + l = 0$  时,强度的中心点才不为零,验证了相位全息光栅测量轨道角动量的原理,只要检测中心点的强度不为零,就能得出发射光束的轨道角动量数为  $-l$ . 通过数值仿真得出:当  $l + s = 0 (s = 1)$  时,衍射强度的中心为亮斑;而当  $l + s \neq 0 (s = 1, l = -2)$  时,相位全息光栅的一阶衍射图是中心强度为零的圆环(图 1).

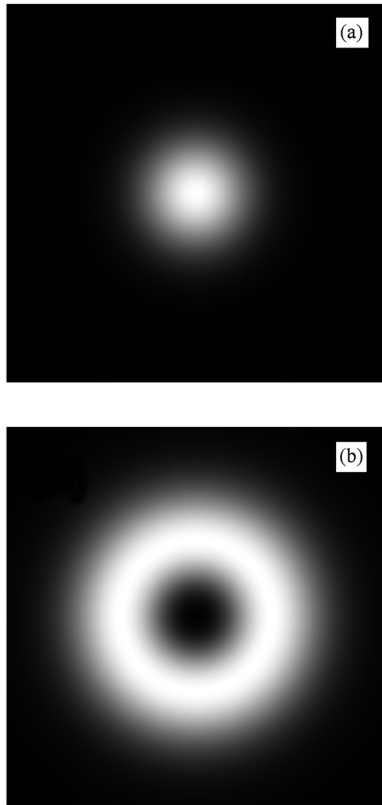


图1 正常对准时衍射光束的强度分布 (a)  $l + s = 0 (s = 1)$ , (b)  $l + s \neq 0 (s = 1, l = -2)$

### 3.2. 横向偏移

当光束与相位全息光栅只发生横向偏移时,衍射强度会发生偏移,而且光强分布会变形,如图 2 所示.

为了更好地描述偏移,引入光束质心的概念<sup>[14]</sup>,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \frac{\iint \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} |u(x, y, z)|^2 dx dy}{\iint |u(x, y, z)|^2 dx dy}, \quad (16)$$

其中  $x_1$  和  $y_1$  分别为光束质心在直角坐标系下的横坐标和纵坐标.

通过仿真分析得出,衍射光束质心的偏移量  $\rho_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$  与入射光束轴的偏移方向无关. 偏移

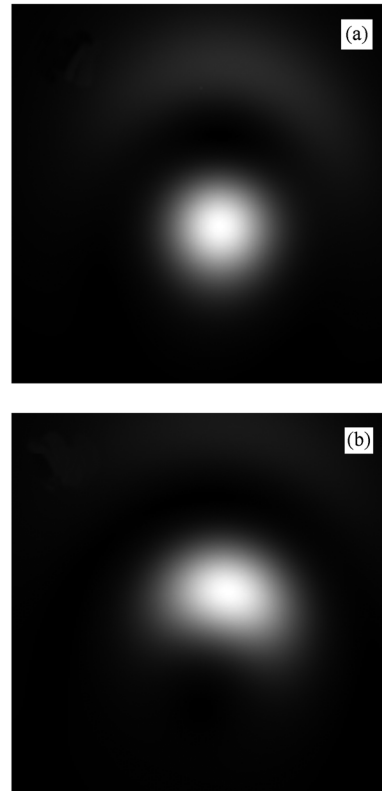


图2 横向偏移时衍射光束的强度分布 (a)  $l + s = 0 (s = 1)$ , (b)  $l + s \neq 0 (s = 1, l = -2)$

量  $\rho_1$  与入射光束偏移距离  $d$  的关系如图 3 所示,其中图 3(a)为  $l + s = 0 (s = 1)$  的情况,图 3(b)为  $l + s \neq 0 (s = 1, l = -2)$  的情况. 由图 3 可见,随着入射光束偏移距离的增加,质心的偏移量也增加. 图 4(a)为  $l + s = 0 (s = 1)$  时质心的偏移角  $\psi_1 (x_1 = \rho_1 \cos \psi_1, y_1 = \rho_1 \sin \psi_1)$  同时随  $x, y$  方向的偏移位移  $(dx, dy) = (d \cos \xi, d \sin \xi)$  的变化灰度图,其中两个圆环表示入射光束的偏移距离  $d$  分别为  $0.2w_0$  和  $0.8w_0$  时偏移方向  $\xi$  所对应的质心的偏移角  $\psi_1$ , 该偏移角  $\psi_1$  由灰度值来表示,入射光束的偏移方向和质心的偏移角的范围都为  $[-\pi, \pi]$ . 从图 4(a)可以看出,随着入射光束的偏移方向  $\xi$  的增加,对应的质心的偏移角  $\psi_1$  也随之增大. 图 4(b)所示为质心的偏移角  $\psi_1$  与入射光束的偏移方向  $\xi$  之间的变化关系,图中的两条实线对应图 4(a)中的两个圆环,虚线是一条参考直线  $\psi_1 = \xi$ . 从图 4(b)可以看出,当入射光的偏移距离确定时,质心的偏移角  $\psi_1$  与入射光束的偏移方向  $\xi$  之间存在一个固定的差值,该差值随偏移距离的不同而不同. 当  $l + s \neq 0 (s = 1, l = -2)$  时,质心的偏移角的变化趋势与  $l + s = 0 (s = 1)$  情况相同,在此不再赘述.

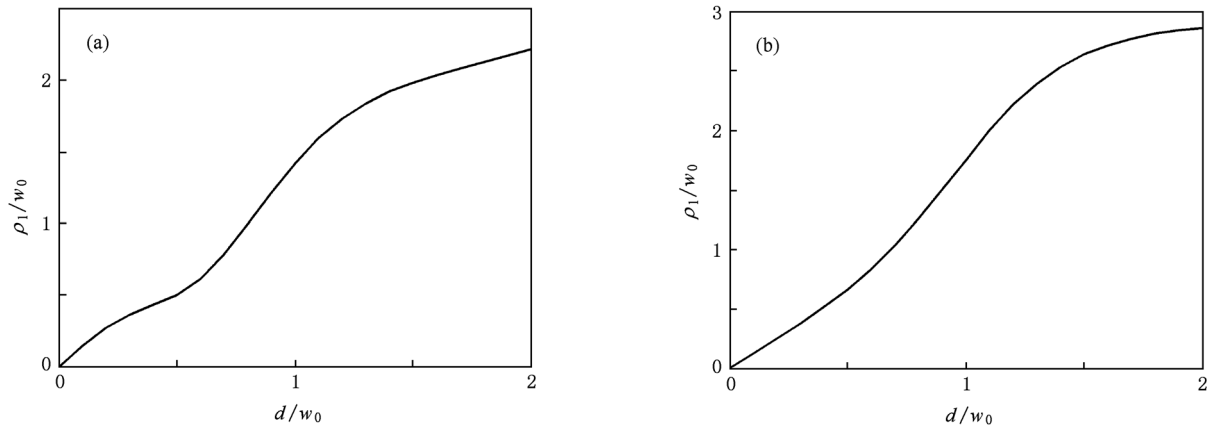


图3 横向偏移时质心的偏移量  $\rho_1$  与入射光偏移距离  $d$  的关系 (a)  $l+s=0$  ( $s=1$ ), (b)  $l+s \neq 0$  ( $s=1, l=-2$ )

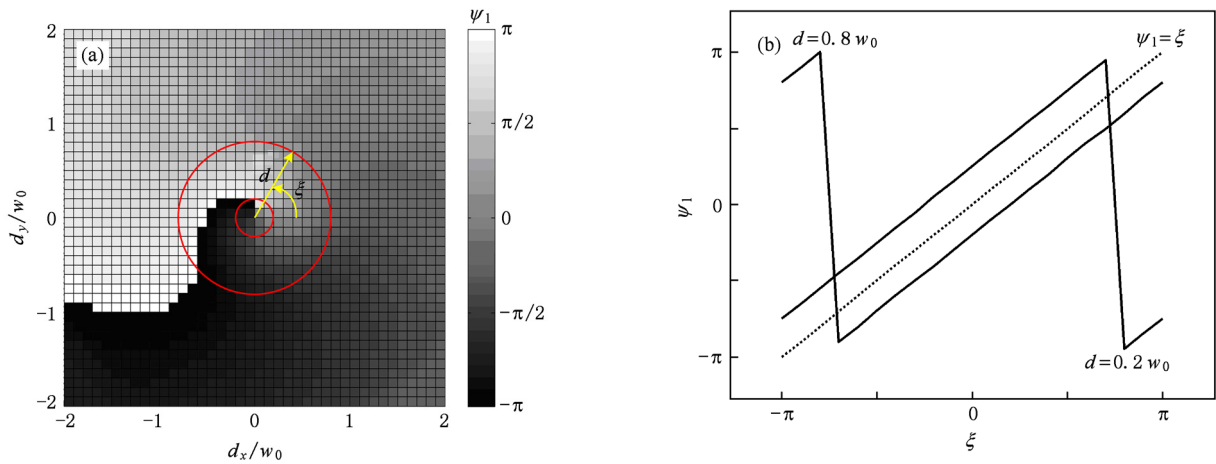


图4 横向偏移时质心的偏移角  $\psi_1$  与入射光束之间的关系 (a) 随入射光束横向偏移位移 ( $dx, dy$ ) 的变化, (b) 随入射光偏移方向  $\xi$  的变化

### 3.3. 角向倾斜

图5所示为角向倾斜时衍射光束的强度分布. 由图

5可以发现, 当入射涡旋光束与相位全息光栅之间只是发生角向倾斜时, 衍射强度也会发生偏移, 而且与横向偏移情况不同, 角向倾斜不会引起强度分布的变形.

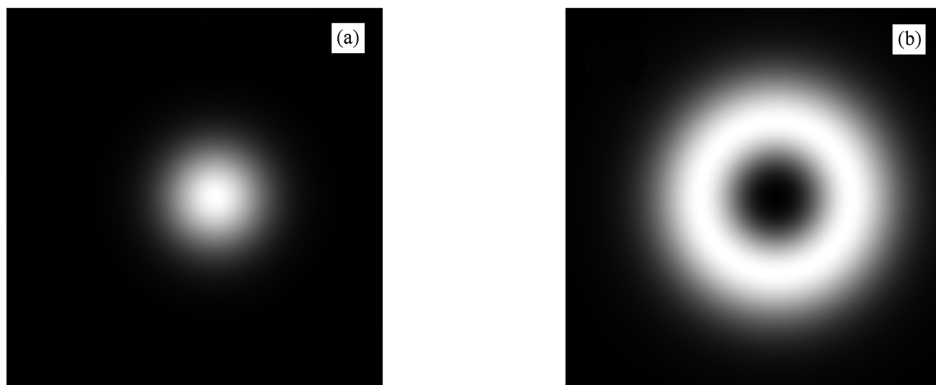


图5 角向倾斜时衍射光束的强度分布 (a)  $l+s=0$  ( $s=1$ ), (b)  $l+s \neq 0$  ( $s=1, l=-2$ )

由图6(a)得出角向倾斜时, 衍射光束质心的偏移量  $\rho_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$  与入射光束的方位角无关. 它随入射光束偏离角的增加而增加, 而且两者之间几乎呈线性关系, 线性拟合式为  $\rho_1/w_0 = 23423.259\gamma$ . 经

仿真发现, 光束偏离角几乎不影响质心的偏移角  $\psi_1$ , 只与光束方位角  $\eta$  有关, 而且与之相同, 即  $\psi_1 = \eta$ , 如图6(b)所示. 进一步研究发现, 无论入射光束的拓扑荷和相位全息光栅的分叉数为多少, 这两个

关系式都成立.

由以上所述可知,当入射光束与相位全息光栅只是发生角向倾斜时,因为衍射斑不会发生变形,所以只要接收到的衍射强度图为一个光斑,而不是圆环,仍然能得出此时入射光束的拓扑荷  $s = -l$ . 而且根据关系式  $\rho_1/w_0 = 23423.259\gamma$  和  $\psi_1 = \eta$  还可以推出入射光束的偏离角和方位角,该结论可用于校正光束的角向倾斜.

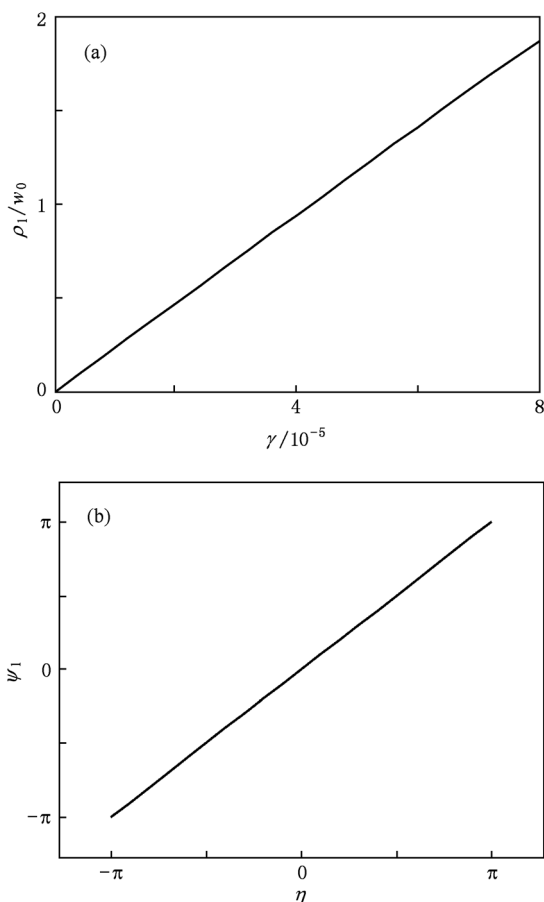


图6 角向倾斜时衍射光束的质心偏移与入射光束之间的关系 (a) 质心的偏移量  $\rho_1$  与入射光偏离角  $\gamma$  的关系, (b) 质心的偏移角  $\psi_1$  与入射光方位角  $\eta$  的关系

### 3.4. 横向偏移和角向倾斜同时存在

在实际探测中,一般横向偏移和角向倾斜会同时存在. 经仿真发现,此时衍射光束质心的偏移量与入射光束的偏移方向和方位角无关,其与偏移距离和偏离角的关系如图7所示. 由图7可以看出,质心偏移距离随偏移量和偏离角都增加. 这与上述结论相符. 研究还发现,质心偏移量不等于两者单独存在时的偏移量. 这说明横向偏移与角向倾斜对衍射光束的影响并不独立,需同时考虑.

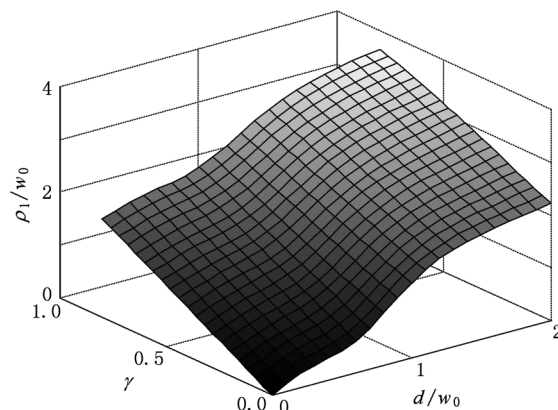


图7 角向倾斜和横向偏移同时存在时质心的偏移量  $\rho_1$  与偏移距离  $d$  和偏离角  $\gamma$  的关系

在用相位全息光栅测量光束的拓扑荷时,重点关注的是衍射光束的中心强度值是否为零,而衍射光斑发生偏移必然会引起中心强度值的变化. 仿真得出中心强度值的变化也与入射光轴的偏移方向和方位角无关,而与入射光束的偏移距离和偏离角有关,其关系如图8所示. 从图8可以看出: 当  $l + s$

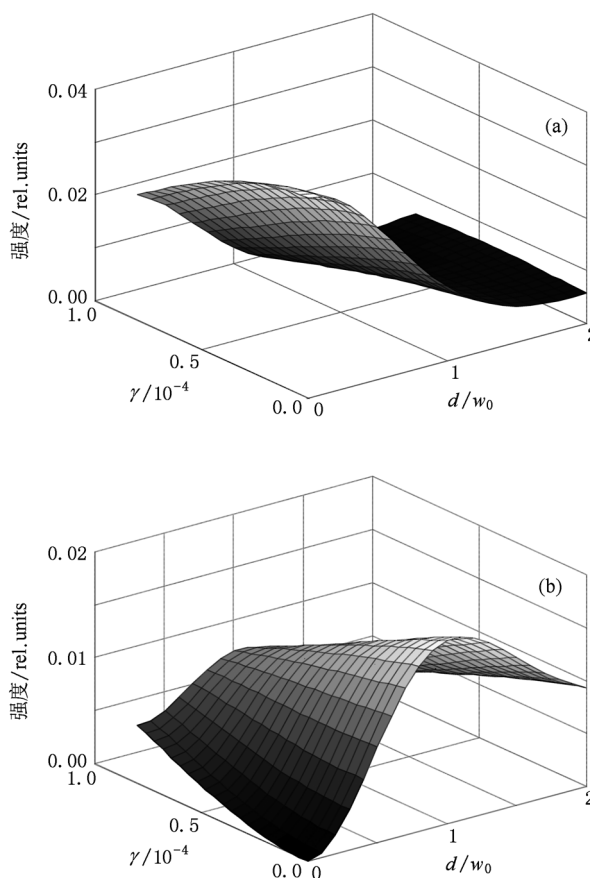


图8 角向倾斜和横向偏移同时存在时中心强度值与入射光束的偏移距离  $d$  和偏离角  $\gamma$  的关系 (a)  $l + s = 0$  ( $s = 1$ ), (b)  $l + s \neq 0$  ( $s = 1, l = -2$ )

$= 0 (s = 1)$  时, 中心强度值会随两者的增加逐渐减小; 而当  $l + s \neq 0 (s = 1, l = -2)$  时, 中心强度值由于不对准的存在不再是零. 因此, 当入射光束不对准时会影响测量结果的正确性.

#### 4. 结 论

本文研究了涡旋光束在不对准时被相位全息光栅衍射的解析特性. 经过分析得出 LG 光束经相位全息光栅衍射后得到的光场表达式为合流超几何函数形式. 当光束与相位全息光栅间发生不对准时, 会引起衍射光束质心的偏移. 横向偏移会引起光强分布的变形, 衍射光束质心的偏移量随入射光束偏移距离的增加而增加, 与入射光束的偏移方向无关, 质心的偏移角与入射光束的偏移方向呈线性关系, 线性系数与入射光束的偏移距离有关. 而角

向倾斜不改变光束的形状, 入射光束的拓扑荷和相位全息光栅的分叉数都不影响衍射光束质心的偏移, 而且质心的偏移量与入射光束的偏离角呈线性关系, 与入射光束的方位角无关, 质心的偏移角等于入射光束的方位角. 当横向偏移和角向倾斜同时存在时质心的偏移量不等于两者单独存在时的偏移量, 说明横向偏移与角向倾斜对衍射光束的影响并不独立, 在应用中需同时考虑. 除此之外, 当入射光束与相位全息光栅不对准时, 衍射光束的中心强度的变化与入射光轴的偏移方向和方位角无关, 而与入射光束的偏移距离和偏离角有关, 当  $l + s = 0$  时中心强度值会随两者的增加而逐渐减小, 而当  $l + s \neq 0$  时中心强度值由于不对准的存在变得不再是零. 因此, 当入射涡旋光束与相位全息光栅不对准时, 会影响测量结果的正确性, 在实际应用中需确保相位全息光栅与入射涡旋光束两者之间对准.

- [1] Simpson N, Dholakia K, Allen L, Padgett M 1997 *Opt. Lett.* **22** 52
- [2] O'Neil A, Padgett M 2001 *Opt. Commun.* **193** 45
- [3] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, Vasnetsov M, Pas'ko V, Barnett S M, Franke-Arnold S 2004 *Opt. Express* **12** 5448
- [4] Mair A, Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A 2001 *Nature* **412** 313
- [5] Lü H, Ke X Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8302 (in Chinese) [吕宏、柯熙政 2009 物理学报 **58** 8302]
- [6] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [7] Torner L, Torres J, Carrasco S 2005 *Opt. Express* **13** 873
- [8] Sueda K, Miyaji G, Miyanaga N, Nakatsuka M 2004 *Opt. Express* **12** 3548
- [9] Hasegawa T, Shimizu T 1999 *Opt. Commun.* **160** 103
- [10] Liu Y D, Gao C Q, Gao M W 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1769
- [11] Li Y Y, Chen Z Y, Liu H, Pu J X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1740 (in Chinese) [李阳月、陈子阳、刘辉、蒲继雄 2010 物理学报 **59** 1740]
- [12] Guo Z Y, Qu S L, Sun Z H, Liu S T 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4199
- [13] Bekshaev A Y, Karamoch A I 2008 *Opt. Commun.* **281** 1366
- [14] Bekshaev A Y, Karamoch A I 2008 *Opt. Commun.* **281** 3597
- [15] Cheng K, Liu P S, Lü B D 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1743
- [16] Li F, Jiang Y S, Tang H, Wang H Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6202 (in Chinese) [黎芳、江月松、唐华、王海洋 2009 物理学报 **58** 6202]
- [17] Gradshteyn I S, Ryzhik I M 2007 *Table of Integrals, Series and Products* (7th ed) (Salt Lake City: Academic Press) pp340, 706

# Diffraction characteristic of a misaligned vortex beam through a phase-hologram grating\*

Li Fang<sup>†</sup> Jiang Yue-Song Ou Jun Tang Hua

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

(Received 2 July 2010; revised manuscript received 5 January 2011)

## Abstract

We study the analytical features of the output beam diffracted from a phase-hologram grating when the incident vortex beam is misaligned with respect to the grating. The analytical representation describing the diffracted beam of the 1st order is derived theoretically. Based on the representation, the central of gravity and the central intensity of the diffracted beam are investigated in the cases of the alignment, lateral displacement, angular tilt and simultaneous lateral misalignment and angular tilt, separately. It is shown that the diffracted beam is described through confluent hypergeometrical function. The misalignment of the incident vortex beam can give rise to the displacement of the beam center of gravity, which is independent of the misalignment direction and azimuth angle. The displacement is more obvious for the larger misalignment. In the case of angular tilt, the direction of beam center of gravity is nearly identical to the misalignment direction, whatever the topological charge of the incident beam and the fork number of the grating are. Besides, if the sum of the topological charge of the incident beam and the fork number of the grating is zero, with radial displacement and deflection angle increasing, the central intensity of the diffracted beam decreases gradually, otherwise, the central intensity is non-zero value any more. That means the misalignment between the phase-hologram grating and the incident vortex beam can influence the measurement of the topological charge of the vortex beam.

**Keywords:** Laguerre-Gaussian beam, phase-hologram grating, lateral displacement, angular deflection

**PACS:** 42.25.Bs, 42.40.Jv, 42.25.Fx, 47.32.-y

---

\* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2011CB707001) and the Innovation Foundation of China Academy of Space Technology (Grant No. 20090304).

<sup>†</sup> E-mail: cubbybuaa@gmail.com