

有限振幅声波间的非线性相互作用对声源远场指向性的影响

吕君[†] 赵正予 周晨 张援农

(武汉大学电子信息学院, 武汉 430079)

(2009年9月15日收到; 2010年11月29日收到修改稿)

根据 Fenlon 理论推导得到了多频声源的辐射声压. 基于单频声源谐波指向性的求解方法, 得到了二阶近似下的双频声源辐射出的声波相互作用时的远场指向性. 分别研究和讨论了在初始辐射声压和频率不同情况下, 两列波的相互作用对其中一列波的一阶波和二阶波远场指向性的影响. 结果表明, 声波间的相互作用对声源远场指向性的影响根据各波之间的相对初始辐射声压和相对频率的不同而有所变化.

关键词: 有限振幅声波, 非线性相互作用, 远场指向性

PACS: 43.25.+y

1. 引言

有限振幅声波在传播过程中会对其传播介质进行扰动, 使得原来均匀的介质变得不均匀. 此时若在被扰动介质中还有另一列声波传播, 它将受到扰动介质的作用, 使其传播特性受到影响, 这一现象可称为两个波之间的相互作用. 实际声源辐射出的声波一般不完全是单频波, 往往会有多个频率共同存在, 这就有可能导致各波间相互作用而使波的传播特性发生变化, 声源的远场指向性也随之受到影响. 关于有限振幅声波的相互作用, 国内外已经有很多学者进行了研究. 早在 1956 年, Ingard 和 Pridmore-Brown^[1] 就提出了“声散射声”的概念, 讨论了两个准直声束的相互作用. 接着, Westervelt^[2] 研究了两列平面波之间的相互作用, 并在 1963 年利用声波间的相互作用理论得出了声参量阵理论^[3]. 这一经典理论的提出为增加声波在介质中传播距离提供了基础. Fenlon^[4] 基于 Burgers 方程进行推导, 得出了多频连续有限振幅声波的 Bessel-Fubini 解形式, 即 Fenlon 理论, 并讨论了这一理论在指向性声源方面的应用. 在此之后, 他又对这一理论做了进一步的研究, 其中就包括参量发射阵方面的研究^[5,6]. 在国内, 钱祖文^[7,8] 研究了两列有限声束的

相互作用和一系列平面波与一系列平面脉冲波间的相互作用, 指出在无频散的介质中, 声波在公共区之外不存在服从因果律的声散射声, 对文献[2,3]的研究做了修正和补充. 他还对球形粒子间^[9] 和水中气泡间^[10] 的声相互作用做了深入的研究, 得出了声波相互作用对粒子的散射特性和气泡的共振频率的影响, 并进行了实验验证. 杜功焕和龚秀芬等^[11-13] 基于 Fenlon 理论在有限振幅声波与小振幅平面声波的相互作用、有限振幅无规声波间的相互作用以及声能抑制等方面做了理论研究, 并进行了实验验证. 也有许多学者进行过有限振幅声波基波和谐波指向性方面的研究. Ingenito 等^[14] 对活塞声源的近场谐波特性做了研究, 但没有涉及远场指向性的研究. Shooter 等^[15] 利用有限振幅球面波理论, 结合实验结果对活塞声源的基频远场特性做了研究, 为研究有限振幅声波远场指向特性提供了参考模型, 但文献[15]并未对有限振幅谐波的远场指向性做进一步研究. Lockwood 等^[16] 基于 Blackstock 桥函数得到了活塞声源辐射出的单频声波各谐波的指向特性, 并通过实验进行了验证.

本文首先根据 Fenlon 理论推导得出多频声源的辐射声压. 然后, 基于单频活塞声源各谐波指向性的求解方法, 得出了二阶近似下的双频声源辐射声波相互作用时的一阶波和二阶波的远场指向性.

[†] E-mail: junjun123129@yahoo.com.cn

接着,将仅存在角频率为 ω_1 的声波(以下简称为 ω_1 声波)时单频情况下的远场指向性与角频率为 ω_2 的声波(以下简称为 ω_2 声波)和 ω_1 声波相互作用时的双频情况下的远场指向性进行了比较研究,分别得出了两列波相对声压幅值和相对频率不同情况下的波-波相互作用对有限振幅声波的一阶波和二阶波远场指向性的影响.最后,给出了研究结果.

2. 基本理论

2.1. Fenlon 理论

根据无损耗 Burgers 方程得到了由两个频率的正弦波组成的双频声源的级数解^[4]

$$V(x, \tau_1, \tau_2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_n[(n\omega_1 + m\omega_2)xV_{01}]J_m[(n\omega_1 + m\omega_2)xV_{02}]}{j(n\omega_1 + m\omega_2)x} \exp[jn(\tau_1 + \varphi_1) + jm(\tau_2 + \varphi_2)]. \quad (1)$$

这里 J_n 和 J_m 分别为 n 阶和 m 阶贝塞尔函数;对于球面波, $V_{0i} = \frac{r}{r_0} \frac{v_{0i}}{v_0}$, 其中 v_{0i} 为第 i 个声源的振动速度,在双频情况下, $i = 1, 2$; $\tau_i = \omega_i \tau$, 其中 ω_i 为第 i 个声源的角频率, τ 为延迟时间, $\tau = t - r/c_0$; φ_1, φ_2 为初始相位. (1) 式中的两个对应于球面波参数 x 和 V 可分别表示为

$$x = \frac{\beta}{C_0^2} v_0 r_0 \ln\left(\frac{r}{r_0}\right), \quad (2)$$

$$V = \frac{r}{r_0} \frac{v}{v_0}, \quad (3)$$

其中 v 为质点振动速度; r 为传播距离; β 为非线性系数, 常温空气中的 β 值为 1.2; C_0 为小振幅声波的

传播速度.

假如声源信号是由 N 个频率的正弦波组成, 那么声源级数解可表示为

$$V(x, \tau_i) = \prod_{i=1}^N \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} \left\{ \prod_{k=1}^N \left[\frac{J_{n_k}(xV_{0k} \sum_{i=1}^N n_i \omega_i)}{jx \sum_{i=1}^N n_i \omega_i} \right] \right\} \times \{ \exp[j \sum_{i=1}^N n_i (\tau_i + \varphi_i)] \}. \quad (4)$$

2.2. 多频声源的辐射声压

将(2), (3)式代入(1)式整理后可得

$$v(x, \tau_1, \tau_2) = \frac{r_0}{r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{v_{01} v_{02} J_n\left[\left(n + m \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \sigma_1\right] J_m\left[\left(n \frac{\omega_1}{\omega_2} + m\right) \sigma_2\right]}{j(n\sigma_1 v_{02} + m\sigma_2 v_{01})} \times \exp[jn(\tau_1 + \varphi_1) + jm(\tau_2 + \varphi_2)]. \quad (5)$$

此处引入了 σ_1 和 σ_2 两个参量, 它们分别为第一个频率和第二个频率球面声波的无量纲距离,

$$\sigma_1 = \frac{\beta \omega_1 v_{01} r_0 \ln(r/r_0)}{c_0^2}, \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \frac{\beta \omega_2 v_{02} r_0 \ln(r/r_0)}{c_0^2}.$$

当 $\sigma_i = 1$ 时, 表明第 i 个频率声波形成了冲击波, 而 Fenlon 理论只能用来描述冲击波(间断面)形成之前的情况^[4], 所以 σ_i 必须小于 1.

然后, 利用声压和振动速度之间的近似关系 $p \approx \rho_0 c_0 v$, 我们可以将(5)式写成下列形式:

$$p(r, \omega_1, \omega_2) = \frac{r_0}{r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\rho_0 c_0 J_n\left[\left(n + m \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \sigma_1\right] J_m\left[\left(n \frac{\omega_1}{\omega_2} + m\right) \sigma_2\right]}{j\left(n\sigma_1 \frac{v_{02}}{v_{01}} + m\sigma_2\right)/v_{02}} \exp[jn(\tau_1 + \varphi_1) + jm(\tau_2 + \varphi_2)]$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{r_0}{r}\right) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2p_{01}}{n\sigma_1} J_n(n\sigma_1) J_0\left(n \frac{\omega_1}{\omega_2} \sigma_2\right) \sin(n\omega_1\tau + n\varphi_1) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2p_{02}}{m\sigma_2} J_m(m\sigma_2) J_0\left(m \frac{\omega_2}{\omega_1} \sigma_1\right) \sin(m\omega_2\tau + m\varphi_2) \right. \\
 &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2p_{01}}{n\sigma_1 + m \frac{v_{01}}{v_{02}} \sigma_2} J_n\left[\left(n + m \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \sigma_1\right] J_m\left[\left(n \frac{\omega_1}{\omega_2} + m\right) \sigma_2\right] \sin[(n\omega_1 + m\omega_2)\tau + (n\varphi_1 + m\varphi_2)] \\
 &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-1)^m p_{01}}{n\sigma_1 - m \frac{v_{01}}{v_{02}} \sigma_2} J_n\left[\left(n - m \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \sigma_1\right] J_m\left[\left(n \frac{\omega_1}{\omega_2} - m\right) \sigma_2\right] \sin[(n\omega_1 - m\omega_2)\tau \\
 &\left. + (n\varphi_1 - m\varphi_2)] \right\}, \tag{7}
 \end{aligned}$$

其中 p_{01} 和 p_{02} 分别为声源处与 ω_1 和 ω_2 声波相对应的声压幅值。(7)式的第一项表示在 ω_2 声波作用下的 ω_1 声波的传播特性,第二项表示在 ω_1 声波作用下的 ω_2 声波的传播特性,第三项和第四项分别表示两个频率声波的和频波和差频波的传播特性.显然和频波和差频波中除了有 ω_1 和 ω_2 基频波的相互作用,还包括非线性效应产生的各阶谐波间的相互作用.

根据(4)式,用相同的方法可以得到 N 个频率的正弦波组成的声源的辐射声压.但是, Fenlon 理论是从 Burgers 方程出发推导的,而 Burgers 方程只能精确到二阶近似,这就使得 Fenlon 理论只对二阶谐波及二阶组合波有意义,对于高阶波的相互作用没有意义^[17].

2.3. 声波相互作用下的远场指向性

声场中的远场指的是离声源辐射面距离大于 $2l^2/\lambda$ 的区域,其中 l 是声源的最大孔径, λ 是声波波长.下面以声源辐射双频信号为例,讨论多频声波相互作用对一阶波和二阶波远场指向性的影响.

当声源有指向性时,与冲击波形成距离有关的无量纲距离为^[16]

$$\sigma_{0i} = \frac{\beta\omega_i v_{0i} r_0 \ln(r/r_0)}{c_0^2} D(\theta), \tag{8}$$

其中 $D(\theta)$ 为任意指向性声源或声阵列的远场指向性函数.由(6)式中的 σ_1 和 σ_2 的表达式可以看出, σ_i 表示 $D(\theta) = 1$ 时 σ_{0i} 的值.

(7)式中的四项为 Fourier 级数形式,其归一化振幅可以分别写为

$$\begin{aligned}
 B_{n1}(\sigma_1, \sigma_2) &= \frac{2}{n\sigma_1} J_n(n\sigma_1) J_0\left(n \frac{\omega_1}{\omega_2} \sigma_2\right), \\
 B_{n2}(\sigma_1, \sigma_2) &= \frac{2}{m\sigma_2} J_m(m\sigma_2) J_0\left(m \frac{\omega_2}{\omega_1} \sigma_1\right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{n3}(\sigma_1, \sigma_2) &= \frac{2}{n\sigma_1 + m \frac{v_{01}}{v_{02}} \sigma_2} \\
 &\times J_n\left[\left(n + m \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \sigma_1\right] J_m\left[\left(n \frac{\omega_1}{\omega_2} + m\right) \sigma_2\right], \\
 B_{n4}(\sigma_1, \sigma_2) &= \frac{2(-1)^m}{n\sigma_1 - m \frac{v_{01}}{v_{02}} \sigma_2} J_n\left[\left(n - m \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \sigma_1\right] \\
 &\times J_m\left[\left(n \frac{\omega_1}{\omega_2} - m\right) \sigma_2\right].
 \end{aligned} \tag{9}$$

以上所述已经说明 Fenlon 理论只能用于二阶谐波及二阶组合波,因此(9)式的二阶近似可以分为以下四种情况:当 $n = 1, m = 1$ 时,(9)式表示 ω_1 声波的一阶波与 ω_2 声波的一阶波相互作用;当 $n = 1, m = 2$ 时,(9)式表示 ω_1 声波的一阶波与 ω_2 声波的二阶波相互作用;当 $n = 2, m = 1$ 时,(9)式表示 ω_1 声波的二阶波与 ω_2 声波的一阶波相互作用;当 $n = 2, m = 2$ 时,(9)式表示 ω_1 声波的二阶波与 ω_2 声波的二阶波相互作用.

单频声波的 n 阶谐波指向性可以表示为^[16]

$$D_n(\theta) = \frac{D(\theta) B_n(\sigma_0)}{B_n(\sigma)}, \tag{10}$$

其中 σ 为 $D(\theta) = 1$ 时 σ_0 的值.由此可推广得到 i 个频率声波的谐波远场指向性为

$$\begin{aligned}
 D_n(\theta) &= \frac{D(\theta) B_n(\sigma_{0i})}{B_n(\sigma_i)} \\
 &= \frac{D(\theta) B_n[D(\theta)\sigma_i]}{B_n(\sigma_i)}.
 \end{aligned} \tag{11}$$

由(6),(8),(9)和(11)式,我们可以得到两个频率的声波相互作用时的一阶波和二阶波及其组合波的远场指向性.

3. 分析与讨论

下面以 ω_1 声波为主波, 分析和讨论 ω_2 声波作

用下的 ω_1 声波的远场指向性.

由上述分析可知, (9) 式中的第一项表示在 ω_2 声波作用下的 ω_1 声波的传播特性. 假设 ω_2 声波不存在, 则(9)式中的第一项就简化成 ω_1 声波的单频

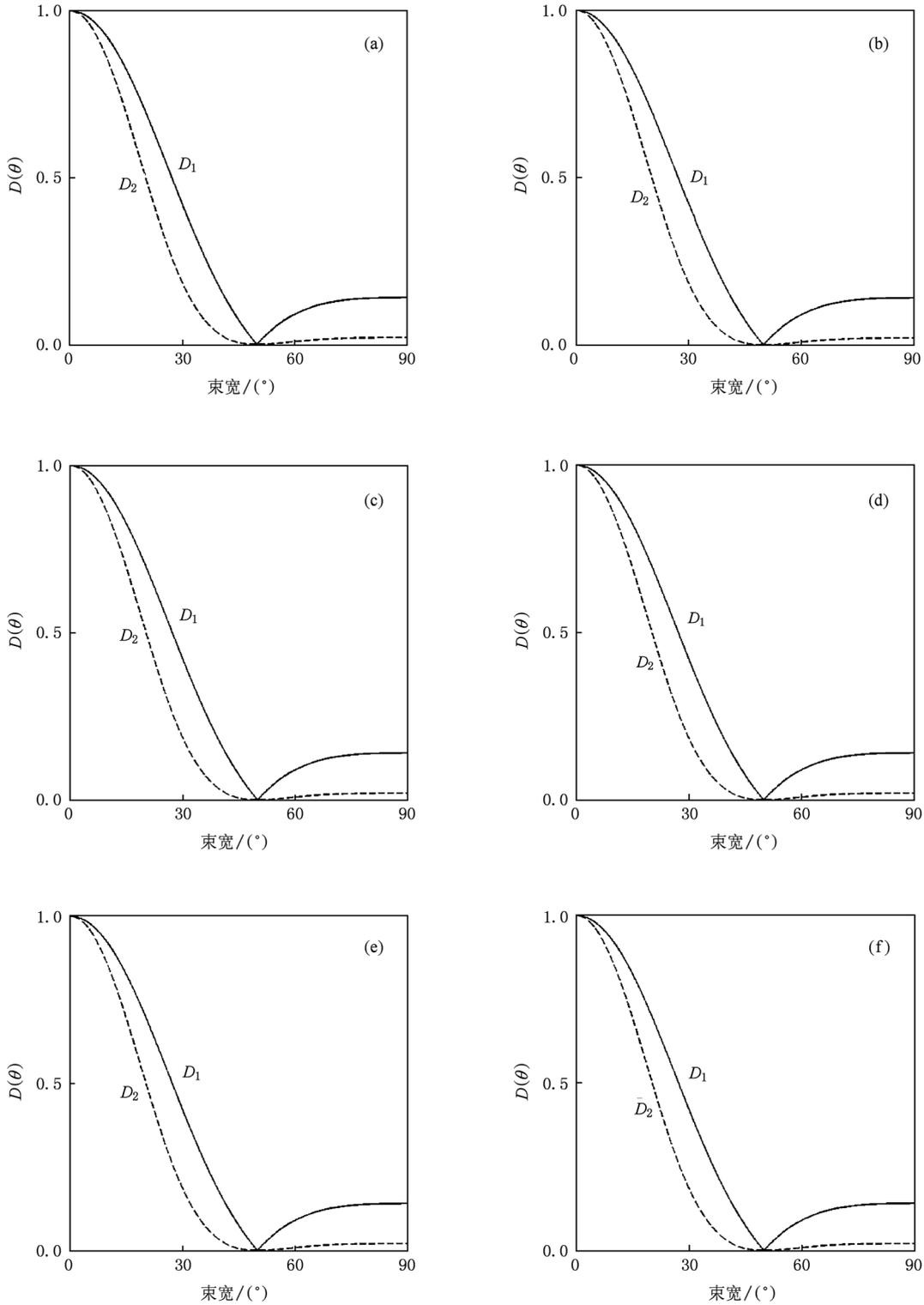


图1 ω_2 声波的初始辐射声压远小于 ω_1 声波的初始辐射声压时, 双频与单频情况下的一阶波和二阶波的 $D(\theta)$ 值
 (a) $\omega_1 > \omega_2$, 双频; (b) $\omega_1 > \omega_2$, 单频; (c) $\omega_1 = \omega_2$, 双频; (d) $\omega_1 = \omega_2$, 单频; (e) $\omega_1 < \omega_2$, 双频; (f) $\omega_1 < \omega_2$, 单频

归一化振幅,即 Bessel-Fubini 解的形式

$$B_{nl}(\sigma_1) = \frac{2}{n\sigma_1} J_n(n\sigma_1). \quad (12)$$

令 n 取 1 或 2, 将 (12) 式代入 (10) 式, 就得到了单频情况下 ω_1 声波的一阶波和二阶波的远场指向性. 与 ω_2 声波作用时的情况相比可以看出, 相互作用时的振幅表达式中多了 $J_0[(n\omega_1\sigma_2)/\omega_2]$ 的乘积项, 此项表示 ω_2 声波对 ω_1 声波的作用. 本文将选取无限大障板上的圆形活塞声源作为研究声源, 因此有^[16]

$$D(\theta) = \left| \frac{2J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \right|.$$

这里取 $ka = 5$, 其中 k 为波矢, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为声波波长; a 为活塞声源的半径.

下面根据 ω_2 声波相对于 ω_1 声波的初始辐射声压和角频率的不同, 分别进行分析和讨论.

3.1. ω_2 声波的初始辐射声压远小于 ω_1 声波的初始辐射声压 ($p_{\omega_2} \ll p_{\omega_1}$)

这里的初始声压比 $p_{\omega_2}/p_{\omega_1} \ll 1$, 取 $p_{\omega_2} = 0.01p_{\omega_1}$. 根据 $\omega_1 > \omega_2$, $\omega_1 = \omega_2$ 和 $\omega_1 < \omega_2$ 三种不同情况分别进行讨论.

图 1 所示为 $\omega_1 > \omega_2$ ($\omega_1 = 10\omega_2$), $\omega_1 = \omega_2$ 和 $\omega_1 < \omega_2$ ($\omega_1 = 0.1\omega_2$) 时的双频和单频情况下 ω_1 声波的一阶波和二阶波的 $D(\theta)$ 值. 从图 1 可以看出: 当 ω_2 声波的强度远小于 ω_1 声波的强度时, 无论 ω_1 和 ω_2 的角频率之比如何变化, 双频和单频情况下的一阶波和二阶波的远场指向性均没有明显变化. 原因解释如下: 当 $p_{\omega_1} \gg p_{\omega_2}$ 即 $p_{\omega_2}/p_{\omega_1} \ll 1$ 时, 对于 $\sigma_1 < 1$, 有 $\omega_1\sigma_2/\omega_2 = p_{\omega_2}\sigma_1/p_{\omega_1} \rightarrow 0$, 则 $J_0(n\omega_1\sigma_2/\omega_2) \rightarrow 1$. 因此, 多频情况下的远场指向性就几乎等同于单频情况下的远场指向性. 这同时也说明弱声的存在对强声远场指向性的影响甚小. 从图 1 还可以看出, 二阶波比一阶波的主瓣窄、副瓣抑制好, 这是由于二阶波的频率比一阶波的频率高造成的.

3.2. ω_2 声波的初始辐射声压等于或接近于 ω_1 声波的初始辐射声压 ($p_{\omega_2} \approx p_{\omega_1}$)

在这种情况下, 两者初始声压比为 $p_{\omega_2}/p_{\omega_1} \approx 1$, 即 $\omega_1\sigma_2/\omega_2 \approx \sigma_1$. 因此, σ_1 的大小 (即 ω_1 声波非线性的强弱) 决定了 ω_2 声波对 ω_1 声波的一阶波和二阶波远场指向性影响的强弱.

表 1 列出了 σ_1 值分别为 0.01, 0.10, 0.30, 0.65 和 0.80 时的双频与单频情况下的一阶波和二阶波的半功率束宽. 从表 1 可知: ω_2 声波的强度等于 ω_1 声波且 σ_1 值很小时, 单频和双频情况下的同阶波的半功率束宽基本相等. 但随着 σ_1 值增加到一定程度时, 双频情况时的一阶波和二阶波的半功率束宽与单频情况时相比均发生了比较明显的变化. 这表明在此种情况下 ω_2 声波对 ω_1 声波一阶波和二阶波远场指向性的影响与 σ_1 值 (即 ω_1 声波的非线性强度) 有关, σ_1 值越大 (即 ω_1 声波的频率、初始振速和传播距离越大), ω_2 声波的影响就越大, 多频与单频情况下的一阶波和二阶波的远场指向性的差别也就越大.

表 1 ω_2 声波与 ω_1 声波强度相等时, 不同 σ_1 值所对应的双频与单频条件下一阶波和二阶波的半功率束宽 (单位为 $^\circ$)

σ_1	单频情	双频情	单频情	双频情
	况下的	况下的	况下的	况下的
	一阶波	一阶波	二阶波	二阶波
0.01	26.301	26.301	18.901	18.901
0.10	26.301	26.401	18.901	19.101
0.30	26.401	26.706	19.101	19.701
0.65	27.001	28.501	19.861	23.801
0.80	27.401	29.701	20.401	27.301

下面取 $\sigma_1 = 0.01$ 和 $\sigma_1 = 0.65$, 分别给出其对应的双频和单频情况时一阶波和二阶波的 $D(\theta)$ 分布. 图 2 是 $\sigma_1 = 0.01$ 时的情况, 从中可以看到双频和单频情况时的指向性无明显差异. 图 3 是 $\sigma_1 = 0.65$ 时的情况, 可以明显看出多频情况时的一阶波和二阶波的远场指向性与单频情况时的远场指向性相比均发生了较明显的变化——主瓣变宽, 副瓣抑制变差, ω_2 声波的影响显现出来. 出现这一现象的原因如下: 当 $\sigma_1 \rightarrow 0$ 时, $\omega_1\sigma_2/\omega_2 \rightarrow 0$, $J_0(n\omega_1\sigma_2/\omega_2) \rightarrow 1$, 因此多频与单频情况时的一阶波和二阶波的远场指向性无明显差别. 随着 σ_1 的逐渐增大, 到一定程度时, $J_0(n\omega_1\sigma_2/\omega_2)$ 值逐渐小于 1, ω_2 声波对 ω_1 声波的影响逐渐变大, 远场指向性也逐渐发生了变化. 从物理机理看, ω_2 声波对大气介质扰动, 使其产生不均匀性. ω_1 声波在其中传播时就受到不均匀介质的散射, 使沿着固定方向传播的 ω_1 声波部分被散射开, 从而导致其远场指向性的改变, 这也可称为“声散射声”. 从表 1 和图 3 中还可以明显看出, 二阶波的变化比一阶波的变化更大些, 这是由于 $n = 2$ 时 $J_0(n\omega_1\sigma_2/\omega_2)$ 值变化更快所造成.

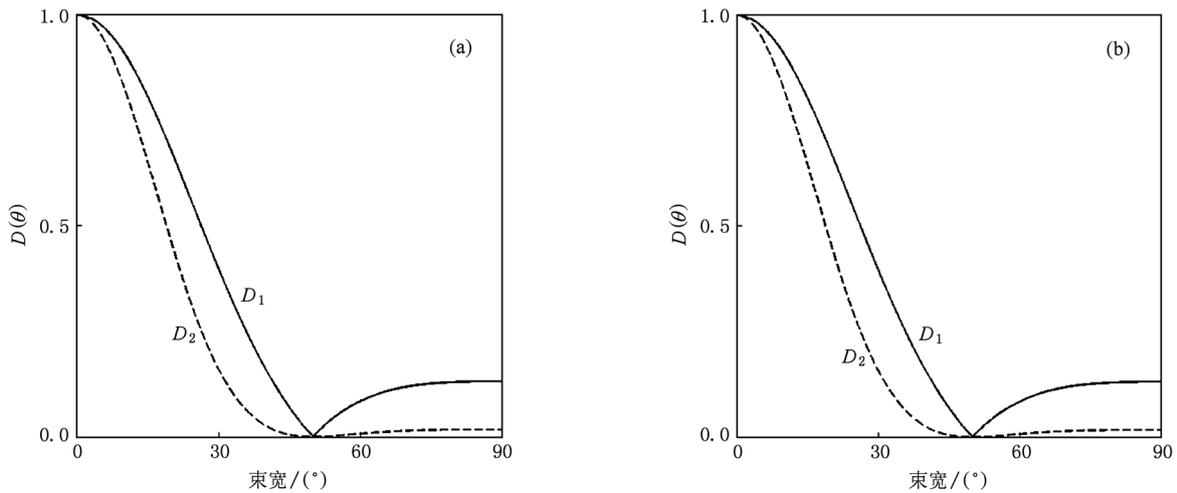


图2 ω_2 声波的强度等于或接近于 ω_1 声波, $\sigma_1 = 0.01$ 时, 双频和单频情况下一阶波和二阶波的 $D(\theta)$ 值 (a) 双频, (b) 单频

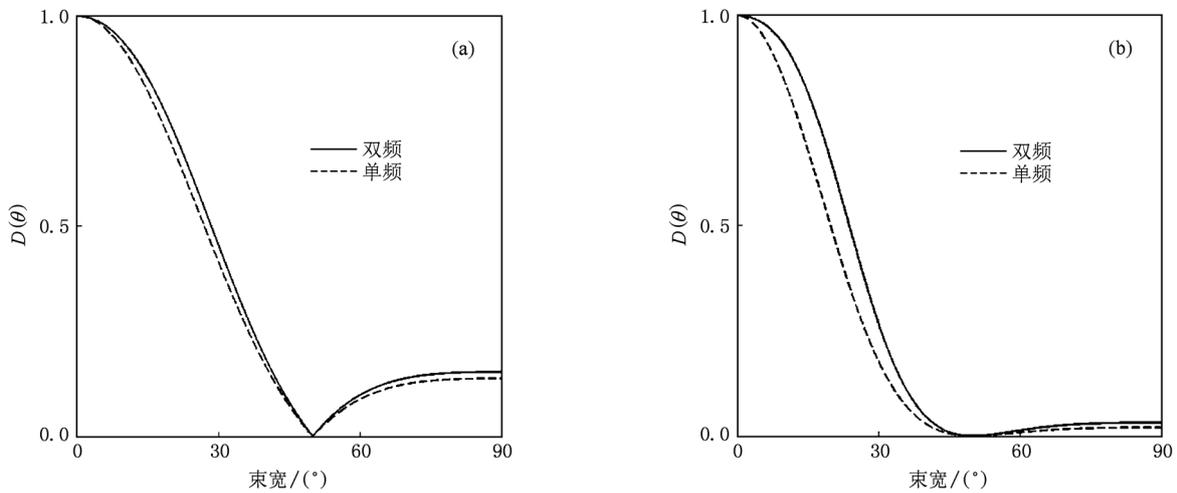


图3 ω_2 声波的强度等于或接近于 ω_1 声波, $\sigma_1 = 0.65$ 时, 一阶波和二阶波的双频和单频情况下的 $D(\theta)$ 值 (a) 一阶波, (b) 二阶波

3.3. ω_2 声波的初始辐射声压远大于 ω_1 声波的初始辐射声压 ($p_{\omega_2} \gg p_{\omega_1}$)

在这种情况下, 当 $\omega_1 < \omega_2$, 特别是 $\omega_1 \ll \omega_2$ 时, $\omega_1/\omega_2 \ll 1$. 对于 $\sigma_2 < 1$, $J_0(n\omega_1\sigma_2/\omega_2) \rightarrow 1$, 此时双频与单频情况时的指向性几乎相同. 当 $\omega_1 = \omega_2$ 时, ω_2 声波的影响就取决于 σ_2 值, 其讨论方法和两列声波强度相等时的方法相同. 当 $\omega_1 > \omega_2$ 时, 若达到 $n\omega_1\sigma_2/\omega_2 \approx 2.405$, 则 $J_0(n\omega_1\sigma_2/\omega_2) \approx 0$, 这样 ω_1 声波就几乎完全被 ω_2 声波所抑制^[11], 也就不存在远场指向性了. 因此, 可以认为低频强声对高频弱声的远场指向性影响最大.

4. 结 论

本文首先依据 Fenlon 理论推导得到了多频声源的辐射声压, 然后基于单频声源谐波指向性的求解方法, 得到了二阶近似下的双频声源辐射出的声波相互作用时的远场指向性, 进而研究了 ω_2 声波与介质作用后对 ω_1 声波的一阶波和二阶波远场指向性的影响. 研究发现: 根据 ω_2 声波与 ω_1 声波相对初始辐射声压和相对频率的不同, 其影响也不同. 当 ω_2 声波的初始辐射声压远小于 ω_1 声波的初始辐射声压时, 无论 ω_2 声波与 ω_1 声波的频率相对大小如何, 双频情况下的一阶波和二阶波的远场指向性与单频情况下相比均没有明显变化. 所以, 弱声的存

在对强声远场指向性的影响甚小. 当 ω_2 声波的初始辐射声压等于或接近于 ω_1 声波的初始辐射声压时, 其影响与 σ_1 值 (即 ω_1 声波的非线性强度) 有关, ω_1 声波的频率、初始振速和传播距离越大, ω_2 声波的作用对 ω_1 声波的远场指向性的影响也就越大, 而且对二阶波的影响比对一阶波的影响更大. 其影响结果表现为多频情况下的主瓣宽度变大, 副瓣抑制变小, 这可以解释为“声散射声”的结果. 当 ω_2 声波的初始辐射声压远大于 ω_1 声波的初始辐射声压时, ω_2 声波与 ω_1 声波相对频率的不同会导致声波相互作用后的结果完全不同. 当 $\omega_1 < \omega_2$, 特别是 $\omega_1 \ll \omega_2$ 时, ω_2 声波对 ω_1 声波指向性几乎没有影响; 当 ω_1

$= \omega_2$ 时, ω_2 声波的影响就取决于 σ_2 值. 当 $\omega_1 > \omega_2$, 特别是满足 $n\omega_1\sigma_2/\omega_2 \approx 2.405$ 时, ω_1 声波几乎完全被 ω_2 声波所抑制, 也就不存在远场指向性了. 因此, 低频强声对高频弱声的影响最大.

本文的方法可以用来研究任意声源或者声阵列辐射多频声波时的指向性问题, 这只需将本文所采用的活塞声源的指向因子 $D(\theta)$ 改变为其他声源或者声阵列的指向因子即可. 如果将和频波和差频波的归一化振幅代入(9)式, 就可得到二阶近似下的和频波和差频波的远场指向性, 其中差频波的远场指向性也就是声参量阵的远场指向性, 因此上述方法也可以用于声参量阵远场指向性的研究.

- [1] Ingard U, Pridmore-Brown D C 1956 *J. Acoust. Soc. Am.* **28** 564
- [2] Westervelt P J 1957 *J. Acoust. Soc. Am.* **29** 973
- [3] Westervelt P J 1963 *J. Acoust. Soc. Am.* **35** 535
- [4] Fenlon F H 1972 *J. Acoust. Soc. Am.* **51** 284
- [5] Fenlon F H 1973 *J. Acoust. Soc. Am.* **53** 1752
- [6] Fenlon F H 1979 *J. Acoust. Soc. Am.* **66** 534
- [7] Qian Z W 1976 *Acta Phys. Sin.* **25** 472 (in Chinese) [钱祖文 1976 物理学报 **25** 472]
- [8] Qian Z W 1988 *Acta Phys. Sin.* **37** 221 (in Chinese) [钱祖文 1988 物理学报 **37** 221]
- [9] Qian Z W 1981 *Acta Phys. Sin.* **30** 433 (in Chinese) [钱祖文 1981 物理学报 **30** 433]
- [10] Qian Z W 1981 *Acta Phys. Sin.* **30** 442 (in Chinese) [钱祖文 1981 物理学报 **30** 442]
- [11] Gong X F, Zhu Z M, Du G H 1979 *J. Nanjing Univ. (Nat. Sci.)* **3** 19 (in Chinese) [龚秀芬、朱哲民、杜功焕 1979 南京大学学报 (自然科学版) **3** 19]
- [12] Du G H, Gong X F, Zhu Z M 1982 *Acta Acoust.* **7** 1 (in Chinese) [杜功焕、龚秀芬、朱哲民 1982 声学学报 **7** 1]
- [13] Du G H, Gong X F 1984 *Acta Acoust.* **9** 129 (in Chinese) [杜功焕、龚秀芬 1984 声学学报 **9** 129]
- [14] Ingenito F, Williams A O 1971 *J. Acoust. Soc. Am.* **49** 319
- [15] Shooter J A, Muir T G, Blackstock D T 1971 *J. Acoust. Soc. Am.* **49** 119
- [16] Lockwood J C, Muir T G, Blackstock D T 1973 *J. Acoust. Soc. Am.* **53** 1148
- [17] Qian Z W 2009 *Nonlinear Acoustics* (Beijing: Science Press) p103 (in Chinese) [钱祖文 2009 非线性声学 (北京: 科学出版社) 第 103 页]

Effect of finite-amplitude acoustic wave nonlinear interaction on farfield directivity of sound source

Lü Jun[†] Zhao Zheng-Yu Zhou Chen Zhang Yuan-Nong

(School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

(Received 15 September 2009; revised manuscript received 29 November 2010)

Abstract

The acoustic radiation pressure expression of a multi-frequency sound source is obtained on the basis of the Fenlon theory. Then using the solution method of a monochromatic source harmonic wave directivity, farfield directivity of second-order approximate is obtained in the case of the dual-frequency sound source interaction. Subsequently, the effect of two-wave interaction on the farfield of first-order and second-order wave of either wave is studied and discussed when the initial radiation pressures and frequencies are different. The conclusion is that there are some different effects of sound wave interaction on the farfield directivity of a sound source, when the relative initial radiation pressure and frequency between the sound waves is changed.

Keywords: finite-amplitude sound waves, nonlinear interaction, farfield directive

PACS: 43. 25. + y

[†] E-mail: junjun123129@yahoo.com.cn