

吸引子涡卷数量与分布的控制： 系统设计与电路实现*

武花千^{1)†} 包伯成²⁾ 刘中¹⁾

1) (南京理工大学电子工程系, 南京 210094)

2) (常州大学信息科学与工程学院, 常州 213164)

(2010年11月29日收到; 2010年12月13日收到修改稿)

在三维线性系统中引入两个分段线性函数, 构造了一个代数方程较为简单的网格涡卷混沌系统. 通过对引入的锯齿波函数和改进型锯齿波函数的零点配置, 完成了该系统指数 2 平衡点的数量和分布设计, 实现了系统所生成混沌吸引子的涡卷数量和涡卷分布的控制. 利用运算放大器、乘法器等模拟元器件设计了相应的锯齿波函数电路、改进型锯齿波函数电路以及三维线性系统电路, 实现了本文所提出的网格涡卷混沌系统. 实验结果与理论分析和数值仿真结果一致, 验证了混沌吸引子的涡卷数量和涡卷分布设计的可行性.

关键词: 混沌系统, 吸引子, 分段线性函数, 电路实现

PACS: 05.45.-a

1. 引言

上世纪 90 年代初, 基于 Chua 电路归一化状态方程, Suykens 和 Vandewalle 通过增加非线性函数曲线的转折点发现了多涡卷混沌吸引子^[1]. 相比于传统的单涡卷和双涡卷混沌系统, 多涡卷或多翼混沌系统呈现出更为复杂的吸引子拓扑结构, 在电子、通信、系统控制等领域具有广阔的应用前景^[2]. 因此, 多涡卷混沌系统的理论分析和相应的电路实现成为混沌研究的一个热点.

已有很多文献在 Jerk 方程、Chua 电路方程、Colpitts 电路方程或 Lorenz 系统族方程等模型框架下, 通过引入不同的多转折点分段线性或非线函数, 获得了不同的多涡卷混沌系统产生模型, 并从物理电路中生成了各种网格涡卷、多涡卷或多翼混沌或超混沌吸引子^[3-14]. 多涡卷混沌系统的主要设计思想是, 利用分段线性或者非线性函数改造已有混沌系统中的部分线性或者非线性项, 或者在已有混沌系统中直接引入分段线性或者非线性函数, 可以有效增加混沌系统的指数 2 平衡点数量, 从而在

一维、二维和三维空间上形成相应数量的多涡卷吸引子. 典型的分段线性函数有锯齿波函数、阶梯函数、饱和函数、三角波函数和滞后函数等^[3-14]. 近几年来, Yu 等人^[13,14]在类 Lorenz 系统族方程上, 利用多段非线性偶函数替换原系统方程中的非线性二次项, 获得了多翼类 Lorenz 混沌吸引子; Yalcin, Lü, Mohamed 和 Zhang 等人^[15-19]分别采用一阶时滞控制、阈值控制、非自治系统阈值控制、多角正弦函数等方法生成了不同类型的多涡卷混沌吸引子.

上述文献中一般是围绕吸引子涡卷数量进行设计, 然而针对吸引子的分布设计及其电路实现的研究却鲜有报道. 吸引子涡卷数量的增加可以使得吸引子的拓扑结构变得更为复杂^[2], 同样地, 通过改变涡卷位置的分布可以致使吸引子的拓扑结构变得奇异多变, 由此实现的多涡卷混沌系统更能满足实际应用的需要. 基于对系统指数 2 平衡点的数量和分布进行配置的目的, 本文构造了一个代数方程较为简单的网格涡卷混沌系统, 提出了通过对分段线性函数的零点配置实现吸引子涡卷数量和分布的控制方法. 此外, 利用运算放大器、乘法器等模拟元器件设计并制作了实验电路, 实验结果与理论

* 国家自然科学基金(批准号:60971090)和江苏省自然科学基金(批准号:BK2009105)资助的课题.

† E-mail: jingzhan9000@yeah.net

分析和数值仿真结果一致.

2. 网格涡卷混沌吸引子

一个混沌系统形成网格涡卷吸引子在于该系统在相平面各网格点上分布有指数 2 平衡点,通过配置它的数量和分布可实现吸引子涡卷数量和分布的控制.

2.1. 网格涡卷混沌系统模型

大多数文献基于已有的低维混沌系统模型通过引入分段线性或非线性函数获得了多涡卷或多翼混沌或超混沌吸引子^[1-14]. 本文从一个简单的三维线性系统出发,通过引入两个分段线性函数,构造了一个系统代数方程较为简单的网格涡卷混沌系统,数学模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = z - n_N(y), \\ \dot{y} = \mu z, \\ \dot{z} = n_M(x) - z. \end{cases} \quad (1)$$

其中,控制参数 $\mu > 0$, $n_M(x)$ 和 $n_N(y)$ 为两个分段

线性函数. 系统(1)方程式右边只有三个线性项,通过控制引入的分段线性函数 $n_M(x)$ 和 $n_N(y)$ 的转折点数量或转折点分布,使得系统(1)的指数 2 平衡点发生数量上的增减或位置分布的改变,因而系统(1)可以生成不同涡卷数量或涡卷分布的网格涡卷混沌吸引子.

2.2. 涡卷数量和涡卷分布的控制

设分段线性函数为锯齿波函数,其数学表达式有^[12]

$${}^1n_K(\xi) = 0.5 \sum_{k=1}^K \{ \text{sgn}[\xi + (k - 0.5)] + \text{sgn}[\xi - (k - 0.5)] \} - \xi. \quad (2)$$

式中, K 是整数, ξ 是变量. 图 1 给出了 $K = 5$ 时锯齿波函数 ${}^1n_5(\xi)$ 的曲线图例,从图 1 中很容易确定每个线性段的零点. 因此,通过配置锯齿波函数 ${}^1n_K(\xi)$ 的零点数量,可以实现系统(1)所生成的混沌吸引子的涡卷数量控制.

设分段线性函数为改进型锯齿波函数,其数学表达式为

$${}^2n_K(\xi) = \begin{cases} 0.5 \sum_{k=3}^K \text{sgn}[\xi + (k - 1)] - \xi - 3.5, & \xi < -2.5, \\ -\xi, & |\xi| \leq 2.5, \\ 0.5 \sum_{k=3}^K \text{sgn}[\xi - (k - 1)] - \xi + 3.5, & \xi > 2.5, \end{cases} \quad (3)$$

式中, K 是整数, ξ 是变量. 图 2 给出了 $K = 5$ 时改进型锯齿波函数 ${}^2n_5(\xi)$ 的曲线图例. 与图 1 所示的锯齿波函数 ${}^1n_5(\xi)$ 作比较,图 2 所示的改进型锯齿波函数 ${}^2n_5(\xi)$ 在 $\xi = \pm 1, \pm 2$ 位置上无零点. 因此,通过引入改进型锯齿波函数 ${}^2n_K(\xi)$,可以改变系统(1)的指数 2 平衡点的位置分布,以达到系统(1)所生成的混沌吸引子的涡卷分布控制.

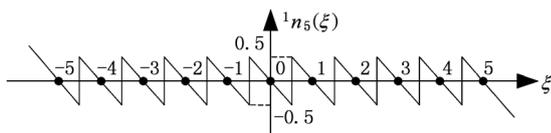


图 1 锯齿波函数 ${}^1n_5(\xi)$

固定控制参数 $\mu = 1.5$,若选择 $n_M(x) = {}^1n_3(x)$,

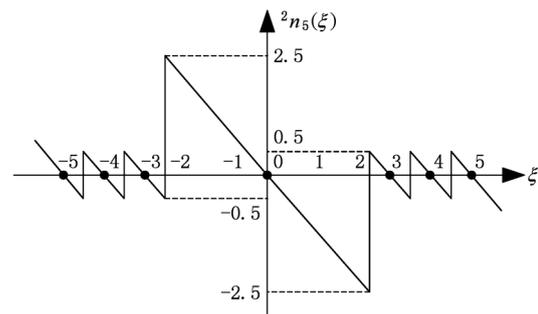


图 2 改进型锯齿波函数 ${}^2n_5(\xi)$

$n_N(y) = {}^1n_5(y)$,则系统(1)在 $x-y$ 平面上生成了涡卷数量为 7×11 的网格涡卷混沌吸引子,如图 3(a)所示;若选择 $n_M(x) = {}^1n_3(x)$, $n_N(y) = {}^2n_5(y)$,则系统(1)在 $x-y$ 平面上生成了涡卷数量为(7

$\times 6 + 1$) 的网格涡卷混沌吸引子, 如图 3(b) 所示. 从图 3(b) 中不难观察到, 在 y 轴方向的 $(-2.5, 2.5)$ 区间内, 系统(1) 的混沌吸引子无网格涡卷生成, 只

形成了一个较大的吸引子涡卷, 即改进型锯齿波函数改变了系统(1) 的混沌吸引子的涡卷分布.

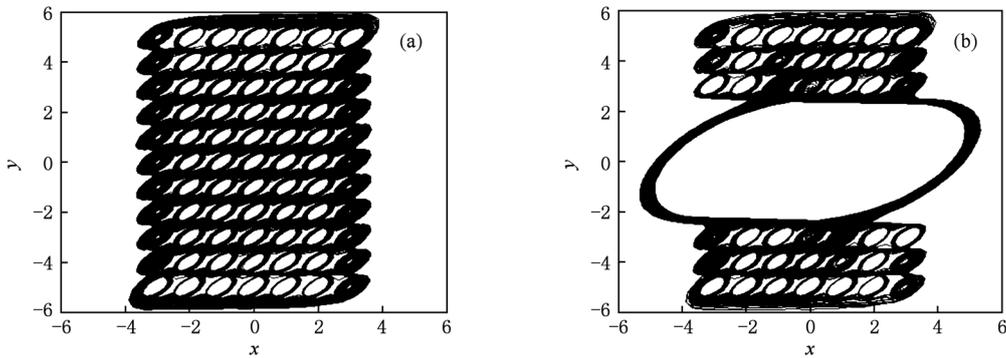


图3 吸引子在 x - y 平面上的投影 (a) 7×11 网格涡卷吸引子; (b) $(7 \times 6 + 1)$ 网格涡卷吸引子

2.3. 指数 2 平衡点配置分析

令系统(1) 中 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$, 则有 $z = 0, n_M(x) = 0, n_N(y) = 0$, 说明系统(1) 的平衡点完全是由分段线性函数 $n_M(x)$ 和 $n_N(y)$ 的零点所形成的.

若选择 $n_M(x) = {}^1n_M(x), n_N(y) = {}^1n_N(y)$, 则系统(1) 有 $(2M + 1) \times (2N + 1)$ 个平衡点 ${}^1S_{ij} = (i, j, 0)$, 位于 $z = 0$ 的 x - y 平面网格上, 这里 $i = 0, \pm 1, \dots, \pm M$ 和 $j = 0, \pm 1, \dots, \pm N$. 当 $M = 3, N = 5$ 时, 在 x - y 平面网格上, 系统(1) 的平衡点分布如图 4(a) 所示, 图中平衡点 ${}^1S_{ij}$ 用 ‘●’ 来标注.

$N = 5$ 时, 在 x - y 平面网格上, 系统(1) 的平衡点分布如图 4(a) 所示, 图中平衡点 ${}^1S_{ij}$ 用 ‘●’ 来标注.

若选择 $n_M(x) = {}^1n_M(x), n_N(y) = {}^2n_N(y)$, 则系统(1) 有 $(2M + 1) \times [2(N - 2) + 1]$ 个平衡点 ${}^2S_{ij} = (i, j, 0)$, 位于 $z = 0$ 的 x - y 平面网格上, 这里 $i = 0, \pm 1, \dots, \pm M$ 和 $j = 0, \pm 3, \dots, \pm N$. 当 $M = 3, N = 5$ 时, 在 x - y 平面网格上, 系统(1) 的平衡点分布如图 4(b) 所示, 图中平衡点 ${}^2S_{ij}$ 用 ‘●’ 来标注.

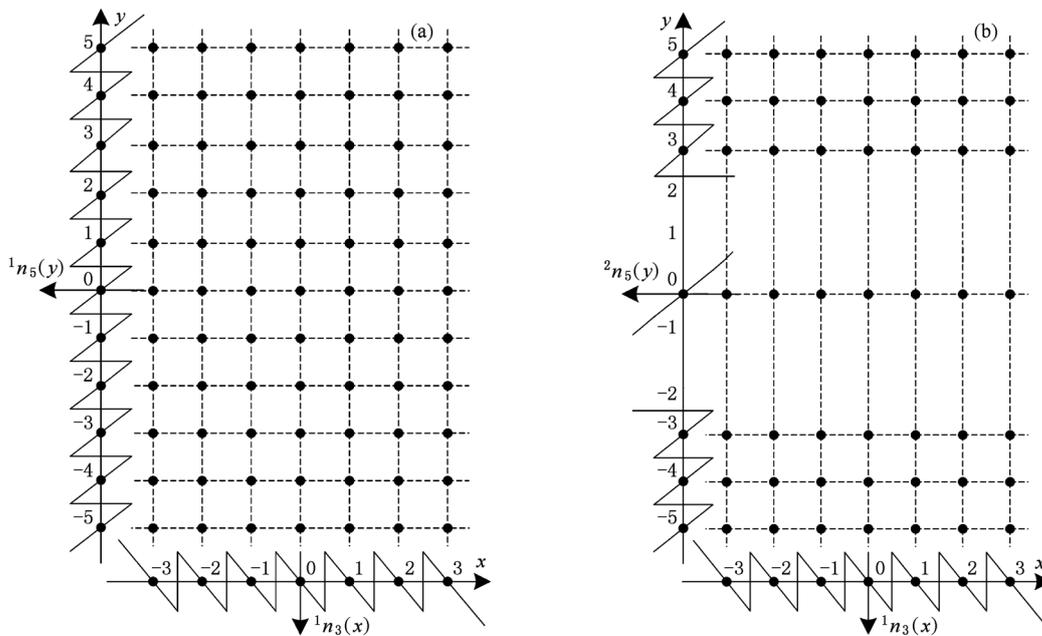


图4 指数 2 平衡点分布 (a) 平衡点 ${}^1S_{ij}$; (b) 平衡点 ${}^2S_{ij}$

系统(1)在平衡点¹ S_{ij} 或² S_{ij} 处的 Jacobi 矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \mu \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

在平衡点附近线性化系统(1),得到以下特征方程:

$$f(\lambda) = \lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + \mu = 0, \quad (5)$$

注意到该三次多项式的系数在 $\mu > 0$ 时均为正数,对所有 $\lambda > 0$ 都有 $f(\lambda) > 0$. 根据 Routh-Hurwitz 稳定判据,系统稳定的充要条件是 $\mu < 1$. 因此,当 $\mu > 1$ 时,系统(1)不稳定,这时方程式(5)有一个正实根和两个负实部的共轭复根. 这意味着 $\mu = 1$ 是系统(1)发生 Hopf 分岔的临界点,而 $\mu > 1$ 时系统(1)所有平衡点为指数 2 的不稳定鞍结. 对于典型控制参数 $\mu = 1.5$,系统(1)平衡点的三个特征根分别是 $\lambda_1 = 0.102 + i1.1115$, $\lambda_2 = 0.102 - i1.1115$, $\lambda_3 = -1.2041$.

当 $n_M(x)$ 和 $n_N(y)$ 均为锯齿波函数时,系统(1)的每个指数 2 平衡点均可形成混沌吸引子的涡卷,在 x - y 平面上可产生涡卷数量为 $(2M + 1) \times (2N + 1)$ 个的网格涡卷吸引子,除外围的指数 2 平衡点外,其余指数 2 平衡点互为相邻,对系统轨迹的吸引与排斥作用是相互制衡的. 而当 $n_M(x)$ 为锯齿波函数且 $n_N(y)$ 为改进型锯齿波函数时,由于指数 2 平衡点² $S_{i0} = (i, 0, 0)$ 周围无相邻平衡点,因此平衡点² S_{i0} 与其他平衡点之间存在较大的间隙. 在平衡点² S_{i0} 与其他平衡点对系统轨迹排斥和吸引的共同作用下,此间隙使得系统轨迹在平衡点² S_{i0} 内部无法形成各自的吸引域,从而导致系统(1)在平衡点² S_{i0} 邻域只形成了一个如图 3(b) 所示的较大的吸引子涡卷,这时平衡点² S_{i0} 可视为一个指数 2 平衡点,系统(1)在 x - y 平面上产生了涡卷数量为 $[(2M + 1) \times 2(N - 2) + 1]$ 个的网格涡卷吸引子. 因此,通过引入改进型锯齿波函数,就可实现系统(1)的网格涡卷混沌吸引子的涡卷分布控制.

需要说明的是,本文有意将平衡点² S_{i0} 与其他平衡点之间的间隙拉大,其目的是方便硬件电路实现. 之所以这样做,是因为在实际电路实验过程中存在各种外界干扰,如果间隙过小,系统轨迹在干扰的影响下会在平衡点² S_{i0} 内部形成涡卷.

3. 网格涡卷混沌系统电路实现

采用运算放大器、电阻、电容和乘法器等模拟

元器件构成相应的电路,可实现加减运算、比例运算、积分运算以及乘法运算等功能. 利用这些运算功能模块电路进行不同的组合,可设计出上述锯齿波函数、改进型锯齿波函数和网格涡卷混沌系统的具体硬件实现电路.

3.1. 锯齿波函数电路设计

利用运算放大器的饱和特性,采用运算放大器、电阻和直流电压源的连接组合,可设计出图 1 所示锯齿波函数模拟电路实现的原理图,如图 5 所示. 图中, $R = 1 \text{ k}\Omega$, $R_1 = R_2 = 500 \text{ }\Omega$, $R_3 = R_4 = 10 \text{ k}\Omega$, 选择 U_1 至 U_{12} 等 12 个运算放大器的型号一致,以确保其性能指标相同.

从图 5 可知,除 U_{11}, U_{12} 以外的其他运算放大器均工作在开环状态下,设其开环放大倍数为 A 和输出饱和电压为 E_{sat} . 这里,以分析 U_1 构成电路为例,运算放大器 U_1 的输出端电压 $u_1 = -A(-\xi - 0.5) = A(\xi + 0.5)$,在运算放大器较理想的情况下存在 $A \rightarrow \infty$,因此,当 $\xi > -0.5$ 时, $u_1 = E_{\text{sat}}$; 而当 $\xi < -0.5$ 时, $u_1 = -E_{\text{sat}}$, 即有

$$u_1 = \begin{cases} E_{\text{sat}}, & \xi > -0.5 \\ 0, & \xi = -0.5 \\ -E_{\text{sat}}, & \xi < -0.5 \end{cases} \\ = E_{\text{sat}} \text{sgn}(\xi + 0.5), \quad (6)$$

因此,运算放大器 U_1 构成电路实现的是幅度 E_{sat} 的符号运算功能. 同样地,其他处于开环状态下的运算放大器 U_2 至 U_{10} 各构成电路均实现了幅度为 E_{sat} 的符号运算功能,但发生符号切换的 $-\xi$ 值刚好是

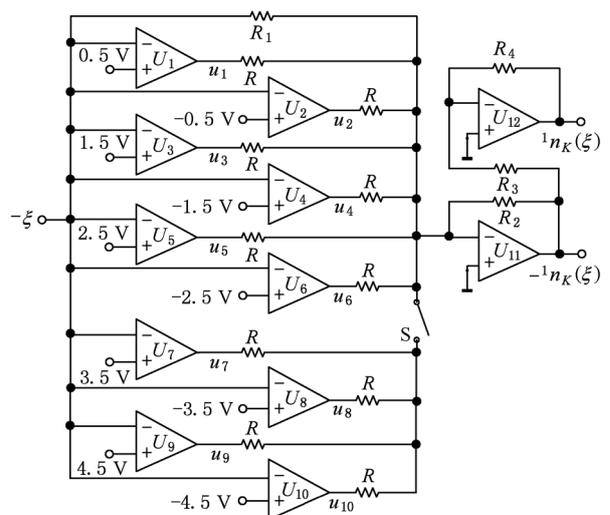


图 5 锯齿波函数¹ $n_k(\xi)$ 电路

各运算放大器所加直流电压源的值.

运算放大器 U_{11} 与电阻 R, R_1 和 R_2 相连组成加法电路, 完成处于开环状态下的十个运算放大器的输出信号和输入信号 $-\xi$ 的加法运算; 而运算放大器 U_{12} 与电阻 R_3 和 R_4 相连构成电路实现反相功能. 所以, 选择 $R = E_{\text{sat}} \text{ k}\Omega$, 由基尔霍夫电压和电流定律可得到 U_{12} 输出端电压为

$$\begin{aligned} {}^1n_K(\xi) &= \frac{R_4}{R_3} \left\{ \frac{R_2 E_{\text{sat}}}{R} \sum_{k=1}^K \{ \text{sgn}[\xi + (k - 0.5)] \right. \\ &\quad \left. + \text{sgn}[\xi - (k - 0.5)] \} - \frac{R_2 \xi}{R_1} \right\} \\ &= 0.5 \sum_{k=1}^K \{ \text{sgn}[\xi + (k - 0.5)] \\ &\quad + \text{sgn}[\xi - (k - 0.5)] \} - \xi. \end{aligned} \quad (7)$$

此外, 在图 5 中, 当开关 S 断开时, 对应有 $K = 3$; 当开关 S 闭合时, 对应有 $K = 5$. (7) 式说明了图 5 所示电路可以实现锯齿波函数的运算功能.

3.2. 改进型锯齿波函数电路设计

考虑到改进型锯齿波函数 ${}^2n_K(\xi)$ 是由锯齿波函

数 ${}^1n_K(\xi)$ 与函数 $f(\xi) = -\xi$ 的选择性叠加而成的, 因此可以将改进型锯齿波函数在横坐标 ξ 上分成 $(-2.5, 2.5)$ 和 $(-\infty, -2.5) \cup (2.5, +\infty)$ 两个区间分别进行电路设计.

定义两个选择性函数分别为如图 6 (a) 和 (b) 所示的正脉冲函数 $p_1(\xi)$ 和负脉冲函数 $p_2(\xi)$. 可以利用正负脉冲函数 $p_1(\xi)$ 和 $p_2(\xi)$ 通过乘法运算分别截取函数 $f(\xi)$ 与锯齿波函数 ${}^1n_K(\xi)$, 并利用加法运算叠加截取后的各部分, 即可得到改进型锯齿波函数 ${}^2n_K(\xi)$.

图 6 中, 正负脉冲函数 $p_1(\xi)$ 和 $p_2(\xi)$ 的脉冲宽度为 5, 幅度为 1. 用符号函数来表示, 分别有

$$\begin{aligned} p_1(\xi) &= 0.5 [\text{sgn}(\xi + 2.5) - \text{sgn}(\xi - 2.5)], \\ p_2(\xi) &= 1 - p_1(\xi) = 1 - 0.5 [\text{sgn}(\xi + 2.5) \\ &\quad - \text{sgn}(\xi - 2.5)]. \end{aligned} \quad (8)$$

根据上述思路设计的改进型锯齿波函数的电路原理图如图 7 所示, 图中, $R = E_{\text{sat}} \text{ k}\Omega, R_1 = R_2 = 500 \Omega, R_3$ 至 R_{15} 的阻值相等且均为 $10 \text{ k}\Omega$, 所有运算放大器的型号一致, 以确保其性能指标相同.

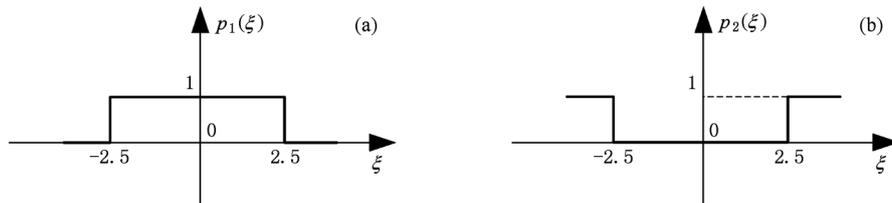


图 6 两种脉冲函数 (a) 正脉冲函数 $p_1(\xi)$; (b) 负脉冲函数 $p_2(\xi)$

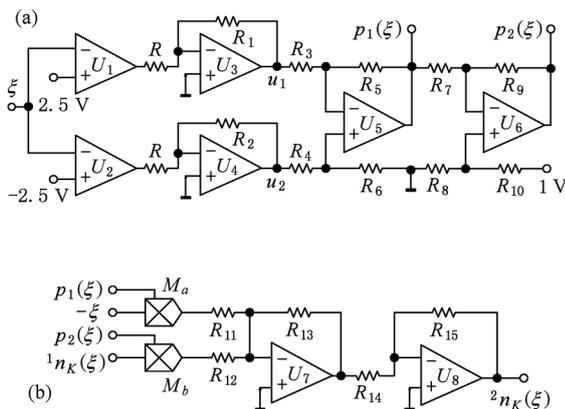


图 7 改进型锯齿波函数电路 (a) $p_1(\xi)$ 和 $p_2(\xi)$ 产生电路; (b) ${}^2n_K(\xi)$ 产生电路

从图 7(a) 可知, 运算放大器 U_1, U_2 处于开环状

态下, 实现的是幅度为 E_{sat} 的符号函数运算功能, 而运算放大器 U_3 和 U_4 与相邻电阻 R, R_1, R_2 组成电路实现的则是比例运算功能, 缩放比例为 $R_1/R = R_2/R = 1/(2E_{\text{sat}})$, 因此有 $u_1 = 0.5 \text{sgn}(\xi - 2.5)$, $u_2 = 0.5 \text{sgn}(\xi + 2.5)$. 运算放大器 U_5 及其相连电阻实现的是减法运算, 其输出端电压为

$$\begin{aligned} p_1(\xi) &= -\frac{R_5}{R_3} u_1 + \frac{R_6(R_3 + R_5)}{(R_4 + R_6)R_3} u_2 \\ &= 0.5 [\text{sgn}(\xi + 2.5) \\ &\quad - \text{sgn}(\xi - 2.5)]. \end{aligned} \quad (9)$$

运算放大器 U_6 电路所形成的运算功能与 U_5 电路所形成的一致, 实现的都是减法运算, 即有

$$\begin{aligned} p_2(\xi) &= \frac{R_8(R_7 + R_9)}{(R_8 + R_{10})R_7} - \frac{R_9}{R_7} \cdot p_1(\xi) \\ &= 1 - p_1(\xi) \end{aligned}$$

$$= 1 - 0.5 [\operatorname{sgn}(\xi + 2.5) - \operatorname{sgn}(\xi - 2.5)]. \quad (10)$$

有了正负脉冲函数 $p_1(\xi)$ 和 $p_2(\xi)$ 的实现电路, 按照上述改进型锯齿波函数 $n_k(\xi)$ 的设计思路, 即可完成改进型锯齿波函数 ${}^2n_k(\xi)$ 的电路设计, 如图

$${}^2n_k(\xi) = -\frac{R_{15}}{R_{14}} \left[-\frac{R_{13}}{R_{11}}(-\xi) \cdot p_1(\xi) - \frac{R_{13}}{R_{12}} \cdot {}^1n_k(\xi) \cdot p_2(\xi) \right]$$

$$= \begin{cases} 0.5 \sum_{k=3}^K \operatorname{sgn}[\xi + (k - 0.5)] - \xi - 3.5, & \xi < -2.5, \\ -\xi, & |\xi| \leq 2.5, \\ 0.5 \sum_{k=3}^K \operatorname{sgn}[\xi - (k - 0.5)] - \xi + 3.5, & \xi > 2.5. \end{cases} \quad (11)$$

3.3. 网络涡卷混沌系统电路设计

三维线性系统电路由三路具有积分功能的电

路通道构成, 可分别实现系统(1)方程中的三个微分方程, 具体电路原理图如图8所示.

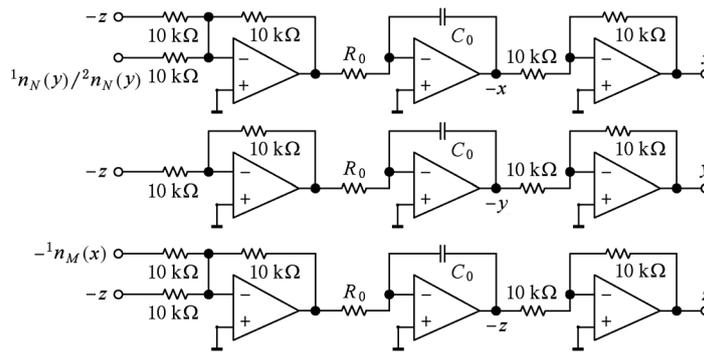


图8 三维线性系统电路

从图8可知, 积分器的时间常数由 $R_0 C_0$ 决定, 考虑到实验观察的效果, 选定 $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ 和 $C_0 = 330 \text{ nF}$. 在三维线性系统中分别引入锯齿波函数电路和改进型锯齿波函数电路, 即可实现网络涡卷混沌系统电路. 当 x 通道上选择锯齿波函数 ${}^1n_N(y)$ 时, 图8电路可实现一般的网络涡卷吸引子; 当 x 通道上选择改进型锯齿波函数 ${}^2n_N(y)$ 时, 图8电路可实现网络涡卷位置分布已作特殊配置后的奇异混沌吸引子.

4. 涡卷数量和涡卷分布实验观察

在实际电路制作中, 选用 TL082CN 运算放大器, 并选用 MPY634KP 四象限高精度的模拟乘法

器, 其中 M_a, M_b 是乘法器, 可完成增益为 1 的乘法运算. 运算放大器 U_7 与电阻 R_{11}, R_{12} 及 R_{13} 构成的电路实现加法运算功能, 运算放大器 U_8 及其相连电阻实现反相功能, 因此可得到 U_8 的输出端电压为

器, 采用 $\pm 15\text{V}$ 双电源供电. 运算放大器加电后, 可以测得其饱和输出电压为 $E_{\text{sat}} = 13.45 \text{ V}$. 由于 TL082CN 运算放大器正负输出饱和电压存在着不对称的问题, 因此锯齿波电路和正负脉冲电路采用单独的直流电源供电, 通过降低正电源的幅度来平衡输出饱和电压, 经测试, $V_{\text{CC}}^- = -14.98 \text{ V}$, $V_{\text{CC}}^+ = 14.50 \text{ V}$. 此外, 为确保通过叠加实现的改进型锯齿波函数能光滑连接, 正负脉冲函数电路的比较电压采用同一组可调直流电源. 经过电路调试, 用数字示波器可观察到锯齿波函数产生电路和改进型锯齿波函数产生电路的实验波形分别如图9(a)和(b)所示, 它们在 x 通道上分别驱动系统电路后所生成的相轨图分别如图9(c)和(d)所示. 将图9实验结果分别与图1、图2、图3仿真结果作比较, 不难

发现两者是完全一致的,由此验证了本文通过配置引入的两个锯齿波函数的零点,可实现网格涡卷混沌系统的涡卷数量控制;通过引入的改进型锯齿波

函数来重新配置网格涡卷混沌系统的指数 2 平衡点,可实现该系统所生成混沌吸引子的涡卷分布控制.

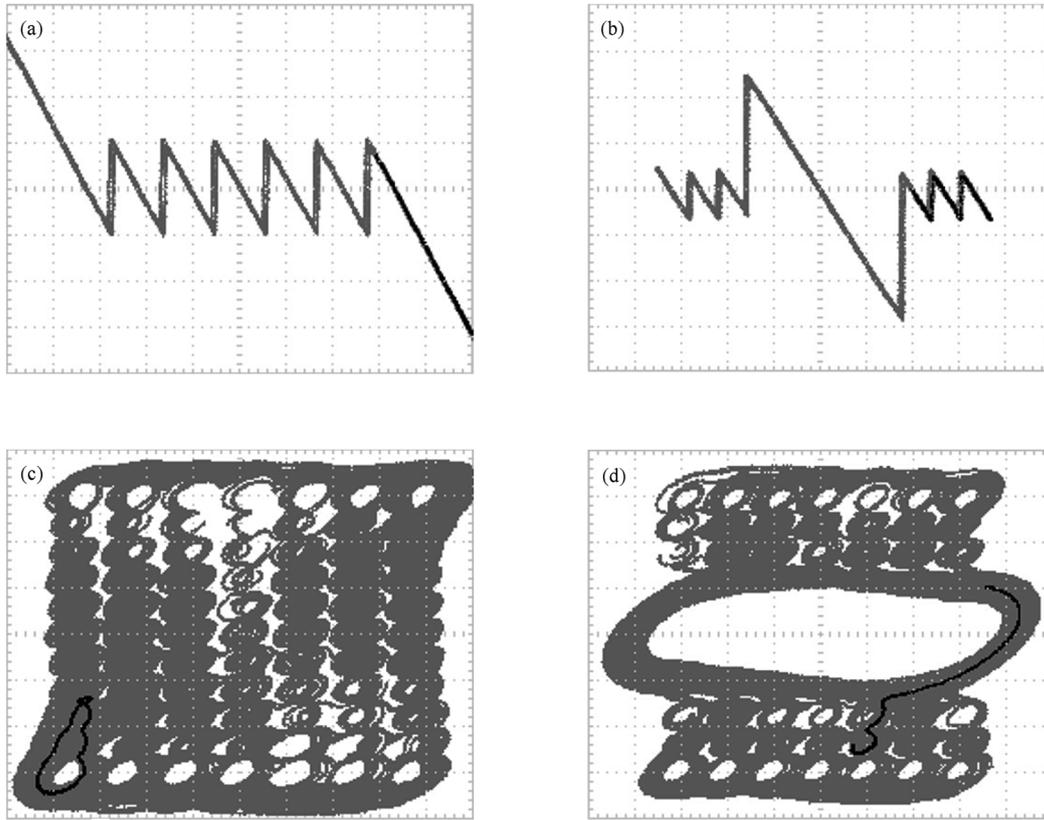


图9 实验结果 (a) 锯齿波函数($N = 3$); (b) 改进型锯齿波函数($N = 5$); (c) 7×11 网格涡卷吸引子; (d) $(7 \times 6 + 1)$ 网格涡卷吸引子

5. 结 论

由于指数 2 平衡点是系统轨迹形成混沌吸引子涡卷的必要条件,因此通过对指数 2 平衡点的数量和分布配置可以达到对混沌吸引子涡卷的数量和分布的控制. 基于此思路,在一个方程式右边只有三个线性项的最简单的三维线性系统中,通过引入两个分段线性函数构造了一个网格涡卷混沌系统,并通过对分段线性函数进行不同的零点配置,实现了所提出的系统指数 2 平衡点的数量和分布配置,从而达到了控制系统生成混沌吸引子的涡卷数量和涡卷分布的目的.

当分段线性函数采用两个锯齿波函数时,实现了一个涡卷数量为 $(2M + 1) \times (2N + 1)$ 的网格涡卷

吸引子;而当分段线性函数分别采用一个锯齿波函数与一个改进型锯齿波函数时,则实现了一个涡卷数量为 $[(2M + 1) \times 2(N - 2) + 1]$ 的网格涡卷吸引子,且其涡卷的分布得到了改变. 进一步地,通过对系统指数 2 平衡点的配置分析,阐述了吸引子的涡卷数量和涡卷分布的形成机理. 最后,利用模拟元器件分别设计并制作了锯齿波函数电路、改进型锯齿波函数电路以及三维线性系统电路,由此构成了本文所提出的网格涡卷混沌系统电路,并从数字示波器上观察到了 7×11 网格涡卷吸引子以及 $(7 \times 6 + 1)$ 网格涡卷吸引子. 实验结果与理论分析以及数值仿真结果完全一致,从而证实了通过调整引入的分段线性函数的转折点数量或转折点分布来控制系统所产生网格涡卷吸引子的涡卷数量与涡卷分布的可行性.

- [1] Suykens J A K, Vandewalle J 1993 *IEEE Trans. Circuits syst. I* **40** 861
- [2] Yalcin M E 2007 *Int. J. Bifur. Chaos* **17**4471
- [3] Yalcin M E, Suykens J, Vandewalle J, Özoguz S 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 23
- [4] Lü J H, Yu S M, Leung H, Chen G R 2006 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **53** 149
- [5] Lü J H, Chen G R 2006 *Int. J. Bifur. Chaos* **16** 775
- [6] Yu S M, Lü J H, Chen G R 2007 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **54** 2087
- [7] Wang F Q, Liu C X 2007 *Chin. Phys.* **16** 942
- [8] Zhang C X, Yu S M 2009 *Chin. Phys. B* **18** 119
- [9] Gandhi G, Roska T 2009 *Int. J. Circuit Theory and Appli.* **37** 473
- [10] Bao B C, Zhou G H, Xu J P, Liu Z 2010 *Int. J. Bifur. Chaos* **20** 2203
- [11] Bao B C, Liu Z, Xu J P, Zhu L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1540 (in Chinese) [包伯成、刘中、许建平、朱雷 2010 物理学报 **59** 1540]
- [12] Xu Y M, Bao B C, Xu Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5959 (in Chinese) [徐煜明、包伯成、徐强 2010 物理学报 **59** 5959]
- [13] Yu S M, Tang W K S, Lü J H, Chen G R 2010 *Int. J. Circuit Theory and Appli.* **38** 243
- [14] Yu S M, Tang W K S, Lü J H, Chen G R 2008 *IEEE Trans. Circuits Syst. II* **55** 1168
- [15] Yalcin M, Özoguz S 2007 *Chaos* **17** 033112
- [16] Lü J H, Murali K, Sinha S, Leung H, Aziz-Alaoui MA 2008 *Physics Letters A* **372** 3234
- [17] Mohamed I R, Murali K, Sinha S, Lindberg E 2010 *Int. J. Bifur. Chaos* **20** 2185
- [18] Zhang C X, Tang W K S, Yu S M 2009 *Int. J. Bifur. Chaos* **19** 2073
- [19] Chen S B, Zeng Y C, Xu M L, Chen J S 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020507 (in Chinese) [陈仕必、曾以成、徐茂林、陈家胜 2011 物理学报 **60** 020507]

Scroll number and distribution control of attractor: system design and circuit realization *

Wu Hua-Gan ^{1)†} Bao Bo-Cheng ²⁾ Liu Zhong ¹⁾

1) (*Department of Electronic Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China*)

2) (*School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China*)

(Received 29 November 2010; revised manuscript received 13 December 2010)

Abstract

Through introducing two piecewise-linear functions into a three-dimensional linear system, a grid-scroll chaotic system with relatively simple algebraic of system structure is constructed. By deploying the zero points of the introduced saw-tooth function and modified saw-tooth function, the designs of the number and the distribution of the index-2 equilibrium points of the system are performed, and the controls of the scroll number and the scroll distribution of the chaotic attractor generated from the system are achieved. By using analog components such as operational amplifier, multiplier, etc., the saw-tooth function circuit, the modified saw-tooth function circuit and the three-dimensional linear system circuit are designed and the proposed grid-scroll chaotic system is implemented. The experimental results are in agreement with both theoretical analyses and numerical simulations, which verify the feasibility of the designs of the scroll number and scroll distribution of chaotic attractors.

Keywords: chaotic system, attractor, piecewise-linear function, circuit realization

PACS: 05.45.-a

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60971090) and the Natural Science Foundations of Jiangsu Province, China (Grant No. BK2009105).

† E-mail: jingzhan9000@yeah.net