

二维量子点中极化子的自旋弛豫

王启文[†] 红兰

(内蒙古呼伦贝尔学院物理与电子信息学院, 海拉尔 021008)

(2011年3月11日收到; 2011年4月3日收到修改稿)

在考虑 Rashba 自旋 - 轨道耦合的条件下, 采用二次么正变换和变分方法研究了二维抛物量子点中由于电子与体纵光学声子的耦合作用形成的极化子在基态 Zeeman 分裂能级上的自旋弛豫过程. 这一过程主要是通过吸收或发射一个形变势或压电声学声子完成. 具体分析了强、弱耦合两种极限下极化子自旋弛豫率与外磁场、量子点半径、Landau 因子参数、Rashba 自旋轨道耦合参数的变化关系.

关键词: 自旋弛豫, 极化子, Rashba 自旋轨道耦合, 量子点

PACS: 71.38, 63.20.k

1 引言

由于在自旋激光器、量子计算等诸多方面潜在的应用前景^[1-3], 使得操纵和控制量子点中电子自旋态成为近年来科学研究的热点, 而对量子点中电子的自旋弛豫过程^[4]的研究是关系到在各方面能否应用的关键问题. 对体机构和二维体系中电子自旋弛豫过程^[5]已经进行了较为详细的研究, 对于量子点体系近年来在实验上也已经能够利用磁共振谱实验观察到了单电子自旋^[6], 通过脉冲弛豫测量^[7]和光学取向实验^[8]读出了单电子自旋态, 同时基于单个量子点中 Zeeman 能级上电子自旋弛豫测量肯定了自旋翻转在量子点中将受到很强抑制的理论预测^[9]. 但要想对量子点中电子自旋弛豫进行较深入的理解, 则需要明确其弛豫的机制. 在量子点中基于声子为媒介的自旋弛豫机制已有大量的理论工作涉及^[10-15]. 这些机制主要包括自旋 - 轨道耦合造成的不同自旋态的混合机制、自旋和声子直接耦合机制、自旋与核耦合机制及表面电子运动造成的声子耦合机制. 在这些机制中电子的自旋翻转都是通过吸收或发射一个压电或形变势声学声子进行的. 但到目前为止, 大部分的理论工作都主要集中在对电子自旋弛豫的研究, 而对极化子的自旋弛豫的研究还很少. 本文则考虑在 Rashba 自旋 - 轨道耦合作用和电子与体纵光学

声子相互作用形成极化子的前提下, 重点研究了二维量子点中极化子在基态 Zeeman 分裂能级间通过发射或吸收一个形变势和压电声学声子的弛豫过程. 我们具体讨论了强、弱耦合两种极限下极化子自旋弛豫率与外磁场、量子点半径、Landau 因子参数、Rashba 自旋轨道耦合参数的变化关系. 文中的结论对利用外部条件怎样调控极化子自旋弛豫过程有重要指导意义.

2 理论模型

假设在二维量子点体系中电子运动的受限势是抛物型的, 同时考虑 Rashba 自旋 - 轨道耦合作用和电子与体纵光学声子相互作用. 在一个与其运动平面相互垂直的稳恒磁场 \mathbf{B} 作用下, 则此体系的 Hamilton 量为

$$H = H_0 + H_{\text{SO}} + H_Z, \quad (1)$$

其中

$$H_0 = P^2/2m^* + m^*\omega_0^2\rho^2/2 + \sum_q \hbar\omega_{\text{LO}} b_q^\dagger b_q + \sum_q [V_q^* b_q^\dagger e^{-iq \cdot \rho} + V_q b_q e^{iq \cdot \rho}],$$

$$H_{\text{SO}} = a_{\text{R}}(p_x \sigma_y - p_y \sigma_x),$$

$$H_Z = g\mu_{\text{B}} B \sigma_z / 2,$$

[†] E-mail: wqwwangqiwen@126.com

H_0 表示极化子 Hamilton 量, H_{SO} 代表二维量子点中 Rashba 自旋 - 轨道耦合效应项, 这种效应源于量子点生长过程中材料的不同造成结构的非对称性产生, 因此是一种可以通过实验方法进行有效控制的效应, 进而达到对电子自旋的有效控制^[16]. H_Z 代表 Zeeman 能级项, $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla - e\mathbf{A}(r)$, $\mathbf{A}(r) = (-y, x, 0)\mathbf{B}/2$ 表示规范矢量, $e, m^*, \rho, \omega_0, \omega_{LO}, q$ 分别表示电子电量、有效质量、半径坐标、量子点受限强度、体纵光学声子频率和波矢, $b_q^\dagger(b_q)$ 表示声子的产生(湮灭)算符. g 表示 Landau 因子, a_R 表示 Rashba 自旋 - 轨道耦合因子. 对于二维量子点体系 $V_q = -i\hbar\omega_{LO}\sqrt{2\pi\beta\gamma_0/S}q$, 其中 β 是一个无量纲参数, 表示电子与体纵光学声子的耦合强度, $\gamma_0 = \sqrt{\hbar/2m^*\omega_{LO}}$ 表示极化子半径, S 表示二维量子点的面积, 低温下我们选极化子基态波函数为 $|\psi\rangle = |\varphi_0\rangle|0\rangle$, 其中 $|\varphi_0\rangle = \gamma/\sqrt{\pi}\exp(-\gamma^2\rho^2/2)$ 表示电子部分波函数, $|0\rangle$ 表示声子波函数且满足 $b_q^\dagger|0\rangle = 0$, H_0 做二次么正变换

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \exp(-i\alpha\Sigma_q q \cdot \rho b_q^\dagger b_q), \\
 U_2 &= \exp(\Sigma_q f_q b_q^\dagger - f_q^* b_q), \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中 f_q 是变分参量, α 是描述电子与声子耦合强弱程度的参数, 其取值范围在 $0 \leq \alpha \leq 1$ 之间^[17,18], 极化子基态能量的表达式为

$$\begin{aligned}
 E_0(\gamma) &= \langle \psi | U_1^{-1} U_2^{-2} H_0 U_2 U_1 | \psi \rangle \\
 &= \hbar^2 \gamma^2 / 2m^* + \hbar^2 / 2m^* R_0^4 \gamma^2 + \hbar^2 / 8m^* R_c^4 \gamma^2 \\
 &\quad - \Sigma_q |V_q|^2 e^{-(1-\alpha)^2 q^2 / 2\gamma^2} \\
 &\quad / (\alpha^2 \hbar^2 q^2 / 2m^* + \hbar\omega_{LO}), \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中 $R_0 = \sqrt{\hbar/m^*\omega_0}$ 表示量子点半径, $R_c = \sqrt{\hbar/eB}$ 表示外磁场对量子点尺度调整的大小.(3)式的详细推导过程可参阅文献[19—22]. 接下来将讨论两种极限情况下极化子基态能量的形式.

(1) 在弱耦合极限下即 ($\alpha = 1$), 极化子基态能

量为

$$\begin{aligned}
 E_0(\gamma) &= \hbar^2 \gamma^2 / 2m^* + \hbar^2 / 2m^* R_0^4 \gamma^2 \\
 &\quad + \hbar^2 / 8m^* R_c^4 \gamma^2 - \pi\beta\hbar\omega_{LO}/2, \quad (4)
 \end{aligned}$$

考虑自旋 Zeeman 能级分裂和自旋 - 轨道耦合的 Rashba 项, 则弱耦合极化子基态能量表示为

$$\begin{aligned}
 E_0^{\uparrow\downarrow}(\gamma_0) &= \hbar^2 \gamma_0^2 / 2m^* + \hbar^2 / 2m^* R_0^4 \gamma_0^2 + \hbar^2 / 8m^* R_c^4 \gamma_0^2 \\
 &\quad - \pi\beta\hbar\omega_{LO}/2 \pm g\hbar^2 / 4m^* R_c^2 \\
 &\quad \pm \alpha_R \sqrt{\hbar^2 \gamma_0^2 + \hbar^2 / 4R_c^4 \gamma_0^2}, \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中 γ_0 的值由 $\partial E_0(\gamma)/\partial\gamma = 0$ 的变分运算得出.

(2) 在强耦合极限下即 ($\alpha = 0$), 极化子基态能量为

$$\begin{aligned}
 E_0(\gamma) &= \hbar^2 \gamma^2 / 2m^* + \hbar^2 / 2m^* R_0^4 \gamma^2 \\
 &\quad + \hbar^2 / 8m^* R_c^4 \gamma^2 - \sqrt{2\pi}\beta\hbar\omega_{LO}r_0\gamma, \quad (6)
 \end{aligned}$$

同样在考虑自旋 Zeeman 能级分裂和自旋 - 轨道耦合的 Rashba 项, 则强耦合极化子基态能量表示为

$$\begin{aligned}
 E_0^{\uparrow\downarrow}(\gamma_0) &= \hbar^2 \gamma_0^2 / 2m^* + \hbar^2 / 2m^* R_0^4 \gamma_0^2 + \hbar^2 / 8m^* R_c^4 \gamma_0^2 \\
 &\quad - \sqrt{2\pi}\beta\hbar\omega_{LO}r_0\gamma_0 \pm g\hbar^2 / 4m^* R_c^2 \\
 &\quad \pm \alpha_R \sqrt{\hbar^2 \gamma_0^2 + \hbar^2 / 4R_c^4 \gamma_0^2}, \quad (7)
 \end{aligned}$$

与弱耦合一样经过类似的变分计算得到 γ_0 的值.

在量子点体系, 虽然电子与形变势声子和压电声子有很强的相互作用, 但它们对极化子本身的能量影响非常小, 但在大多数情况下对自旋弛豫过程有着非常重要的作用. 电子与形变势和压电声子场相互作用可表达为

$$U_{e-ph} = \Sigma_q \sqrt{\hbar/2d\omega S} (eh_{14} - iqD) b_q^\dagger e^{iq \cdot \rho} + c.c. \quad (8)$$

其中 d 表示面密度, eh_{14} 为压电常数, D 为形变势常数, ω 为声学声子的频率, 假设声学声子的色散关系: $\omega = \vartheta q$, ϑ 表示声速. 在低温极限和偶极近似下, 基于 Fermi 黄金规则可得出极化子在基态 Zeeman 能级上的弛豫率为

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{2\pi}{\hbar} \left| U'_{e-ph} \right|^2 \delta(\Delta E - \hbar\omega) \\
 &= \frac{2\pi}{\hbar} \left[\Sigma_q \left(\frac{D^2 \hbar q}{2d\vartheta S} + \frac{\hbar(eh_{14})^2}{2dq\vartheta S} \right) \right] e^{-q^2/2\gamma_0^2} \delta(\Delta E - \hbar q\vartheta) \\
 &= \int \left(\frac{D^2 q^2}{2d\vartheta^2 \hbar} + \frac{(eh_{14})^2}{2d\vartheta^2 \hbar} \right) e^{-q^2/2\gamma_0^2} \delta\left(\frac{\Delta E}{\hbar\vartheta} - q\right) dq \\
 &= \int \left(\frac{D^2}{2d\vartheta^2 \hbar r_0^2 \omega_{LO}} r_0^2 q^2 + \frac{(eh_{14})^2}{2d\vartheta^2 \hbar \omega_{LO}} \right) \omega_{LO} e^{-q^2/2\gamma_0^2} \delta\left(\frac{\Delta E}{\hbar\vartheta} - q\right) dq
 \end{aligned}$$

$$= \int M\omega_{\text{LO}}(r_0^2 q^2 + 1)e^{-q^2/2\gamma_0^2} \delta\left(\frac{\Delta E}{\hbar\vartheta} - q\right) dq, \quad (9)$$

$\Delta E = E_0^\downarrow - E_0^\uparrow$ 表示基态上极化子不同自旋态的能级差, 为了计算问题的方便我们定义 $\frac{D^2}{2d\vartheta^2\hbar r_0^2\omega_{\text{LO}}}$ 和 $\frac{(eh_{14})^2}{2d\vartheta^2\hbar\omega_{\text{LO}}}$ 为两个无量纲量且假设它们相等, 统一用 M 表示. 式中

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E}{\hbar\vartheta} &= \frac{g\hbar}{2m^*\vartheta R_c^2} + \frac{2a_{\text{R}}}{\vartheta} \sqrt{\gamma_0^2 + 1/4R_c^4\gamma_0^2} \\ &= \frac{0.7g^*r_0}{R_c^2} + 2a_{\text{R}}^* \sqrt{\gamma_0^2 + 1/4R_c^4\gamma_0^2}, \quad (10) \end{aligned}$$

其中 $g^* = g/\xi$ 定义为 Landau 因子参数, $\xi = \vartheta/v$, $v = \sqrt{\hbar\omega_{\text{LO}}/m^*}$ 为我们计算中选定的速度单位, 为了便于计算和讨论问题, 我们采用了极化子半径 r_0 和体纵光学声子能量 $\hbar\omega_{\text{LO}}$ 分别作为长度单位和能量单位. 我们把 $a_{\text{R}}^* = a_{\text{R}}/\vartheta$ 这一比例系数定义为 Rashba 自旋轨道耦合参数.

3 结果与讨论

3.1 弱耦合极限下极化子自旋弛豫率与其他参数的变化关系

图 1(a) 给出了在 Landau 因子参数 $g^* = 0.5$, Rashba 自旋轨道耦合参数 $a_{\text{R}}^* = 0.5$ 时, 磁场调整长度和量子点半径对极化子自旋弛豫率的影响. 从图中可知弛豫率对磁场调整长度有明显的依赖关系, 随着磁场调整长度的减小 (即磁场变大) 弛豫率逐渐增加到最大值后迅速减小. 最大值的位置可根据能量守恒关系 $\Delta E = \hbar\omega$ 决定, 从 (5) 式中可知基态能级差 ΔE 对磁场和量子点半径都有依赖关系, 所以最大值的位置由其共同决定. 同时随着半径的减小, 弛豫率逐渐变小, 且对磁场的依赖性变得更明显. 由于电子与体纵光学声子的耦合弱对形成极化子效应并不明显, 此时极化子的自旋弛豫和电子的自旋弛豫并没有太多区别, 所以文中的极化子弛豫率对磁场和量子点半径的依赖关系与文献 [23—25] 中的研究电子自旋弛豫的结论一致.

图 1(b) 描述了在半径 $R = 2r_0$, $g^* = 0.8$ 时, 极化子弛豫率与磁场调整长度和 Rashba 自旋轨道耦合参数的变化关系. 从图中可以看出, 在磁场调整长度很小的范围内, 弛豫率随着 Rashba 自旋轨道耦合参数的变大而增加, 而在磁场调整长度很大的范围内, 弛豫率随着 Rashba 自旋轨道耦合参数的变小而降低, 所以 Rashba 自旋轨道耦合参数

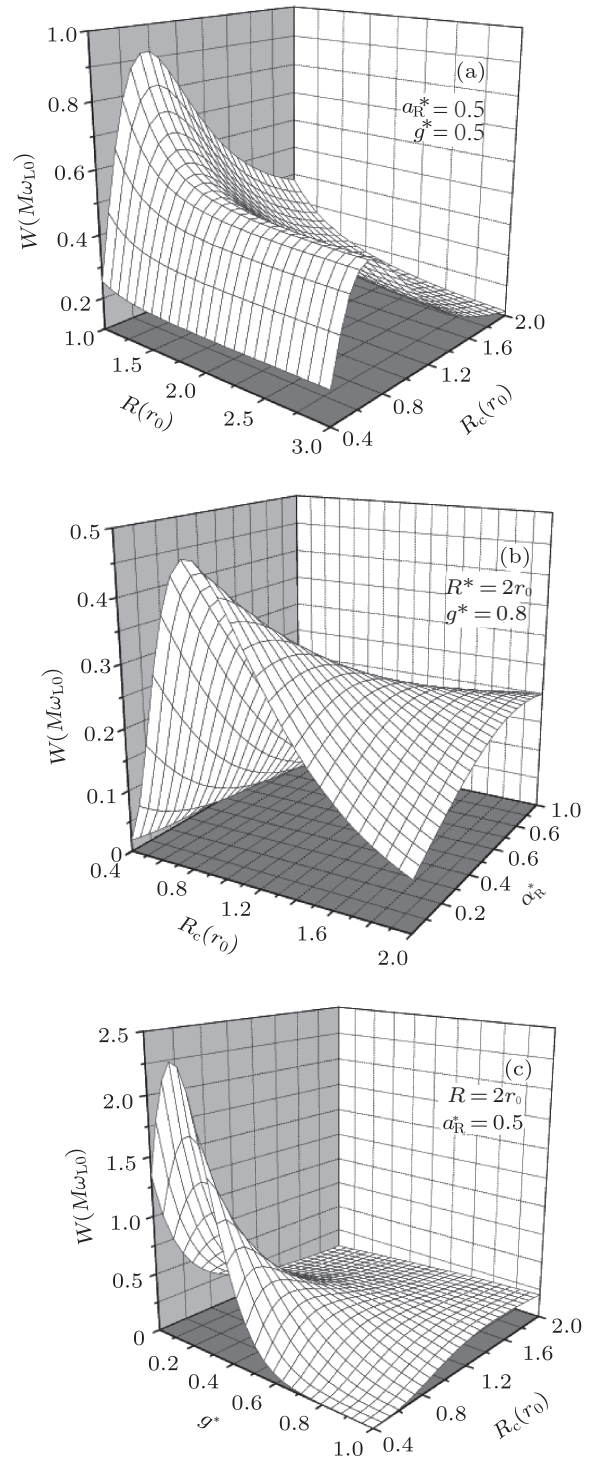


图 1 (a) 极化子自旋弛豫率与磁场调整长度和量子点半径的变化关系; (b) 极化子自旋弛豫率与磁场调整长度和 Rashba 自旋轨道耦合参数的变化关系; (c) 极化子自旋弛豫率与磁场调整长度和 Landau 因子参数的变化关系

对弛豫率的影响依赖于外磁场的大小. 弛豫率的最大值的位置随着调整长度的增加逐渐移向 Rashba

自旋轨道耦合参数变大的数值处,这也是因为基态能级差 ΔE 同时受 Rashba 自旋轨道耦合参数和磁场调整长度的共同影响造成的.

图 1(c) 表示在量子点半径 $R = 2r_0$, $\alpha_R^* = 0.5$ 时,极化子弛豫率与磁场调整长度和 Landau 因子

参数的变化关系,从图 1(c) 与图 1(b) 的对比中可知 Landau 因子参数对极化子自旋弛豫率的变化关系与 Rashba 自旋轨道耦合参数对极化子自旋弛豫率的变化规律相似,原因与图 1(b) 相同,且此情况下这两参数对弛豫率的贡献没有太大的区别.

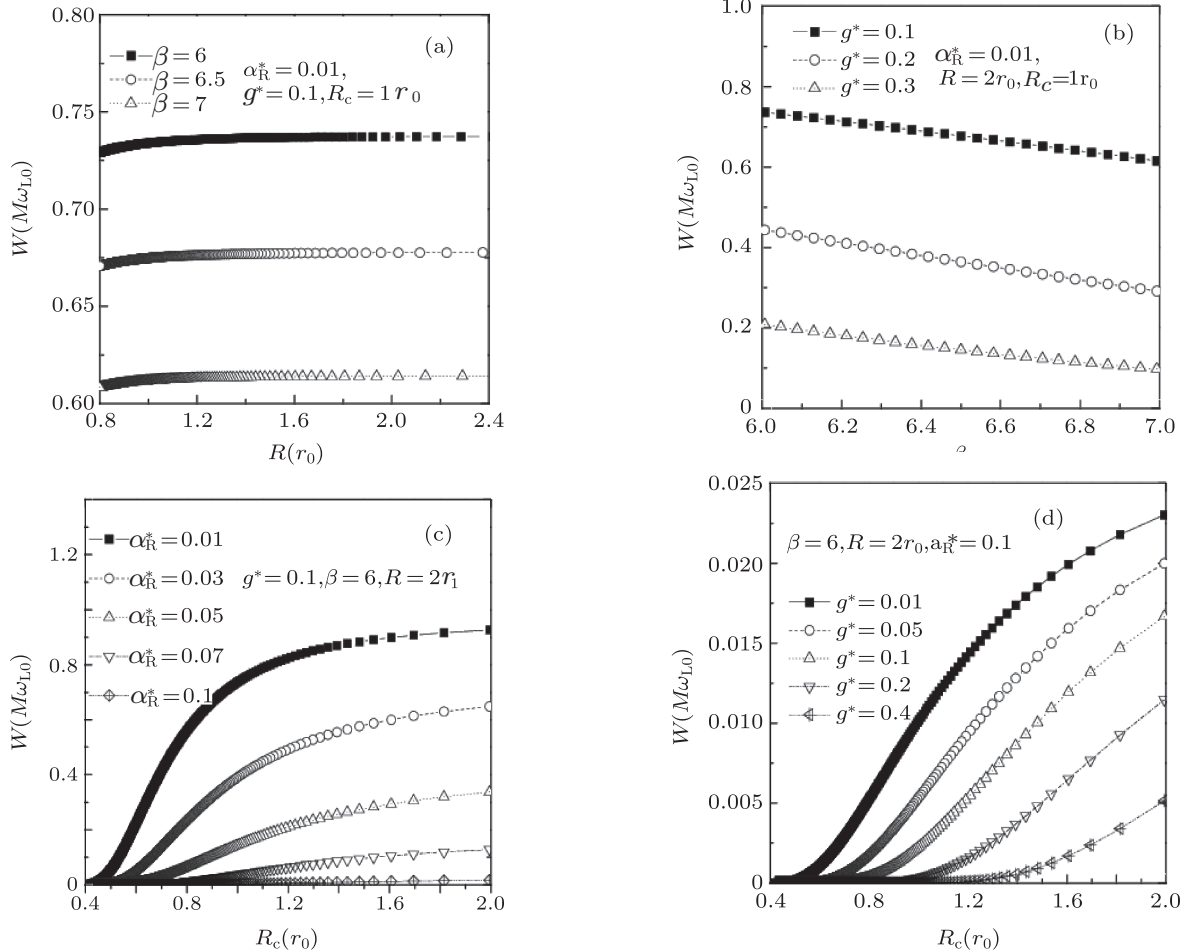


图 2 (a) 极化子自旋弛豫率与量子点半径的变化关系; (b) 极化子自旋弛豫率与耦合强度的变化关系; (c) 在不同 Rashba 自旋轨道耦合参数下极化子自旋弛豫率与磁场调整长度变化关系; (d) 不同 Landau 因子参数下极化子自旋弛豫率与磁场调整长度的变化关系

3.2 强耦合极限下极化子自旋弛豫率与其他参数的变化关系

通常情况下,根据早期文献的定义^[26-28]强耦合是指电子与体纵光学声子的耦合常数 $\beta \geq 6$ 的范围.图 2(a) 给出了在 $\alpha_R^* = 0.01$, $g^* = 0.1$, $R_c = r_0$ 和不同的电子 -LO 声子耦合强度下,极化子自旋弛豫率与量子点半径的变化关系.明显可以看出与弱耦合情况不同,只有在半径很小值的范围内,弛豫率随着半径的增加略有变化,但随着半径的增加,弛豫率几乎不依赖于半径的变化.

图 2(b) 描述了在 $\alpha_R^* = 0.01$, $R = 2r_0$, $R_c = r_0$ 和不同的 Landau 因子参数条件下,极化子自旋弛豫率与电子 - 体纵光学声子耦合强度的变化关系,从图中可以明显地看出随着电子 - 体纵光学声子耦合强度的增加,极化子弛豫率逐渐变小,这是因为电子与体纵光学声子场的强相互作用使得 Rashba 效应更明显,从而造成了基态的 Rashba 自旋轨道分裂能变大.

图 2(c),(d) 分别给出了在不同的 α_R^* , g^* 条件下,极化子自旋弛豫率与磁场调整长度的变化关系,从中可知随着磁场调整长度的增加(磁场强度的变

小) 极化子自旋弛豫率逐渐变大. 同时从图 2(c) 中也可以看出, 随着 α_R^* 的增加, 极化子自旋弛豫率迅速变小, 而与图 4 中 g^* 对弛豫率的影响变化对比中, 可以进一步得出强耦合条件下 Rashba 效应更明显, 从而对极化子自旋弛豫率的影响也是主要的.

4 结论

本文采用二次么正变换和变分方法, 研究了二维抛物量子点中的极化子自旋弛豫. 我们具体讨论

了在强、弱耦合极限下极化子在基态 Zeeman 能级上的弛豫过程. 结果表明: 在弱耦合情况下, 由于极化子效应不明显, 极化子弛豫率对外磁场、量子点半径、Landau 因子参数、Rashba 自旋轨道耦合参数有很强的依赖关系, 这与电子的自旋弛豫过程非常相近. 与弱耦合相比, 强耦合条件下极化子弛豫率对外磁场、量子点半径、Landau 因子参数的依赖变弱, 而对 Rashba 自旋轨道耦合参数明显变强, 这是由于电子与体纵光学声子场的强相互作用使得 Rashba 效应更明显.

- [1] Zutic I, Fabian J, Das S S 2004 *Rev. Mod. Phys.* **76** 323
- [2] Di Vincenzo D P 1995 *Science* **270** 255
- [3] Loss D, Di Vincenzo D P 1998 *Phys. Rev. A* **57** 120
- [4] Jiang H L, Zhang R J, Zhou H M, Yao D Z, Xiong G G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 017204 (in Chinese) [蒋洪良, 张荣军, 周宏明, 姚端正, 熊贵光 2011 物理学报 **60** 017204]
- [5] Wu Y, Jiao Z X, Lei L, Wen J H, Lai T S, Lin W Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2961 (in Chinese) [吴羽, 焦中兴, 雷亮, 文锦辉, 赖天树, 林位株 2006 物理学报 **55** 2961]
- [6] Rugar D, Budakian R, Mamin H J, Chui B W 2004 *Nature* **430** 329
- [7] Elzerman J M, Hanson R, Willems L H, Witkamp B, Vandersypen L M K, Kouwenhoven L P 2004 *Nature* **430** 431
- [8] Kroutvar M, Ducommun Y, Heiss D, Bichler M, Schuh D, Abstreiter G, Finley J J 2004 *Nature* **432** 81
- [9] Golovach V N, Khaetskii A, Loss D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 016601
- [10] Trif M, Simon P, Loss D 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 106601
- [11] Golovach V N, Khaetskii A, Loss D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 016601
- [12] Alexander V, Khaetskii A, Nazarov Y V 2000 *Phys. Rev. B* **61** 12639
- [13] Alexander V, Khaetskii A, Nazarov Y V 2001 *Phys. Rev. B* **64** 125316
- [14] Jiang J H, Wu M W 2009 *Phys. Rev. B* **79** 125206
- [15] Romano C L, Marques G E, Sanz L, Alcalde A M 2008 *Phys. Rev. B* **77** 033301
- [16] Coish W A, Golovach V N, Egues J C, Loss D 2006 *Phys. Stat. Sol. B* **243** 3658
- [17] Kandemir B S, Altanhan T 1997 *J. Phys.: Condens. Matter* **9** 427
- [18] Kandemir B S, Altanhan T 2005 *J. Phys.: Condens. Matter* **17** 667
- [19] Huybrechts W J 1977 *J. Phys. C Solid State Phys.* **10** 3761
- [20] Xiao J L, Xiao W 1998 *Phys. Rev. B* **58** 1678
- [21] Li W P, Xiao J L, Yin J W, Yu Y F, Wang Z W 2010 *Chin. Phys. B* **19** 047102
- [22] Wang Z W, Xiao J L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 678 (in Chinese) [王子武, 肖景林 2007 物理学报 **56** 0678]
- [23] Wang X R, Zheng Y S 2005 *Phys. Rev. B* **72** 121303
- [24] Hanson R, Witkamp B, Vandersypen L M K, Wvan Beveren L H, Elzerman J M, Kouwenhoven L P 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 196802
- [25] Romano C L, Marques G E, Sanz L, Alcalde A M 2008 *Phys. Rev. B* **77** 033301
- [26] Tokuda N 1980 *J. Phys. C Solid State Phys.* **13** 173
- [27] Lee C M, Lam C C, Gu S W 1999 *Solid State Commun.* **112** 555
- [28] Chen Q H, Ren Y H, Jiao Z K, Wang K L 1998 *Phys. Rev. B* **58** 16340

Polaron spin relaxation in a two-dimensional quantum dot

Wang Qi-Wen[†] Hong Lan

(College of Physics and Electronic Information Inner Mongolia Hulunbei'er College, Haila'er 021008, China)

(Received 11 March 2011; revised manuscript received 3 April 2011)

Abstract

We theoretically investigate the spin relaxation of polaron, which arises from the electron interactions with the longitudinal optical phonon between the sublevel Zeeman splitting of the polaron ground state by using the vibrational and the unitary transformation methods in a two-dimensional quantum dot, where the Rashba spin-orbital coupling is taken into account. In fact, this process occurs by means of the absorption (or emitting) of a deformation potential acoustic phonon (or a piezoelectric one). The relaxation rate dependences of the magnetic, the quantum dot radius, the Lander parameter, the Rashba spin-orbital coupling parameter are studied under the conditions of the strong coupling limitation and the weak one.

Keywords: spin relaxation, polaron, Rashba spin-orbital coupling, quantum dot

PACS: 71.38, 63.20.k

[†] E-mail: wqwwangqiwen@126.com