

基于径向基函数神经网络的混沌时间序列相空间 重构双参数联合估计*

陈帝伊 柳焯 马孝义[†]

(西北农林科技大学水利与建筑工程学院电气工程系, 杨凌 712100)

(2011年8月2日收到; 2011年10月11日收到修改稿)

鉴于径向基函数 (RBF) 神经网络模型在非线形预测方面的优良性能, 提出了利用该预测模型对混沌时间序列相空间重构的两个关键参数——延迟时间和嵌入维数进行联合估计的方法, 并以客观的评价指标为依据给出其最优估计值. 以 Lorenz 系统为例进行数值分析, 得到 RBF 单步及多步预测模型中嵌入维数和延迟时间的最佳参数估计值, 并在原模型中对估计值进行校验. 结果表明, 该方法可以有效地估计出嵌入维数和延迟时间, 从而显著提高预测精度.

关键词: 相空间重构, 径向基函数神经网络, 参数估计, 预测

PACS: 05.45.Tp, 05.45.Gg, 02.50.FZ

1 引言

20 世纪下半叶以来, 混沌学的兴起促使了非线性科学的蓬勃发展^[1-7]. 混沌时间序列分析, 就是把非线性动力学即混沌、分形理论应用于非线性时间序列的新分析方法^[8]. 混沌时间序列中蕴含着丰富的系统动力学信息, 而相空间重构是用动力系统方法分析混沌时间序列的基础^[9]. 自 20 世纪 80 年代以来, 国内外众多学者对相空间重构技术进行了较为深入的研究, 目前应用最广泛的当属 Packard 和 Stewart^[10] 提出的延迟坐标状态空间重构法. 该方法中含有两个关键参数——延迟时间 τ 和嵌入维数 m . 这两个参数的确定会影响到重构相空间的质量, 其估计精度直接关系着相空间重构后描述奇异吸引子特征的准确度. 因此, τ 和 m 值的确定有着十分重要的理论和现实意义.

近年来, 已有不少对这两个参数的估计方法. 对于延迟时间 τ 的估计方法有自相关法、复自相关法、平均位移法、互信息量法等^[11-13];

对于嵌入维数 m 的选取方法有假近邻法、Cao 法、Grassberger-Procaccia (简称 G-P 法) 关联维数法等^[14-17]. 然而, 随着研究的深入和技术的突破, 已经发现这两个参数是互相关联、密不可分的, 由此产生了 τ 和 m 的联合算法——时间窗口法、C-C 法等^[18,19]. 如文献 [20] 运用平均峰值时间作为嵌入窗宽的思想来确定相空间重构的两个参数; 文献 [21] 则利用时延法联合估计重构参数. 此外, 文献 [22—24] 还提供了 τ 和 m 两个关键参数估计的评价指标, 增强了相空间重构参数估计值的客观性和置信度. 但是, 很少有基于预测性能指标的双参数联合估计方法, 并且大部分文献中没有给出客观评价指标.

综上所述, 本文提出一种基于非线性模型预测性能的双参数联合估计方法. 该方法利用 Gauss 函数构建径向基函数 (RBF) 神经网络, 对不同参数值下相空间重构后的混沌时间序列的预测效果进行评判. 并以 Lorenz 系统为例分别给出了 RBF 单步和多步预测模型的最优参数估计值.

* 国家自然科学基金 (批准号: 51109180) 和西北农林科技大学人才专项基金 (批准号: RCZX-2009-01) 资助的课题.

[†] E-mail: iee307@163.com

2 RBF 神经网络模型

Moody 和 Darken^[25] 依据人类大脑皮层区域内局部调节及交叠的感受区域的特点, 提出了 RBF 神经网络. 该网络因为其简单的拓扑结构和优异的函数逼近能力, 在诸多领域得到了广泛应用.

本文采用两层前向 RBF 神经网络, 实现由 m 维到一维的映射, 从而建立起预测模型, 如图 1 所示. 其表达式如下:

$$x(n+1) = f(x(n)) = \sum_{i=1}^m w_i \phi_i(\|x(n) - c_i\|) = W^T \phi, \quad (1)$$

$$\phi_i(\|x(n) - c_i\|) = \exp\left(-\frac{\|x(n) - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (2)$$

其中, $x(n) \in R^m$ 为网络输入向量, $f \in R^1$ 为网络输出向量, $\phi_i(\bullet)$ 为 Gauss 函数, $\phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]^T$ 为隐含层输出向量, m 为隐含层单元的个数, c_i 和 σ_i 分别为 Gauss 函数的中心和宽度, $W = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T$ 为该网络输出层的权值向量.

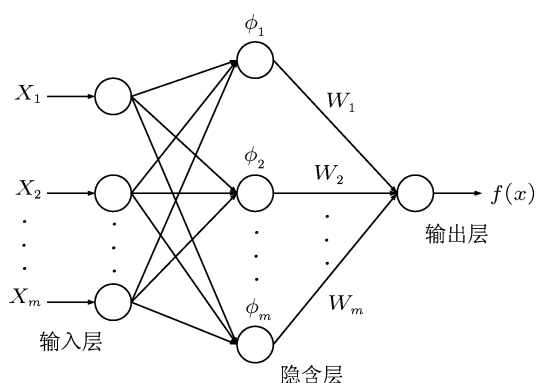


图 1 RBF 神经网络结构图

3 模型的评价指标及参数估计

由 Takens 延迟嵌入定理^[26] 可知, 只要选取适当的延迟时间 τ 和嵌入维数 m , 相空间重构后的动力系统与原始系统在微分同胚的基础上是拓扑等价的. 这条定理为混沌时间序列的预测奠定了一个坚实的理论基础.

对于一个混沌时间序列 $\{x(t)\}$, 给出两个基本参数 τ 和 m 进行相空间重构, 得到一个 m 维的状态向量:

$$x(t) = [x(t), x(t - \tau), x(t - 2\tau), \dots, x(t - (m - 1)\tau)]. \quad (3)$$

在重构的相空间中, 存在着光滑的非线性映射 $f: R^m \rightarrow R^1$, 即

$$x(t + \tau) = f[x(t)]. \quad (4)$$

依据这种非线性映射要求, 建立上述 RBF 神经网络预测模型, 实现对该映射 f 高效的函数逼近, 形成一个完整有效的混沌时间序列预测模型. 该模型的预测结果与估计参数 τ 和 m 息息相关. 具体表现在如下两个方面: 一方面, 延迟时间 τ 和嵌入维数 m 的选取直接影响到相空间重构的精度和质量; 另一方面, 在利用 RBF 神经网络做预测时, 为使训练网络更符合原始数据的特征, 将输入层神经元的个数和隐含层神经元的个数均选取为嵌入维数 m , 这样既有效避免人为选择的主观性和繁复性^[27], 又可以使嵌入维数 m 的估计更加精确和可信.

混沌时间序列预测模型常用的性能评价指标有很多, 对于单步预测模型和多步预测模型, 其预测性能评判的标准又有所不同. 单步预测模型考察的是每一个预测点的精度, 可用单步预测图和单步预测绝对误差图进行定性描述, 用预测均方误差 PMSE (prediction mean square error) 和平均相对误差 ARE (average relative error) 作为定量分析的评价指标; 多步预测模型则更注重预测点趋势和可预测长度, 用多步预测图和多步预测绝对误差图作为定性分析的依据, 同时运用一定误差限下的最大可预测步数作为定量计算的评价指标.

上述定量分析评价指标的数学表达式如下:

$$\text{预测均方误差: } PMSE = \frac{\sum_{i=1}^N [\hat{x}(i) - x(i)]^2}{N}, \quad (5)$$

$$\text{平均相对误差: } ARE = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\hat{x}(i) - x(i)}{x(i)} \right| \right] \times 100(\%). \quad (6)$$

相空间重构参数 τ 和 m 的改变会深刻地影响整个模型的预测结果, 上述预测性能评价指标可以清晰地反映出这个结论. 参数估计的具体步骤如下.

步骤 1 获取混沌时间序列, 进行归一化预处理. 设置时间序列的积分步长和数据点数, 分别构建 RBF 单步和多步预测模型, 并确定出各自的评价指标.

步骤 2 初步估计参数值的大致范围, 并分别设定好单步和多步预测模型中的训练样本数和测试样本数. 需要说明的是, 对于嵌入维数独立估计模型, 首先应用其他方法确定出时间序列的延迟时间.

步骤 3 对于预处理后的混沌时间序列, 根据某组估定的参数值进行相空间重构.

步骤 4 将重构后的时间序列代入 RBF 预测模型中, 进行训练和预测仿真, 得到对应的评价指标值.

步骤 5 对于估计范围内的每一组参数值, 重复执行步骤 3, 4, 得到全部参数的评价指标值.

步骤 6 依据评价指标的极值点对应得到相关参数的预估计值, 并做记录.

步骤 7 根据参数的预估计值, 继续执行步骤 3, 4. 补全在该组参数值下时间序列预测的全部信息, 即评价指标数值和预测误差图像, 进行校验.

步骤 8 细致比较每一组参数估计值对应的评价指标数值和预测误差图像, 综合分析确定出该模型最优的参数估计值.

4 数值模拟

4.1 Lorenz 混沌吸引子

本文选取经典混沌 Lorenz 系统为例, 其表达式如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = -xz + rx - y, \\ \dot{z} = xy - bz, \end{cases} \quad \begin{cases} a = 16, \\ b = 4, \\ r = 45.92. \end{cases} \quad (7)$$

仿真分析过程中, 取初值为 $[-1, 0, 1]$, 步长设置为 0.01, 利用四阶 Runge-Kutta 法计算包含 11000 数据点的混沌时间序列. 为保证 RBF 神经网络模型的精度, 在仿真分析之前, 有必要用 (8) 式对样本

数据进行归一化预处理, 使其形成一个均值为 0, 方差为 1 的标准时间序列.

$$X(i) = \frac{x(i) - E_x}{\sigma_x}, \quad (8)$$

其中 $\{X(i)\}$ 为归一化后的标准时间序列, $\{x(i)\}$ 为原始时间序列, E_x 为原始时间序列的均值, σ_x 为原始时间序列的标准差.

4.2 单步预测模型估计

4.2.1 嵌入维数 m 的估计

为减少瞬态影响, 取 Lorenz 系统 X 坐标分量上后 3000 数据点构成混沌时间序列, 利用互信息量法求得其延迟时间 $\tau = 12.3000$ 个数据点在单步预测模型中, 取前 1500 点作为训练样本, 后 1500 点作为预测样本. 将嵌入维数 m 的值逐一从 1 增至 12, 利用 RBF 单步预测模型对不同 m 值的混沌时间序列进行循环重构、训练和迭代计算, 绘制出不同 m 值下的预测均方误差 PMSE 图和平均相对误差 ARE 图, 如图 2 和图 3 所示.

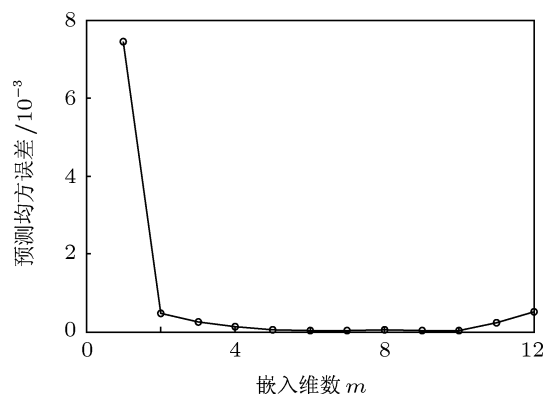


图 2 单步预测均方误差图

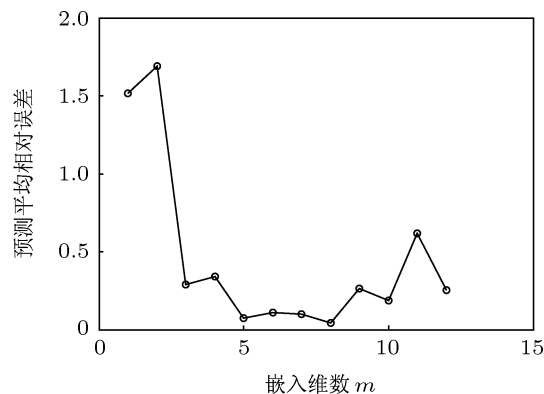


图 3 单步预测相对误差图

通过分析图 2 和图 3 可得: $m = 6$ 时的预测均方误差 PMSE 取得极小值; $m = 5$ 时的平均相对误差 ARE 取得极小值. 当 $m = 6$ 时, 预测均方误差 PMSE 的极小值为 2.2×10^{-5} , $m = 5$ 次之; 而当 $m = 5$ 时, 平均相对误差 ARE 的极小值为 7.2×10^{-2} , $m = 6$ 次之. 将两组参数估计值 $\tau = 12, m = 5$ 和 $\tau = 12, m = 6$ 分别代入 RBF 单步预测模型中, 绘制出对应的单步预测图和单步

预测绝对误差图进行校核, 得到图 4—7. 通过观察图 4—7 可知, 两组参数对应的预测效果都较为理想, 预测绝对误差均控制在 10^{-3} 数量级以内. 详细对比研究发现, $m = 6$ 的预测结果显示其最大预测误差为 6.4×10^{-3} , 平均预测误差限为 6.0×10^{-4} , 稍优于 $m = 5$ 时的最大预测误差 8.8×10^{-3} 和平均预测误差限 9.2×10^{-4} . 综上所述, 取 $m = 6$ 作为该混沌时间序列的最佳嵌入维数值, 而 $m = 5$ 也可作为一个供参考的估计值.

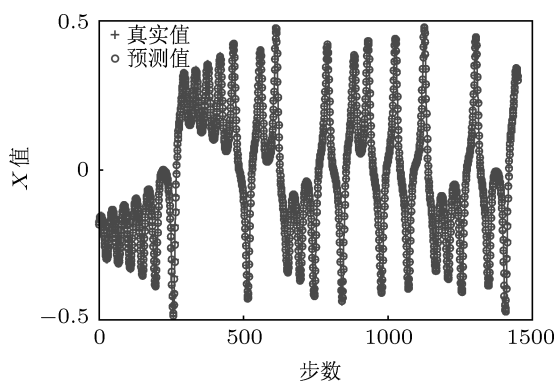


图 4 $m = 5$ 时的单步预测图

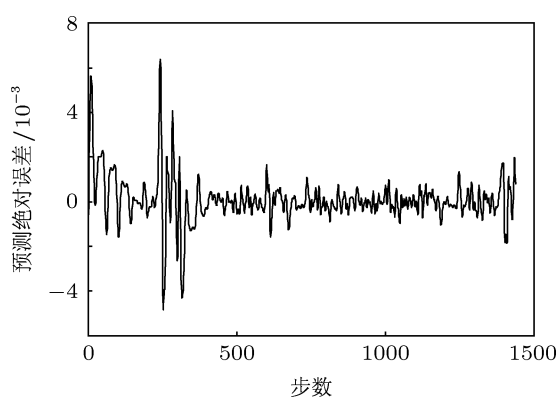


图 7 $m = 6$ 时的单步预测绝对误差图

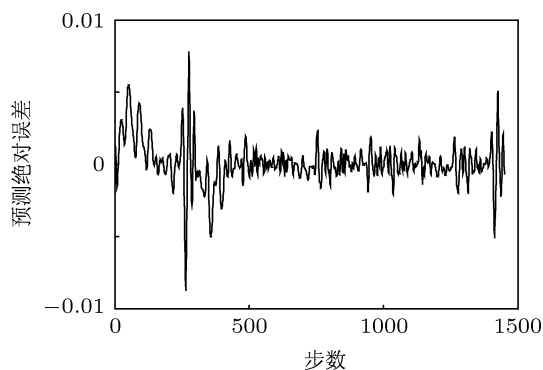


图 5 $m = 5$ 时的单步预测绝对误差图

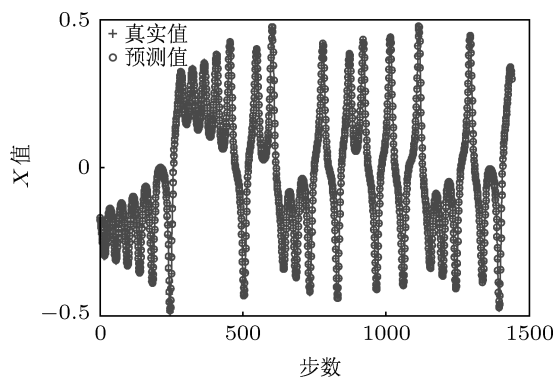


图 6 $m = 6$ 时的单步预测图

4.2.2 双参数联合估计

初步估计出延迟时间 τ 和嵌入维数 m 的大致范围, 依次改变 $\tau (1 \leq \tau \leq 30)$ 和 $m (1 \leq m \leq 20)$ 的取值, 将 Lorenz 混沌时间序列对应每一组参数值 (τ, m) 分别重构出相空间并进入 RBF 单步预测模型进行性能评判. 计算得到对应每一组参数 (τ, m) 下的平均相对误差二维数据组 $ARE(\tau, m)$. 取平均相对误差 ARE 中的 3 个极小值点 $(9.01 \times 10^{-5}, 1.11 \times 10^{-4}, 1.92 \times 10^{-4})$, 对应的三组参数依次是 $(\tau, m) = [(1, 15), (4, 9), (5, 12)]$. 同 4.2.1 嵌入维数估计结果对比可知, 双参数联合估计得到的平均相对误差极小值 (9.01×10^{-5}) 比嵌入维数估计的平均相对误差极小值 (7.2×10^{-2}) 提高了三个数量级, 估计精度大幅提高, 预测效果得到显著提升.

将这三组参数值依次代入原预测模型中, 得到相应的单步预测图和单步预测绝对误差图, 如图 8—13 所示. 通过逐一观察图 9、图 11 和图 13, 可得到三组参数值 $[(1, 15), (4, 9), (5, 12)]$ 对应的最大预测误差分别为 $1.90 \times 10^{-4}, 3.20 \times 10^{-4}, 5.59 \times 10^{-4}$, 深入计算得到其相应的平均预测误差限依次是 $1.32 \times 10^{-5}, 3.22 \times 10^{-5}, 3.80 \times 10^{-5}$.

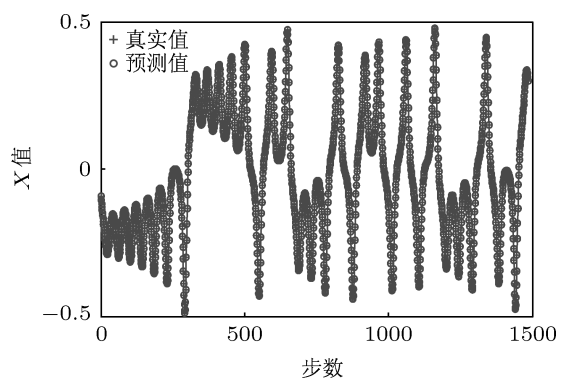


图8 $\tau = 1, m = 15$ 时的单步预测图

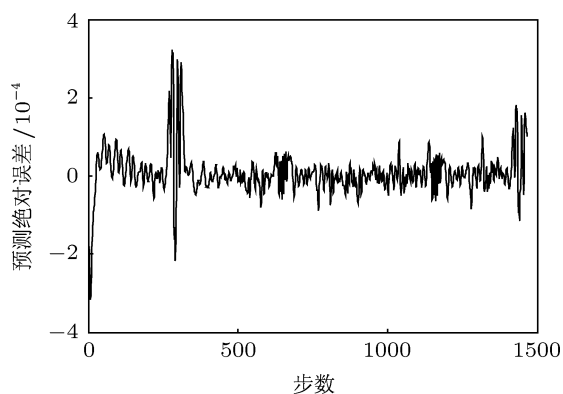


图11 $\tau = 4, m = 9$ 时的单步预测绝对误差图

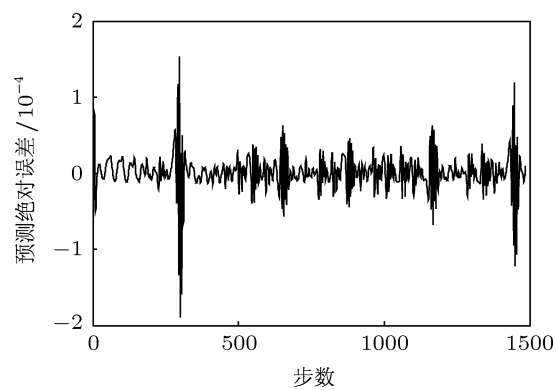


图9 $\tau = 1, m = 15$ 时的单步预测绝对误差图

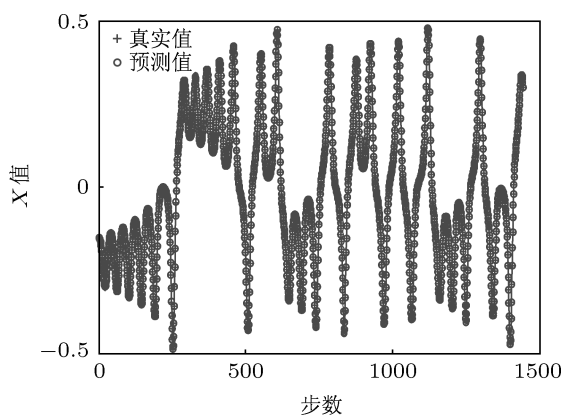


图12 $\tau = 5, m = 12$ 时的单步预测图

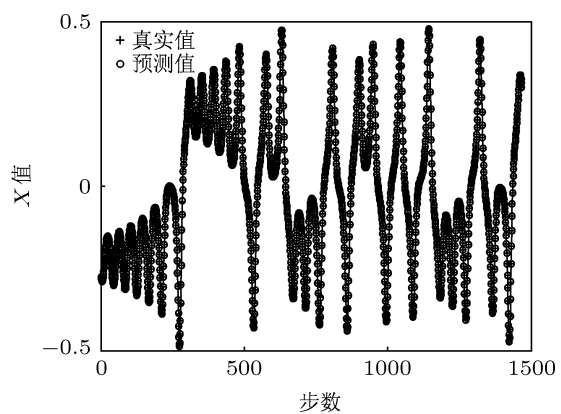


图10 $\tau = 4, m = 9$ 时的单步预测图

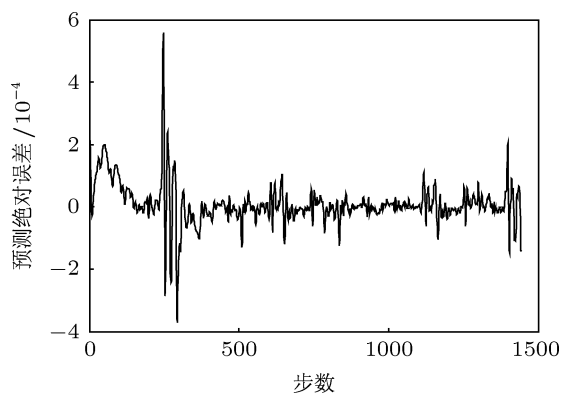


图13 $\tau = 5, m = 12$ 时的单步预测绝对误差图

表1 Lorenz 系统单步预测模型评价指标对比结果

估计方法	估计参数 (τ, m)	平均相对误差 ARE (%)	最大预测误差	平均预测误差限
独立估计	12, 5	0.0719	8.8×10^{-3}	9.2×10^{-4}
	12, 6	0.1121	6.4×10^{-3}	6.0×10^{-4}
联合估计	1, 15	9.01×10^{-5}	1.90×10^{-4}	1.32×10^{-5}
	4, 9	1.11×10^{-4}	3.20×10^{-4}	3.22×10^{-5}
	5, 12	1.92×10^{-4}	5.59×10^{-4}	3.80×10^{-5}

同 4.2.1 嵌入维数估计做对比, 得到的所有客观评价指标值记入表 1 进行对比分析. 由表 1 中的数据显示, 双参数联合估计得到的最大预测误差 (1.90×10^{-4}) 远好于嵌入维数估计的最大预测误差 (6.4×10^{-3}); 而双参数联合估计得到的平均预测误差限 (1.32×10^{-5}) 也远优于嵌入维数估计的平均预测误差限 (6.0×10^{-4}). 联合估计得到的三组参数值使 Lorenz 混沌时间序列达到非常好的预测精度, 故均可作为该时间序列相空间重构的最佳参数估计值.

4.3 多步预测模型估计

4.3.1 嵌入维数 m 的估计

在多步预测模型中, 依然选取 Lorenz 系统 X 坐标分量上后 3000 数据点构成原始混沌时间序列, 用前 2000 点作为训练样本, 后 1000 点作为预测样本. 同样利用互信息量法确定延迟时间 $\tau = 12$. 同 4.2.1 单步预测模型估计嵌入维数 m 值的步骤一样: 将嵌入维数 m 的值依次从 1 增加到 12, 利用 RBF 多步预测模型对不同 m 值的混沌时间序列进行循环重构、训练和仿真预测. 最后, 绘制出最大预测步数与嵌入维数 m 之间的关系图, 如图 14 所示. 需要说明的是, 最大预测步数的误差限设定为低于各预测数据同对应的原始数据之间的相对误差的 10%.

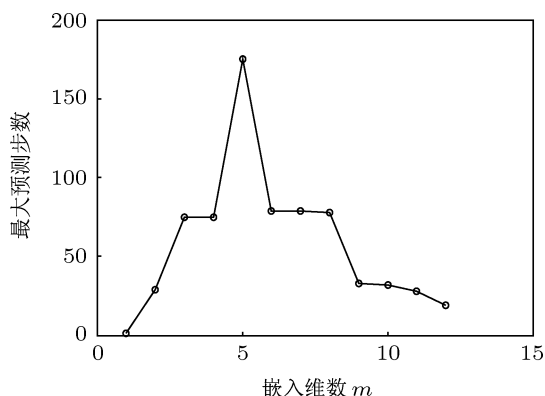


图 14 多步预测最大预测步数图

通过观察图 14 可知, 最大预测步数的极大值为 175, 所对应的 m 值为 5. 将 $\tau = 12, m = 5$ 代入 RBF 多步预测模型中, 绘制出多步预测图和多步预测绝对误差图, 如图 15 和图 16 所示. 通过观察图 15 和图 16 可得, 该组参数下的重构时间序列

在 RBF 多步预测模型中可以预测到 400 步左右, 预测结果比较理想. 故取 $m = 5$ 作为 Lorenz 混沌时间序列的最佳嵌入维数值.

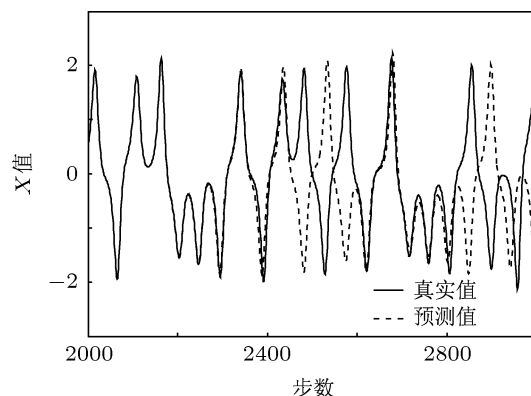


图 15 $m = 5$ 时的多步预测图

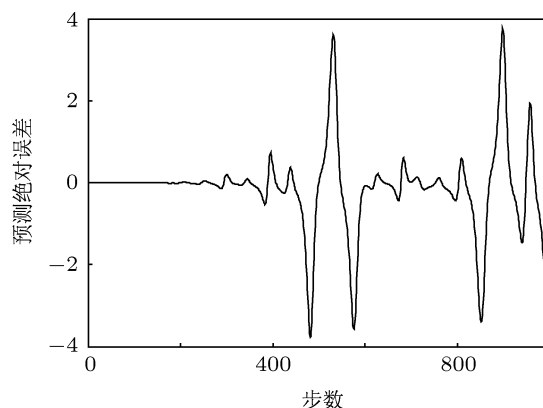


图 16 $m = 5$ 时的多步预测绝对误差图

4.3.2 双参数联合估计

对于双参数联合估计, 多步预测模型的方法思路与 4.2.2 单步预测模型相近, 即逐一进行迭代计算得出每一组参数 (τ, m) 下的最大预测步数二维数据组, 求得该评价指标的极大值为 360, 所对应的三组参数值依次是 $(\tau, m) = [(1, 17), (3, 6), (5, 5)]$. 同 4.3.1 嵌入维数估计结果对比可知, 在误差限设定一致的前提下, 双参数联合估计得到的最大预测步数的极大值 360 明显大于 4.3.1 嵌入维数估计的最大预测步数极大值 175, 使得估计精度成倍提高, 预测效果更为显著.

将这三组参数值逐一代入 RBF 多步预测模型中, 得到相应的多步预测图和多步预测绝对误差图, 如图 17—22. 依次观察图 17、图 19 和图 21, 发现这三组参数的重构时间序列在 RBF 多步预测模型中分别可以精确预测到 635, 635, 590 步, 远优

于 4.3.1 嵌入维数估计的 400 步可预测长度, 显著提高了该时间序列多步预测的性能.

为做整体分析, 将 4.3 多步预测模型估计方法中得到的所有评价指标值整理记录于表 2 中. 由表 2 数据对比可知, 联合估计得到的三组参数值使 Lorenz 混沌时间序列取得非常好的预测效果, 故均可作为该时间序列相空间重构的最佳参数估计值.

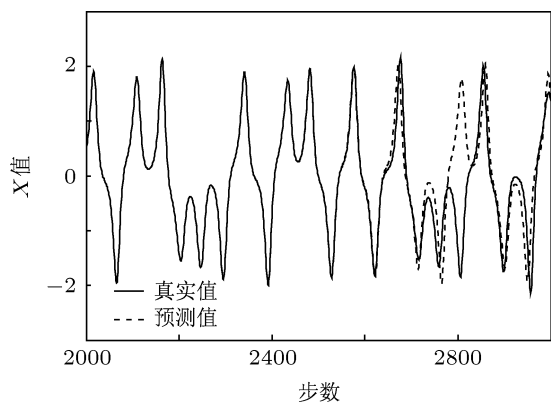


图 17 $\tau = 1, m = 17$ 时的多步预测图

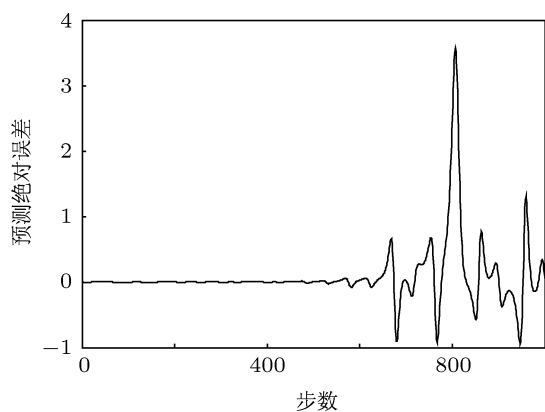


图 18 $\tau = 1, m = 17$ 时的多步预测绝对误差图

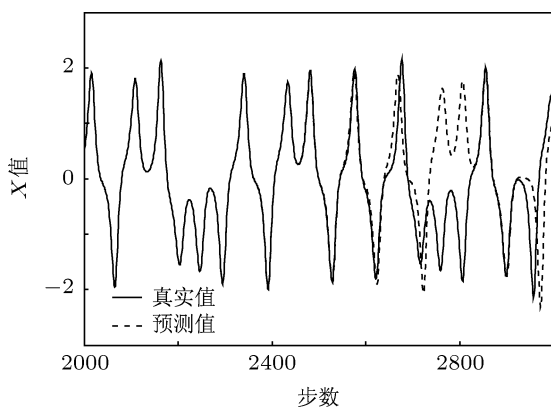


图 19 $\tau = 3, m = 6$ 时的多步预测图

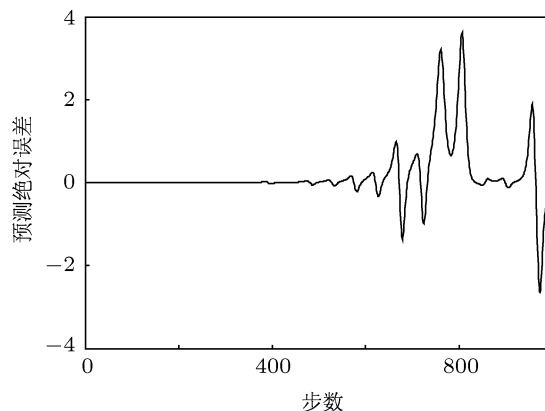


图 20 $\tau = 3, m = 6$ 时的多步预测绝对误差图

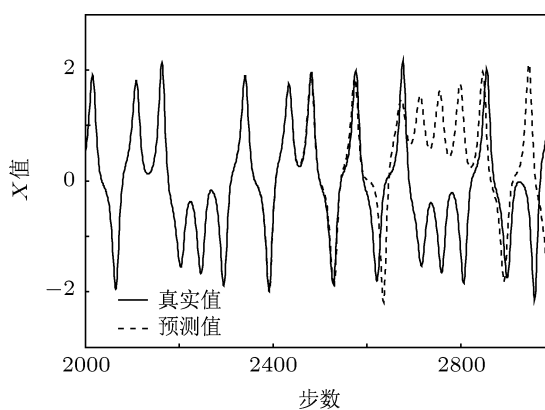


图 21 $\tau = 5, m = 5$ 时的多步预测图

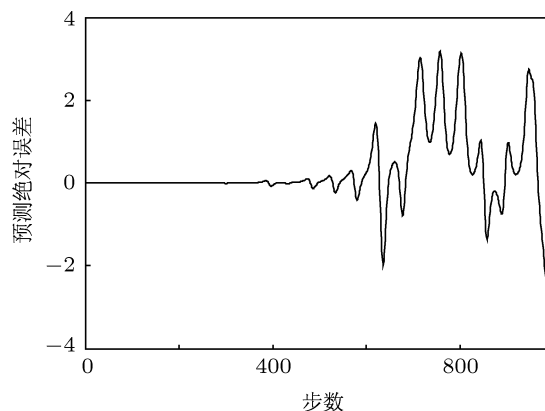


图 22 $\tau = 5, m = 5$ 时的多步预测绝对误差图

表 2 Lorenz 系统多步预测模型评价指标对比结果

估计方法	估计参数 (τ, m)	最大预测步数	可预测长度
独立估计	12, 5	175	400
	1, 17	360	635
联合估计	3, 6	360	635
	5, 5	360	590

4.4 结果分析与讨论

在 4.3.2 多步预测模型的双参数联合估计中, 我们将相空间重构对应的每一组参数 (τ, m) 下

的最大预测步数值整理记录于表 3 中进行分析 和讨论. 需要说明的是, 在表 3 中, 行数代表嵌入 维数 m 值 ($1 \leq m \leq 20$); 列数代表延迟时间 τ 值 ($1 \leq \tau \leq 30$).

表 3 多步预测模型双参数联合估计的所有参数值对应的最大预测步数值

步数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	23	34	76	79	79	309	176	176	176	176	309	309	359	358	359	360	360	359	358
2	1	22	33	77	79	360	359	309	358	359	359	360	176	176	176	175	79	79	79	79
3	1	22	31	79	176	360	358	176	358	176	175	175	79	79	79	176	79	79	169	79
4	1	22	33	76	359	358	360	176	176	174	79	175	79	79	79	176	79	79	78	72
5	1	22	34	40	360	176	176	175	79	175	79	79	176	79	131	76	79	30	30	31
6	1	22	34	34	360	176	175	79	175	79	176	174	78	79	31	31	28	25	32	34
7	1	22	42	79	176	175	79	175	79	176	174	79	29	28	26	26	34	34	20	18
8	1	23	78	79	176	79	176	79	79	78	78	28	27	25	33	34	20	18	10	6
9	1	23	78	77	174	175	79	79	133	79	30	25	29	34	30	19	11	6	6	5
10	1	24	79	79	175	174	79	136	79	78	26	34	29	20	7	9	6	6	3	1
11	1	26	79	79	176	79	79	77	77	28	22	30	19	9	8	7	2	1	0	0
12	1	29	75	75	175	79	79	78	33	32	28	19	6	4	6	2	1	1	1	1
13	1	32	7	76	176	79	78	34	28	23	8	8	6	5	2	1	1	1	1	1
14	1	23	3	77	79	130	79	79	8	8	6	4	3	2	1	2	2	2	1	1
15	1	22	14	78	79	79	79	25	9	7	6	5	2	2	1	2	3	6	0	3
16	1	21	7	71	148	77	34	32	19	8	4	4	1	2	1	2	5	1	2	1
17	1	21	14	74	74	78	34	31	18	4	4	3	1	1	2	2	2	1	4	4
18	1	21	13	75	75	34	32	20	9	4	3	1	2	1	1	1	3	3	3	3
19	1	3	13	45	77	78	9	6	5	4	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2
20	1	0	13	7	75	78	22	5	4	3	1	1	1	2	1	2	2	4	3	4
21	1	0	10	18	74	34	18	4	3	2	2	1	1	1	1	3	7	3	2	3
22	1	0	1	12	73	9	6	4	3	2	2	2	2	1	1	2	1	1	4	4
23	1	0	1	34	33	10	7	4	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3
24	1	0	4	33	33	24	12	4	2	2	2	4	5	3	4	4	4	4	4	4
25	1	1	12	29	34	32	6	4	2	3	2	2	2	5	2	5	4	5	4	4
26	1	1	14	17	79	19	4	3	3	2	2	3	2	5	4	4	3	3	3	5
27	1	2	25	68	34	18	4	2	2	2	2	3	7	6	6	4	5	2	6	1
28	1	3	20	72	35	8	4	3	3	2	3	4	5	5	5	5	5	5	4	4
29	1	4	20	72	22	7	5	3	4	4	2	3	5	5	5	5	5	3	3	3
30	1	5	2	72	24	6	4	4	4	4	5	4	7	4	3	4	9	0	6	5

通过分析表 3 可以得到:

1) 最大预测步数的极大值为 360, 几乎全部分布在小时间延迟的区域; τ 取 1 时, m 值可以从 12 取到 20; τ 取 2 时, m 值只能从 6 取到 12; 而当 τ 取到 3 时, m 的取值范围缩小至 6 到 9;

2) 对于大时间延迟的区域, 预测精度均明显降低, 高维数的预测结果很不理想, 不过当 m 值

取 4—6 的时候, 预测结果比其他参数要好, 这个结果也印证了前面独立估计中嵌入维数估计值的正确性 (τ 取 12, m 取 5);

3) 对于同一预测步长, m 值会随着 τ 值的增大而减小, 通过进一步的数值分析却发现 $m \cdot \tau$ 的值不是常数, 它会在一个小范围内波动, 例如最大预测步数的极大值为 360, 所对应的 $m \cdot \tau$ 值在 15—30

之间滑动;同时表 3 数据显示, τ 值的变化幅度明显比 m 值大,因而 m 和 τ 之间只是近似的反比关系.

通过对上述表格的细致分析我们知道,只有逐个考虑所有参数的取值情况,才能分析比较并获得最优的参数估计值.在混沌学领域中,重构相空间技术就是利用这两个关键参数(延迟时间 τ 和嵌入维数 m) 将给定的时间序列中蕴藏的信息充分地显露出来,以便恢复吸引子的特征,达到精确分析、预测的目的.随着技术的不断突破,许多学者已经发现,两参数的联合估计充分利用了两参数之间的相互关系,确定的参数值更符合实际数据的全局性和一般性,避免了独立选取参数的局域性和特殊性,使得重构出来的相空间更加贴近原始序列的几何特性.独立估计固然可以得到指定 τ 值下的最优 m 值,但得到的参数值往往是所谓的“局部极值”,要想得到“全局极值”,使预测精度进一步提升,则必须将 m 和 τ 联合起来分析考虑.这也正是双参数联合估计得到的结果优于独立估计的最重要的一点.

5 结论

本文提出一种新型的基于预测性能的双参数联合估计方法,即以 RBF 神经网络构建单步和多

步预测模型,利用模型优良的预测性能和客观的评价指标,对 Lorenz 混沌时间序列相空间重构的两个关键参数进行了估计.通过对上述四种不同条件下参数估计结果的分析,可得出如下结论.

1) 由最终的评价指标和预测图分析可得,双参数联合估计得到的预测效果明显优于嵌入维数 m 的独立估计.相空间重构的两个参数体现了重构吸引子较低的重复性和较强的相关性,双参数联合估计充分利用了参数间的相互关系,有效避免了独立选取参数的局域性和特殊性,证明了相空间重构技术中双参数联合估计方法要好于两参数的独立估计方法.

2) 上述双参数联合估计方法给出了基于客观评价指标极值的三组合理有效的参数估计值,提高了结果的客观性和置信度.这三组最优的参数估计值在原预测模型中进行校验,其预测精度和预测效果都有显著提升,证实该方法的可行性和高效性.

3) 双参数联合估计从全局角度出发,得出的整体预测结果一目了然.选取的最优估计值中既有短延迟高维数的,又有长延迟低维数的,这些都为相空间重构技术在实际工程的应用提供了丰富的理论依据.

- [1] Xu X, Zhang J, Small M 2008 *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **2008** 19601
- [2] Zhang J, Zhang K, Feng J F, Small M 2010 *Plos Comput. Biol.* **12** 1001033
- [3] Zhang J, Small M 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 238701
- [4] Bao B C, Liu Z, Xu J P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030510
- [5] Chen D Y, Zhao W L, Ma X Y, Zhang R F 2011 *Comput. Math. Appl.* **61** 3161
- [6] Li H, Yang Z, Zhang Y M, Wen B C 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 070512 (in Chinese) [李鹤, 杨周, 张义民, 闻邦椿 2011 物理学报 **60** 070512]
- [7] Chen D Y, Shen T, Ma X Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 050505 (in Chinese) [陈帝伊, 申滔, 马孝义 2011 物理学报 **60** 050505]
- [8] Zhang C T, Ma Q L, Peng H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7623 (in Chinese) [张春涛, 马千里, 彭宏 2010 物理学报 **59** 7623]
- [9] Lü J H, Lu J A, Chen S H 2002 *Analysis and Application of Chaos Time Series* (Hubei: Wuhan University Press) p57 (in Chinese) [吕金虎, 陆君安, 陈士华 2002 混沌时间序列分析及其应用 (湖北: 武汉大学出版社) 第 57 页]
- [10] Prokhorov M D, Ponomarenko V I, Karavaev A S, Bezruchko B P 2005 *Physica D: Nonlinear Phenomena* **203** 209
- [11] Jin F B, Zhang K W, Zhong J X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 076701
- [12] Wang J S, Yuan J, Li Q, Yuan R X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 050506
- [13] Kostelich E J 1997 *Sys. Control Lett.* **31** 313
- [14] Lei M, Wang Z Z, Feng Z J 2002 *Phys. Lett. A* **303** 179
- [15] Zhang S Q, Jia J, Gao M, Han X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1576 (in Chinese) [张淑清, 贾健, 高敏, 韩叙 2010 物理学报 **59** 1576]
- [16] Maus A, Sprött J C *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **16** 3294
- [17] Small M, Tse C K 2004 *Physica D: Nonlinear Phenomena* **194** 283
- [18] Xie W J, Zhou W X 2011 *Physica A* **390** 3592
- [19] Yang S Q, Jia C Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2452 (in Chinese) [杨绍清, 贾传炎 2002 物理学报 **51** 2452]
- [20] Yu D P, Zhao D Y 2009 *J. Dalian Univ. Technol.* **49** 540
- [21] You R Y, Chen Z, Xu S C, Wu B X 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2882 (in Chinese) [游荣义, 陈忠, 徐慎初, 吴伯僖 2004 物理学报 **53** 2882]
- [22] Chen Z, Zeng Y C, Fu Z J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 46 (in Chinese) [陈争, 曾以成, 付志坚 2008 物理学报 **57** 46]

- [23] Zhang C T, Ma Q L, Peng H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 7623 (in Chinese) [张春涛, 马千里, 彭宏 2011 物理学报 **60** 7623]
[24] John M, Chris D 1988 *Neural Networks* **1** 202

- [25] Takens F 1981 *Lecture Notes Maths* **898** 366
[26] Jiang W J, Zhang L M, Wang P 2008 *Appl. Math. Comput.* **205** 123

Parameter joint estimation of phase space reconstruction in chaotic time series based on radial basis function neural networks*

Chen Di-Yi Liu Ye Ma Xiao-Yi[†]

(*Department of Electrical Engineering, College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A & F University, Yangling 712100, China*)

(Received 2 August 2011; revised manuscript received 11 October 2011)

Abstract

In this paper, we propose a joint estimation method of two parameters for phase space reconstruction in chaotic time series, based on radial basis function (RBF) neural networks. And we obtain the best estimation values, according to some objective standards. Furthermore, The single-step and multi-step RBF prediction model is used to estimate the best embedding dimension and delay time, and Lorenz system is selected as an example. Finally, the estimation values are tested in the original model. The simulations show that we can obtain the best estimation values through the method, and the prediction accuracy is significantly improved.

Keywords: phase space reconstruction, radial basis function neural networks, parameter estimation, prediction

PACS: 05.45.Tp, 05.45.Gg, 02.50.FZ

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51109180) and Personnel Special Fund of North West A&F University, China (Grant No. RCZX-2009-01).

[†] E-mail: iee307@163.com