

一类海 - 气耦合振子模型行波解的渐近解法*

石兰芳¹⁾ 欧阳成²⁾ 莫嘉琪²⁾³⁾

1) (南京信息工程大学数理学院, 南京 210044)

2) (湖州师范学院理学院, 湖州 313000)

3) (安徽师范大学数学系, 芜湖 241003)

(2011年9月24日收到; 2011年11月2日收到修改稿)

热带海 - 气振子是一个复杂的自然现象. 本文是对一个海 - 气耦合振子模型, 利用一个待定系数和摄动理论相结合的新方法, 得到了相应模型的行波渐近解.

关键词: 非线性, 渐近解, 海 - 气振子

PACS: 02.30.Jr

1 引言

热带海 - 气振子是发生在大气和海洋中的复杂的自然现象. 海 - 气交互的复杂性和非线性性, 从理论上去解释其现象给我们带来了较大的难度. 早期的理论是采用耦合模型的原始状况来分析的 [1,2]. Philander 等 [3] 在赤道 β 平面上耦合浅水系统中首先作了稳定性分析. 在随后的研究中提出了附加的机理和扩展 [4-7]. Bjerknes [8] 提出了如何由冷转化为热的过程. Cane 等 [9] 指出这是由海水动力学延时的作用而引起的.

因为大气和海洋作用的模型是非线性的, 给我们的研究造成了困难. 目前研究海 - 气振子的局部的和整体的性态的非线性问题提出了不少的方法 [10-19]. 近来, 近似方法不断地在改进, 包括平均法, 边界层法和多重尺度法等 [20-23]. 利用渐近法, 莫嘉琪等 [24-28] 利用渐近方法也研究了一类非线性问题. 在本文中, 我们利用了一个简单而特殊的新方法来渐近地求解一类海 - 气振子模型.

2 一个海气耦合模型

将实际的海 - 气振子模型通过进一步的简化和假设, 简化为简单的振子模型. 在厄尔尼诺和南方涛动中, Wang 等 [10,11] 强调了西太平洋异常的作用. 特别地, 强调在西太平洋中初始赤道信风异常的 SST 变化. 这些信风异常影响到海洋状态的变化.

现考虑如下海 - 气耦合振子 [1,2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial x} (A + T - \mu h) + B(T - \mu h) \\ - CT + D(A + T - \mu h) \\ + \varepsilon f(T, h), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} = \varepsilon g(T, h), \quad (2)$$

其中 T 在赤道东太平洋的海表温度 (SST), h 温跃层深度; $T(0)$ 和 $h(0)$ 为 SST 和温跃层深度的初值; $\varepsilon f(T, h)$ 和 $\varepsilon g(T, h)$ 为小扰动项, 其中 $0 < \varepsilon \ll 1$; A, B, C, D 和 μ 为非线性参数, 它们的物理意义见文献 [1,2].

* 国家自然科学基金 (批准号: 41175058), 中国科学院战略性先导科技专项 - 应对气候变化的碳收支认证及相关问题项目 (批准号: XDA01020304), 浙江省自然科学基金 (批准号: Y6110502), 江苏省自然科学基金 (批准号: BK2011042) 和安徽高校省级自然科学基金项目 (批准号: KJ2011A135) 资助的课题.

† E-mail: shilf108@163.com

首先引入行波变换

$$\xi = x + ct, \quad (3)$$

其中 c 为待定常数. 将 (4) 式代入 (1), (2) 式, 有

$$cT_\xi = AT_\xi + TT_\xi - a\mu hT_\xi + (B - C + D)T - \mu Bh - \mu Dh + DA + \varepsilon f(T, h), \quad (4)$$

$$h_\xi - T_\xi = \varepsilon g(t, h). \quad (5)$$

3 典型模型

由 (3)—(5) 式, 首先研究典型模型的情形

$$cT_\xi = AT_\xi + TT_\xi - a\mu hT_\xi + (B - C + D)T - \mu Bh - \mu Dh + DA, \quad (6)$$

$$h_\xi - T_\xi = 0. \quad (7)$$

由 (7) 式,

$$h = T + K, \quad (8)$$

其中 K 一个任意常数. 将 (8) 式代入 (6) 式, 可得

$$(1 - \mu)T_\xi T + (-a\mu K) + A - c)T_\xi + ((B + D)(1 - \mu) - C)T - (B + D)\mu K + DA = 0. \quad (9)$$

设

$$T = l_0 + k_0\nu, \quad (10)$$

其中 l_0 和 k_0 为待定常数, 而 ν 为待定函数. 于是

$$T_\xi = k_0\nu_\xi, \quad (11)$$

$$TT_\xi = (l_0 + k_0\nu)k_0\nu_\xi. \quad (12)$$

由 (9) 式, 我们有

$$(1 - \mu)(k_0l_0 + k_0l_1\xi + k_0^2\nu)\nu_\xi + [(-\mu C_0 + aA - c)k_0]\nu_\xi + ((B + D)(1 - \mu) - C)l_1\xi + ((B + D)(1 - \mu) - C)k_0\nu - (B + D)\mu C_0 + DA = 0. \quad (13)$$

现设

$$\nu_\xi = 1 - \nu^{-1}, \quad (14)$$

由 (14) 式, 得

$$H(\nu, \xi) \equiv (\exp \nu)(\nu - 1) - C_1 \exp \xi = 0, \quad (15)$$

其中, C_1 为任意常数. 由于 $H_\nu \neq 0$, 于是存在一个函数 ν , 它是一个满足方程 (15) 的隐函数.

将满足方程 (15) 的隐函数 ν 代入 (13) 式, 得

$$\begin{aligned} & [(1 - \mu)l_0 - \mu K - A + c]k_0 + [(1 - \mu)k_0]k_0\nu \\ & - [(1 - \mu)l_0 - \mu K - A + c]k_0\nu^{-1} - [(1 - \mu)k_0]k_0 \\ & + ((B + D)(1 - \mu) - C)l_0 + ((B + D)(1 - \mu) \\ & - C)k_0\nu - (B + D)\mu C_0 + DA = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

令方程 (16) 中的 $\nu^i (i = -1, 0, 1)$ 系数为零

$$[(1 - \mu)l_0 - \mu K - A + c]k_0 = 0, \quad (17)$$

$$[(1 - \mu)k_0 + ((B + D)(1 - \mu) - C)]k_0 = 0, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & [(1 - \mu)l_0 - \mu K - A + c]k_0 - [(1 - \mu)k_0]k_0 \\ & + ((B + D)(1 - \mu) - C)l_0 \\ & - (B + D)\mu K + DA = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

于是得到方程 (17)—(19) 的解

$$l_0 = \frac{(B + D)K\mu + DA}{(B + D)(1 - \mu) - C} + \frac{(B + D)(1 - \mu) - C}{(1 - \mu)}, \quad (20)$$

$$k_0 = -\frac{(B + D)(1 - \mu) - C}{(1 - \mu)}, \quad (21)$$

$$c = -\frac{(B + D)K\mu + DA}{(B + D)(1 - \mu) - C} - (B + D)(1 - \mu) - C + (h(0) - T(0))\mu + A. \quad (22)$$

由 (20), (21) 式, 得到方程 (9) 的解为

$$T(\xi) = \frac{(B + D)K\mu + DA}{(B + D)(1 - \mu) - C} + \frac{(B + D)(1 - \mu) - C}{(1 - \mu)} - \frac{(B + D)(1 - \mu) - C}{(1 - \mu)}\nu(\xi), \quad (23)$$

其中 $\nu(\xi)$ 为满足方程 (13) 的一个隐函数.

于是, 由 (3), (22) 和 (23) 式, 我们得到典型的耦合模型 (4), (5) 的一个精确的行波解

$$\bar{T}(x, t) = l_0 - \frac{(B + D)(1 - \mu) - C}{(1 - \mu)}\nu(x + ct), \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}(x, t) &= K + l_0 \\ &- \frac{(B + D)(1 - \mu) - C}{(1 - \mu)}\nu(x + ct), \end{aligned} \quad (25)$$

其中 l_0 和 c 分别由 (20) 和 (22) 式表示.

4 扰动海 - 气振子模型的渐近解

注意到扰动项 $\varepsilon f(T, h)$ 和 $\varepsilon g(T, h)$, 一般地, 模型 (1), (2) 不具有初等函数的精确解. 所以我们需求解其渐近解.

为了得到模型 (1), (2) 的一个渐近行波解, 我们设

$$T = \sum_{i=0}^{\infty} T_i(\xi)\varepsilon^i, \quad h = \sum_{i=0}^{\infty} h_i(\xi)\varepsilon^i. \quad (26)$$

将 (26) 式代入 (4), (5) 式, 按 ε 展开非线性项, 并使等式两边 ε 的同次幂的系数相等. 对于 $\varepsilon^i (i = 0, 1, 2, \dots)$, 我们有

$$\begin{aligned} c(T_0)_\xi &= A(T_0)_\xi + T_0(T_0)_\xi - \mu h_0(T_0)_\xi \\ &\quad + (B - C + D)T_0 \\ &\quad - \mu B h_0 - \mu D h_0 + DA, \end{aligned} \quad (27)$$

$$(h_0)_\xi - (T_0)_\xi = 0. \quad (28)$$

$$\begin{aligned} c(T_i)_\xi &= aA(T_i)_\xi + aT_i(T_0)_\xi + aT_0(T_i)_\xi \\ &\quad - a\mu h_i(T_0)_\xi - a\mu h_0(T_i)_\xi \\ &\quad + (B - C + D)T_i - \mu B h_i \\ &\quad - \mu D h_i + DA + F_i, \end{aligned} \quad (29)$$

$$i = 1, 2, \dots, \quad (29)$$

$$(h_i)_\xi - (T_i)_\xi = G_i, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} F_i(\xi) &= \frac{1}{(i-1)!} \left[\frac{\partial^{i-1}}{\partial \varepsilon^{i-1}} \left(a \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \sum_{j=0}^{\infty} T_j(\xi)\varepsilon^j \right) \right. \right. \\ &\quad \times \sum_{j=0}^{\infty} T_j(\xi)\varepsilon^j + f \left(\sum_{j=0}^{\infty} T_j(\xi)\varepsilon^j, \right. \\ &\quad \left. \left. \times \sum_{j=0}^{\infty} h_j(\xi)\varepsilon^j \right) \right]_{\varepsilon=0}, \quad i = 1, 2, \dots, \\ h_i(\xi) &= \frac{1}{(i-1)!} \left[\frac{\partial^{i-1}}{\partial \varepsilon^{i-1}} g \left(\sum_{j=0}^{\infty} T_j(\xi)\varepsilon^j, \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \sum_{j=0}^{\infty} h_j(\xi)\varepsilon^j \right) \right]_{\varepsilon=0}, \quad i = 1, 2, \dots. \end{aligned}$$

由 (27), (28) 式, 我们得到解

$$T_0(x, t) = \bar{T}(x, t), h_0(x, t) = h_0(x, t),$$

即

$$T_0(x, t) = l_0 - \frac{(B+D)(1-\mu) - C}{(1-\mu)} \nu(x+ct), \quad (31)$$

$$\begin{aligned} h_0(x, t) &= (h(0) - T(0)) + l_0 \\ &\quad - \frac{(B+D)(1-\mu) - C}{(1-\mu)} \nu(x+ct). \end{aligned} \quad (32)$$

同时由线性系统 (29), (30) 并用摄动理论和不动点原理^[29,30], 能够得到行波渐近解

$$\begin{aligned} T_i(x, t) &= \int_0^{x+ct} \frac{\mu(T_0(\eta))_\eta - (\mu B + \mu D)\eta + DA + T_0^3(\eta)}{c - A - T_0(\eta) + \mu h_0(\eta)} \\ &\quad \times \exp \left(\int_\eta^{x+ct} \frac{(1-\mu)(T_0(\eta_1))_{\eta_1} + (1-\mu)(B+D) - C}{c - A - T_0(\eta_1) + \mu h_0(\eta_1)} d\eta_1 \right) d\eta, \quad i = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} h_i(x, t) &= \left[\int_0^{x+ct} G_i(\eta) d\eta + \int_0^{x+ct} \frac{\mu(T_0(\eta))_\eta - (\mu B + \mu D) \int_0^\eta G_j(\eta_1) d\eta_1 + DA + F_i(\eta)}{c - A - T_0(\eta) + \mu h_0(\eta)} \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left(\int_\eta^{x+ct} \frac{(1-\mu)(T_0(\eta_1))_{\eta_1} + (1-\mu)(B+D) - C}{c - A - T_0(\eta_1) + \mu h_0(\eta_1)} d\eta_1 \right) d\eta \right], \quad i = 1, 2, \dots. \end{aligned} \quad (34)$$

于是, 由 (26), (31)—(34) 式, 我们可得到海 - 气振子小扰动模型 (1), (2) 第 m 次行波渐近解

$$\begin{aligned} T(x, t) &= l_0 - \frac{(B+D)(1-\mu) - C}{(1-\mu)} \nu(x-ct) \\ &\quad + \sum_{i=1}^m \left[\int_0^{x+ct} \frac{\mu(T_0(\eta))_\eta - (\mu B + \mu D) \int_0^\eta G_j(\eta_1) d\eta_1 + DA + F_i(\eta)}{c - A - T_0(\eta) + \mu h_0(\eta)} \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left(\int_\eta^{x+ct} \frac{(1-\mu)(T_0(\eta_1))_{\eta_1} + (1-\mu)(B+D) - C}{c - A - T_0(\eta_1) + \mu h_0(\eta_1)} d\eta_1 \right) d\eta \right] \varepsilon^i + O(\varepsilon^{m+1}), \\ &\quad 0 < \varepsilon \ll 1, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned}
 h(x, t) = & K + l_0 - \frac{(B + D)(1 - \mu) - C}{(1 - \mu)} \nu(x - ct) \\
 & + \sum_{i=1}^m \left[\int_0^{x+ct} G_i(\eta) d\eta + \int_0^{x+ct} \frac{\mu(T_0(\eta))_{\eta} - (\mu B + \mu D) \int_0^{\eta} G_j(\eta_1) d\eta_1 + DA + F_i(\eta)}{c - A - T_0(\eta) + \mu h_0(\eta)} \right. \\
 & \times \exp \left(\int_{\eta}^{x+ct} \frac{(1 - \mu)(T_0(\eta_1))_{\eta_1} + (1 - \mu)(B + D) - C}{c - A - T_0(\eta_1) + \mu h_0(\eta_1)} d\eta_1 \right) d\eta \Big] \varepsilon^m + O(\varepsilon^{m+1}), \\
 & 0 < \varepsilon \ll 1.
 \end{aligned} \tag{36}$$

5 举例

作为一个简单的例子, 我们只选择无量纲参数 $A = B = 0, C = 1.5, D = 1, T(0) = 1, h(0) = 4$ 和 $\mu = 0.5$, 小扰动项分别为 $\varepsilon f(T, h) = \varepsilon T^3$ 和 $\varepsilon g(T, h) = \varepsilon$. 于是海-气耦合振子小扰动模型 (1), (2) 为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial x} (T - 0.5h) - T - 0.5h + \varepsilon T^3, \tag{37}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} = \varepsilon, \tag{38}$$

由 (20)—(22), (24), (25) 式, 有

$$\begin{aligned}
 l_0 = & -3.5, \quad k_0 = 2, \quad c = 1, \\
 \bar{T}(x, t) = & -3.5 + 2\nu(x + t), \\
 \bar{h}(x, t) = & -0.5 + 2\nu(x + t).
 \end{aligned}$$

并由 (31)—(34) 式, 得

$$T_0(x, t) = -3.5 + 2\nu(x + t), \quad h_0(x, t) = -0.5 + 2\nu(x + t), \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
 T_1(x, t) = & \int_0^{x+t} \frac{0.5(1 - \nu^{-1}(\eta)) - 0.5\eta + (-3.5 + 3\nu(\eta))^3}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta))} \\
 & \times \exp \left(\int_{\eta}^{x+t} \frac{0.5(T_0(\eta_1))_{\eta_1} - 1.5}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta_1)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta_1))} d\eta_1 \right) d\eta,
 \end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned}
 h_1(x, t) = & (x + t) + \int_0^{x+t} \frac{0.5(1 - \nu^{-1}(\eta)) - 0.5\eta + (-3.5 + 3\nu(\eta))^3}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta))} \\
 & \times \exp \left(\int_{\eta}^{x+t} \frac{0.5(T_0(\eta_1))_{\eta_1} - 1.5}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta_1)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta_1))} d\eta_1 \right) d\eta.
 \end{aligned} \tag{41}$$

因此, 由 (35), (36) 和 (39)—(41) 式, 我们便得海-气振子小扰动模型 (37), (38) 的一次渐近行波解

$$\begin{aligned}
 T(x, t) = & -3.5 + 2\nu(x + t) + \left[\int_0^{x+t} \frac{0.5(1 - \nu^{-1}(\eta)) - 0.5\eta + (-3.5 + 3\nu(\eta))^3}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta))} \right. \\
 & \times \exp \left(\int_{\eta}^{x+t} \frac{0.5(T_0(\eta_1))_{\eta_1} - 1.5}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta_1)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta_1))} d\eta_1 \right) d\eta \Big] \varepsilon + O(\varepsilon^2), \quad 0 < \varepsilon \ll 1,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h(x, t) = & -0.5 + 2\nu(x + t) + \left[(x + t) + \int_0^{x+t} \frac{0.5(1 - \nu^{-1}(\eta)) - 0.5\eta + (-3.5 + 3\nu(\eta))^3}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta))} \right. \\
 & \times \exp \left(\int_{\eta}^{x+t} \frac{0.5(T_0(\eta_1))_{\eta_1} - 1.5}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta_1)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta_1))} d\eta_1 \right) d\eta \Big] \varepsilon + O(\varepsilon^2), \quad 0 < \varepsilon \ll 1,
 \end{aligned}$$

其中 $\nu(\xi)$ 为方程 (14) 的一个隐函数. 令 $s = x + t$, 则上述解的表示式为

$$T_{\text{asy}}(s) = -3.5 + 2\nu s + \left[\int_0^s \frac{0.5(1 - \nu^{-1}(\eta)) - 0.5\eta + (-3.5 + 3\nu(\eta))^3}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta))} \right.$$

$$\times \exp \left(\int_{\eta}^s \frac{0.5(T_0(\eta_1))_{\eta_1} - 1.5}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta_1))} d\eta_1 \right) d\eta \Big] \varepsilon + O(\varepsilon^2), \quad 0 < \varepsilon \ll 1, \quad (42)$$

$$h_{\text{asy}}(s) = -0.5 + 2\nu s + \left[s + \int_0^s \frac{0.5(1 - \nu^{-1}(\eta)) - 0.5\eta + (-3.5 + 3\nu(\eta))^3}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta))} \right. \\ \left. \times \exp \left(\int_{\eta}^s \frac{0.5(T_0(\eta_1))_{\eta_1} - 1.5}{1 + (-3.5 + 3\nu(\eta)) + 0.5(-0.5 + 3\nu(\eta_1))} d\eta_1 \right) d\eta \right] \varepsilon + O(\varepsilon^2), \quad 0 < \varepsilon \ll 1. \quad (43)$$

现将上面由 (42), (43) 式得到的渐近解 T_{asy} , h_{asy} 与模型 (37), (38) 的模拟精确解 T_{exa} , h_{exa} 在相

同的初始条件 $T(0) = h(0) = 0$ 下作模拟曲线图和数值表进行比较. 具体情况如图1, 图2和表1所示.

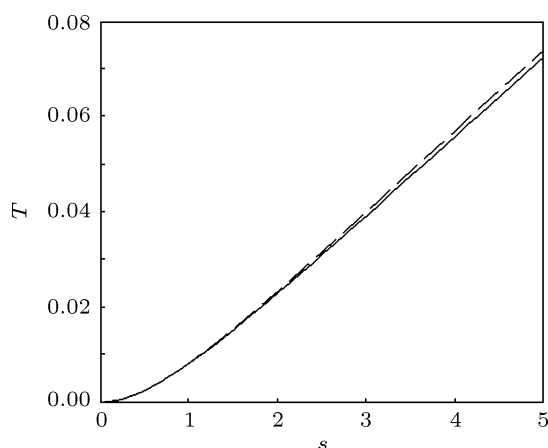


图1 模拟精确解 T_{exa} 与渐近解 T_{asy} 的曲线比较

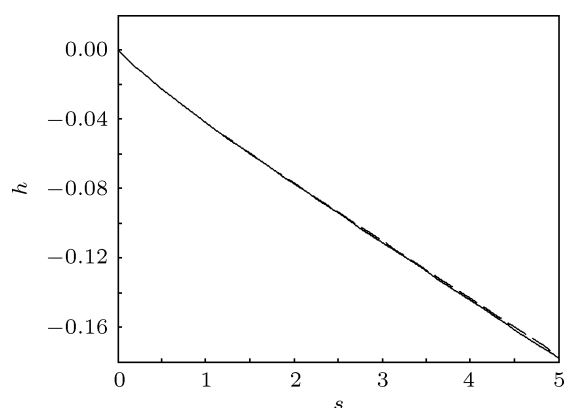


图2 模拟精确解 h_{exa} 与渐近解 h_{asy} 的曲线比较

表1 模拟精确解 T_{exa} , h_{exa} 与渐近解 T_{asy} , h_{asy} 的数值比较

s	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
T_{exa}	0.000	0.002	0.005	0.012	0.028	0.034	0.047	0.053	0.061	0.070	0.074
T_{asy}	0.000	0.002	0.005	0.012	0.027	0.033	0.046	0.052	0.060	0.069	0.072
h_{exa}	0.000	-0.018	-0.033	-0.052	-0.069	-0.086	-0.103	-0.123	-0.144	-0.164	-0.176
h_{asy}	0.000	-0.018	-0.033	-0.052	-0.070	-0.087	-0.103	-0.124	-0.145	-0.166	-0.078

由上述的模拟曲线图形和数值表的比较结果可以看出, 本文提出的方法所求的模型渐近解具有较好的精度.

6 讨论和结论

海 - 气振子是一个复杂的自然现象. 因此我们需要简化它为基础模型. 并用近似方法去求解它.

在本文中, 提出了一个特殊而简单有效的新的渐近方法.

从本文的例子可以看出, 本文提出的渐近方法能有效地分析海 - 气振子赤道东太平洋的 SST 异常和温跃层深度的有关物理现象.

由上面的结论, 我们能够预测海 - 气振子模型 (1), (2) 的相关气候的异常变化. 关于这方面进一步的结果, 本文不再详述.

- [1] McWilliams J C, Gent P R 1991 *J. Atmos. Sci.* **35** 962
- [2] Hu Yinqiao 2002 *Introduction to Atmospheric Thermodynamics* (in Chinese) (Beijing: Geosci. Press, China)
- [3] Philander S G H, Yamagata T, Pacanowski R C 1984 *J. Atmos. Sci.* **41** 604
- [4] Gill A E 1985 *Coupled Ocean-Atmosphere Models* **40** 303
- [5] Jin F F, Neelin J D 1993 *J. Atmos. Sci.* **50** 3523
- [6] Jin F F, Neelin J D, Ghil M 1994 *Science* **264** 70
- [7] Wang B, Wang Y 1996 *J. Climate.* **9** 1586
- [8] Bjerknes J 1966 *Tellus* **18** 820
- [9] Cane M A, Münnich M, Zebiak S E 1990 *J. Atmos. Sci.* **47** 1562
- [10] Wang B, Barcilon A, Fang Z 1999 *J. Atmos. Sci.* **56** 5
- [11] Wang C 2001 *Adv. Atmospheric Sci.* **18** 674
- [12] Lin W T, Mo J Q 2003 *Chinese Science Bulletin* **48** 5
- [13] Zhou X C, Lin Y H, Lin W T, Mo J Q 2009 *Acta Oceanologica Sin.* **28** 1
- [14] Zhou X C, Lin Y H, Lin W T, Mo J Q 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4603
- [15] Zhou X C, Lin W T, Lin Y H, Mo J Q 2010 *Acta. Phys. Sin.* **59** 2173 (in Chinese) [周先春, 林万涛, 林一骅, 莫嘉琪 2010 物理学报 **59** 2173]
- [16] Mo J Q, Lin W T, Lin Y H 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3624
- [17] Mo J Q, Lin W T, Lin Y H 2010 *Chin. Geographical Sci.* **20** 383
- [18] Mo J Q, Lin Y H, Lin W T 2010 *Acta. Phys. Sin.* **59** 6701 (in Chinese) [莫嘉琪, 林一骅, 林万涛 2010 物理学报 **59** 6701]
- [19] Xie F, Lin W T, Lin Y H, Mo J Q 2011 *Chin. Phys. B* **20** 010208
- [20] Barbu L, Morosanu G 2007 *Singularly Perturbed Boundary-Value Problems* (Basel: Birkhauserm Verlag AG.)
- [21] D'Aprile T, Pistoia A 2010 *J. Differ. Eqns.* **248** 556
- [22] Ei Shin-Ichiro, Matsuzawa H 2010 *Discrete Contin. Dyn. Syst* **26** 910
- [23] Suzuki R 2010 *Adv. Differ. Eqns.* **15** 283
- [24] Mo J Q 2009 *Science in China, Ser. G* **52** 1007
- [25] Mo J Q, Yao J S, Tang R R *Commun. Theor. Phys.* **54** 27
- [26] Mo J Q, Chen X F 2010 *Chin. Phys. B* **10** 100203
- [27] Xie F, Lin Y H, Lin W T, Mo J Q 2011 *Acta. Phys. Sin.* **60** 010201 (in Chinese) [谢峰, 林一骅, 林万涛, 莫嘉琪 2010 物理学报 **60** 010201]
- [28] Mo J Q, Chen X F 2010 *Chin. Phys. B* **19** 100203
- [29] de Jager E M, Jiang Furu 1966 *The Theory of Singular Perturbation*, (Amsterdam: North- Holland Publishing Co.)
- [30] Barbu L, Morosanu G 2007 *Singularly Perturbed Boundary-Value Problems* (Basel: Birkhauser Verlag AG)

The asymptotic solving method of traveling wave solution to a class of sea-air coupled oscillator model*

Shi Lan-Fang^{1)†} Ouyang Cheng²⁾ Mo Jia-Qi²⁾³⁾

1) (*College of Mathematics and Physics, Nanjing University of information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

2) (*Faculty of Science, Huzhou Teacher College, Huzhou 313000, China*)

3) (*Department of Mathematics, Anhui Normal University, Wuhu 241003, China*)

(Received 24 September 2011; revised manuscript received 17 October 2011)

Abstract

The tropical sea-air oscillator is a complicated natural phenomenon. In this paper, based on a sea-air oscillator model, by a new method of combining the undetermined coefficients with the perturbation theory the asymptotic traveling wave solution of the corresponding model is obtained.

Keywords: nonlinear, asymptotic solution, sea-air oscillator

PACS: 02.30.Jr

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41175058), the “Strategic Priority Research Program-Climate Change: Carbon Budget and Relevant Issues” of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDA01020304), the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. Y6110502), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province (Grant No. BK2011042), and the Natural Science Foundation from the Education Bureau of Anhui Province, China (Grant No. KJ2011A135).

† E-mail: shilf108@163.com