

# 频率变化的光场对双 J-C 模型中原子 - 原子纠缠的调控\*

崔丛丛 谢双媛<sup>†</sup> 羊亚平

(同济大学物理系, 上海 200092)

(2011 年 10 月 10 日收到; 2011 年 11 月 14 日收到修改稿)

本文研究了频率随时间变化的光场对双 J-C 模型中原子 - 原子纠缠的动力学调控, 主要讨论了光场频率随时间作正弦变化和脉冲变化两种典型情况下, 原子 - 原子纠缠度随时间的演化特性. 当光场频率随时间作正弦变化时, 原子 - 原子纠缠度演化的周期、振幅与光场频率调制的振幅有关, 并随着调制振幅的增强而减小. 光场频率的正弦调制和脉冲调制均能使光场与原子的相互作用模式在共振和非共振之间发生变化, 直接影响原子 - 原子纠缠度的演化规律. 通过光场频率的调制可以实现原子 - 原子纠缠度的提高与稳定, 避免 ESD 现象的出现, 从而达到动态调控原子 - 原子纠缠的目的.

**关键词:** Jaynes-Cummings 模型, 纠缠突然死亡, 共生纠缠度, 原子 - 原子纠缠

**PACS:** 42.50.Dv, 03.67.-a

## 1 引言

量子纠缠<sup>[1]</sup>是量子力学最显著的特征之一, 是量子物理和经典物理之间的根本区别. 量子纠缠在量子信息和量子计算中有十分重要的应用意义<sup>[2-5]</sup>, 也是实现量子隐形传态<sup>[6]</sup>、量子密钥分配<sup>[7]</sup>、量子编码及量子纠错等量子信息过程的重要基础. 在制备和保持纠缠的过程中难免要受到外界环境、各种噪音和耗散因素的影响而引起量子系统退相干问题<sup>[8,9]</sup>. 退相干和退纠缠一直是量子纠缠动力学<sup>[10]</sup>研究的热点<sup>[11,12]</sup>. 由于 Jaynes-Cummings(J-C)模型较易制备, 最近关于 J-C 模型中量子纠缠的研究引起了广泛的关注, 如 Eberly<sup>[13]</sup>对静态腔场中双 J-C 模型的纠缠进行了深入的研究, 发现初始处于纠缠态的两个二能级原子, 分别与各自光场相互作用, 原子间的纠缠在经过一段时间后会突然完全消失, 即所谓纠缠突然死亡现象 (entanglement sudden death, ESD), 之后原子间纠缠又会出现.

为了克服退相干问题, 可以通过动力学控制的手段来改变环境的影响, 从而抑制退相干. 量子纠缠的调控可以通过动态改变系统的相关条件来实现, 比如利用量子测量 zeno 效应可以抑制退相干<sup>[14]</sup>、利用随时间变化的磁场来调控退相干和纠缠的动力学性质、利用周期性变化的驱动场控制量子纠缠<sup>[15,16]</sup>等等. 对于 J-C 模型, 已有研究表明, 光场频率随时间变化的确会影响场与原子的相互作用以及原子的动力学性质<sup>[17-20]</sup>. 本文研究了光场频率调制对双 J-C 模型中原子 - 原子纠缠度的动力学演化规律的影响, 主要讨论两种典型的情况: 光场频率随时间以正弦形式和脉冲形式变化.

## 2 模型和运动方程

考虑包含两个二能级原子的双 J-C 模型 (如图 1 所示), 且这两个 J-C 模型相互独立, 即原子 A 只与腔 a 相互作用, 原子 B 只与腔 b 相互作用. 在旋

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11074188) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: xieshuangyuan@tongji.edu.cn

波近似下, 此双 J-C 模型系统的哈密顿量可表示为

$$\begin{aligned}
 H_{\text{tot}} = & \omega\sigma_z^A + \omega\sigma_z^B + g(a^+\sigma_-^A + a\sigma_+^A) \\
 & + g(b^+\sigma_-^B + b\sigma_+^B) \\
 & + v(t)a^+a + v(t)b^+b, \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中  $a^+(a)$ ,  $b^+(b)$  是光场的产生 (湮没) 算符; 原子的赝自旋算符  $\sigma_{\pm}^j$  和  $\sigma_z^j$  满足  $[\sigma_z^j, \sigma_{\pm}^j] = \pm\sigma_{\pm}^j$  和  $[\sigma_+^j, \sigma_-^j] = \sigma_z^j$  ( $j = A, B$ );  $\omega$  是原子的跃迁频率. 光场频率  $v(t)$  随时间变化, 可写为  $v(t) = v_0 + f(t)$ ,  $f(t)$  是随时间变化的函数;  $g$  是光场与原子的耦合系数, 也随时间变化, 则可写为  $g = g_0(1 + f(t)/v_0)$ ,  $g_0$  是场频率不随时间变化时的耦合常数, 且等于真空拉比振荡频率的一半 [21].

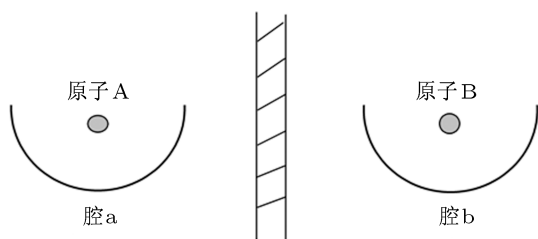


图 1 本文所考虑的双 J-C 模型, 腔 a 和腔 b 之间没有关联

由 (1) 式可以看出原子 A 和 B 之间或腔 a 和腔 b 之间都没有相互作用, 哈密顿量的本征态是各个 J-C 模型缀饰态的直积 [13]. 为简单起见, 假定初始时刻腔 a, b 均处于真空态  $|0_a\rangle \otimes |0_b\rangle$ , 原子 A, B 处于纠缠态. 在此假定下, 任何时候每个腔场中最多出现一个光子, 腔模就等效于一个二能级系统. 我们可以用共生纠缠度 (concurrency) 来度量原子或腔模之间的纠缠, 而且有六种不同的共生纠缠度, 即  $C^{AB}, C^{ab}, C^{Aa}, C^{Bb}, C^{Ab}, C^{Ba}$ . 我们主要研究原子-原子纠缠  $C^{AB}$ .

如果初始时刻原子处于 Bell 叠加态  $|\Psi^{\pm}\rangle$ , 则

$$|\Psi_{\text{atom}}\rangle = \cos\theta|\uparrow\downarrow\rangle + \sin\theta|\downarrow\uparrow\rangle, \quad (2a)$$

其中  $\uparrow$  表示原子处于激发态,  $\downarrow$  原子处于基态, 因此  $|\uparrow\downarrow\rangle(|\downarrow\uparrow\rangle)$  表示原子 A(B) 处于激发态、原子 B(A) 处于基态. 初始时刻光场处于真空态, 则整个系统的初态为

$$\begin{aligned}
 |\Phi_0\rangle = & (\cos\theta|\uparrow\downarrow\rangle + \sin\theta|\downarrow\uparrow\rangle) \otimes |00\rangle \\
 = & \cos\theta|\uparrow\downarrow 00\rangle + \sin\theta|\downarrow\uparrow 00\rangle. \quad (2b)
 \end{aligned}$$

如果初始时刻原子处于 Bell 叠加态  $|\Phi^{\pm}\rangle$ , 则

$$|\Phi_{\text{atom}}\rangle = \cos\theta|\uparrow\uparrow\rangle + \sin\theta|\downarrow\downarrow\rangle, \quad (3a)$$

系统初态为

$$\begin{aligned}
 |\Phi_0\rangle = & (\cos\theta|\uparrow\uparrow\rangle + \sin\theta|\downarrow\downarrow\rangle) \otimes |00\rangle \\
 = & \cos\theta|\uparrow\uparrow 00\rangle + \sin\theta|\downarrow\downarrow 00\rangle. \quad (3b)
 \end{aligned}$$

由于纠缠突然死亡现象 (ESD) 不发生在原子处于 Bell 叠加态  $|\Psi^{\pm}\rangle$  的情况 [13], 因此, 我们重点考虑初始原子处于 Bell 叠加态  $|\Phi^{\pm}\rangle$  的情况. 在此情况下, 任意时刻  $t$  系统的波函数可表示为

$$\begin{aligned}
 |\Phi(t)\rangle = & x_1|\uparrow\uparrow 00\rangle + x_2|\downarrow\downarrow 11\rangle + x_3|\uparrow\downarrow 01\rangle \\
 & + x_4|\downarrow\uparrow 10\rangle + x_5|\downarrow\downarrow 00\rangle. \quad (4)
 \end{aligned}$$

将哈密顿量 (1) 式和任意时刻系统波函数 (4) 式代入薛定谔方程, 可以得到  $x_i$  所满足的运动方程

$$\begin{aligned}
 i\frac{\partial x_1}{\partial t} &= \omega x_1 + g x_3 + g x_4 \\
 i\frac{\partial x_2}{\partial t} &= -\omega x_2 + g x_3 + g x_4 + 2v x_2 \\
 i\frac{\partial x_3}{\partial t} &= g x_2 + g x_1 + v x_3 \\
 i\frac{\partial x_4}{\partial t} &= g x_1 + g x_2 + v x_4 \\
 i\frac{\partial x_5}{\partial t} &= -\omega x_5. \quad (5)
 \end{aligned}$$

以下我们将采用 Wootters [22] 提出的共生纠缠度来讨论原子-原子纠缠的演化性质. 共生纠缠度定义为

$$\begin{aligned}
 C(\rho) = & \max\{0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} \\
 & - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}\}, \quad (6)
 \end{aligned}$$

其中  $\lambda_i$  是以下厄米矩阵:

$$\xi = \rho(\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y) \quad (7)$$

的本征值, 并满足降序排列 ( $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$ ).  $\rho^*$  是  $\rho$  在标准基中的复共轭矩阵,  $\delta_y$  是相同基中泡利矩阵, 表示为

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

共生纠缠度的取值范围为  $0 \leq C \leq 1$ ,  $C = 0$  表示零纠缠,  $C = 1$  意味着最大纠缠.

为了单独研究两个原子 AB 之间的纠缠信息, 必须在等权统计平均的基础上计入两个光场 ab 的所有状态对 AB 的现有状态的影响. 通

对系统的密度算符的光场部分进行求迹可得到约化密度算符  $\rho^{AB}$ , 即根据系统密度算符表达式和对腔场  $ab$  的状态  $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$  求迹可以得到原子  $AB$  的约化密度算符  $\rho^{AB}$ , 它是以  $|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle$  为基的  $4 \times 4$  矩阵

$$\rho^{AB} = \text{tr}_{ab}(\rho) = \begin{pmatrix} |x_1|^2 & 0 & 0 & x_1 x_5^* \\ 0 & |x_3|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |x_4|^2 & 0 \\ x_5 x_1^* & 0 & 0 & |x_2|^2 + |x_5|^2 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

可计算得到原子-原子纠缠度

$$C^{AB} = 2 \max(0, |x_1||x_5| - |x_3||x_4|). \quad (10)$$

### 3 原子-原子纠缠的时间演化特性

#### 3.1 场频率不随时间变化, 即标准双 J-C 模型

当场频率不变时, 即  $f(t) = 0$ , 且  $\Delta = \omega - \nu = 0$ , (1) 式表示标准双 J-C 模型的哈密顿量. 图 2(a) 给出了标准情况下原子-原子纠缠  $C^{AB}$  随时间的演化, 可以看出原子-原子纠缠  $C^{AB}$  具有周期性衰减和回复的特征 (如图 2(a) 所示),  $C^{AB}$  会出现周期性突然死亡 (ESD) 和复苏的现象, 并且在一段时间内保持无纠缠状态 (即 ESD 区域) 后纠缠才得以恢复. ESD 区域的时间长度依赖于初态纠缠度的大小 (与  $\theta$  有关). 初始纠缠越小, ESD 区域的时间长度就越长.

在讨论随时间动态变化的光场对原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的影响之前, 我们首先考虑原子和光场频率失谐的静态情况, 即  $f(t) = 0$ , 但  $\Delta = \omega - \nu \neq 0$ . 当失谐量  $\Delta = \omega - \nu$  的值很小时 (如图 2(b) 实线所示,  $\Delta = 2 g_0$ ), 原子-原子纠缠  $C^{AB}$  加强并且不再出现回落到零的状态, 即 ESD 现象或区域消失. 当失谐量  $\Delta$  增加, 例如  $\Delta = 10 g_0$  (如图 2(b) 虚线所示), 原子-原子纠缠  $C^{AB}$  能整体得到提高, 振荡周期和振幅明显减小,  $C^{AB}$  保持更好的稳定性. 这是因为较大失谐不利于原子向光场辐射光子, 原子保持相对稳定状态, 因此原子-原子纠缠  $C^{AB}$  基本保持稳定. 由此可知, 原子与光场之间的频率失谐有利于两原子之间的纠缠保持稳定. 接下来我们将在初始纠缠度 ( $\theta = \pi/4$ ) 情况下, 讨论如何

利用光场频率的动态变化来调控两原子之间的纠缠度.

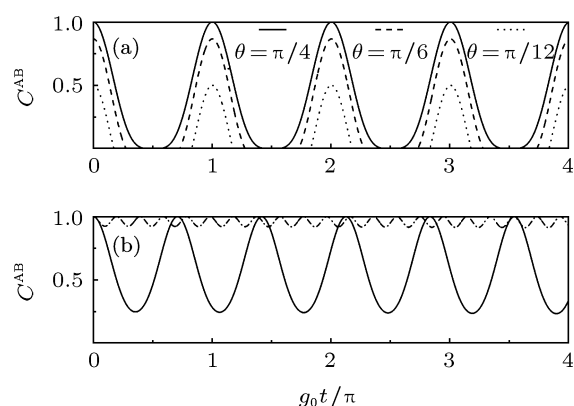


图 2 两个原子 A 和 B 之间原子-原子纠缠  $C^{AB}$  随时间的演化 (a) 标准情况 (失谐  $\Delta = 0$ ); (b) 实线  $\Delta = 2 g_0$ ; 虚线  $\Delta = 10 g_0$

#### 3.2 场频率随时间作正弦变化

若取  $f(t) = a \sin(\beta t)$ , 则光场频率随时间作正弦变化  $\nu(t) = \nu_0 + \alpha \sin(\beta t)$ ,  $\alpha$  为正弦变化的幅度,  $\beta$  为正弦变化的角频率, 且  $\alpha, \beta$  都很小,  $\alpha \ll \omega$  (和  $\nu_0$ ). 通过数值计算方法求解方程组 (5) 并由 (10) 式可得到原子-原子纠缠  $C^{AB}$  随时间的演化特性. 图 3 给出了不同参数时  $C^{AB}$  的演化情况.

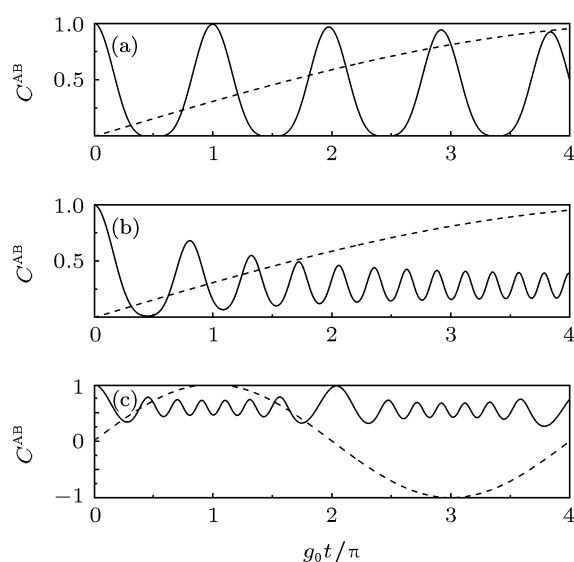


图 3 两原子间纠缠演化, 场频率调制参数分别为 (a)  $\alpha = g_0, \beta = 0.1 g_0$ ; (b)  $\alpha = 10 g_0, \beta = 0.1 g_0$ ; (c)  $\alpha = 10 g_0, \beta = 0.5 g_0$ . 点线是光场频率的调制

当光场频率变化的振幅  $\alpha$  和角频率  $\beta$  都很小时 ( $\alpha = g_0, \beta = 0.1 g_0$ ), 缓慢变化的光场频率调制对  $C^{AB}$  的演化过程影响很弱,  $C^{AB}$  演化周期以及出现  $C^{AB}$  突然死亡 (ESD) 的时刻和区域基本不变 (如图 3(a) 所示, 比较图 2(a) 和 3(a)). 当振幅  $\alpha$  增大时 ( $\alpha = 10 g_0, \beta = 0.1 g_0$ ), 较强的光场频率调制对  $C^{AB}$  的影响将增强 (如图 3(b) 所示), 与光场频率不变的情形 (图 2(a)) 相比较, 发现随着光场原子之间失谐量  $\Delta = \omega - \nu$  逐渐增大,  $C^{AB}$  衰减-回复过程的周期缓慢变小,  $C^{AB}$  呈振幅逐渐减小的快速振荡, 并逐渐趋于稳定. 除第一个 ESD 现象区域外, 在时刻  $t = \pi/g_0$  后不再出现  $C^{AB}$  突然死亡 (ESD) 的现象, ESD 现象消失. 从图 2 可以看出, 标准双 J-C 模型中原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的演化周期为  $2\pi/(g_0(1 + f(t)/\nu_0))^{[11]}$ , 当光场频率调制时,  $|f(t)| > 0$ , 因此原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的演化周期随着光场频率调制振幅的增强而减小.

当光场频率调制的角频率  $\beta$  增大时 ( $\alpha = 10 g_0, \beta = 0.5 g_0$ , 如图 3(c) 所示), 原子-原子纠缠  $C^{AB}$  做不同振幅的准周期振荡, 准周期振荡的周期为光场频率调制周期的一半. 在光场频率调制过程中, 我们发现在失谐量  $\Delta = \omega - \nu = 0$  (如  $t = 0$ ,

$2\pi/g_0, 4\pi/g_0$ ) 附近  $C^{AB}$  的振幅最大; 在两个失谐量  $\Delta = \omega - \nu = 0$  之间,  $C^{AB}$  的振幅较小; 当失谐量  $\Delta = \omega - \nu$  最大时 (如  $t = \pi/g_0, 3\pi/g_0$ ),  $C^{AB}$  的振幅最小. 这与标准双 J-C 模型时, 非共振情形的振幅小于共振情形的振幅是一致的. 原子-原子纠缠  $C^{AB}$  整体得到提高, 不再出现  $C^{AB}$  突然死亡 (ESD) 的现象.

由以上分析可以看出, 光场频率的连续调制 (正弦调制) 使光场与原子的相互作用模式在共振和非共振之间变化, 同时某时刻的光场频率调制会对此后的原子-原子纠缠  $C^{AB}$  产生影响. 光场频率的调制方式 (振幅和频率) 直接影响原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的演化规律. 光场频率的连续调制 (正弦调制) 能对原子-原子纠缠  $C^{AB}$  进行动态调控, 通过光场调制能使原子-原子纠缠  $C^{AB}$  提高并趋于稳定, 甚至避免 ESD 现象的出现, 有利于原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的保持.

### 3.3 场频率随时间作脉冲调制

光场频率随时间以脉冲形式变化时, 频率调制时间函数  $f(t)$  具有如下脉冲形式:

$$f(t) = \begin{cases} \alpha, & (t \in [nT + t_0, nT + \tau + t_0], n = 0, 1, 2, \dots), \\ 0, & (\text{其他}), \end{cases}$$

其中,  $T, \tau, \alpha$  和  $t_0$  分别是光场频率脉冲调制的周期、脉冲宽度、脉冲强度和第一个脉冲出现的时刻. 同样我们假定脉冲强度很小  $\alpha \ll \omega(\nu_0)$ , 且  $\alpha = 10 g_0$ . 由于光场频率的脉冲调制作用, 在没有脉冲调制的区域内, 原子与光场的相互作用仍为共振相互作用, 而在脉冲出现区域内, 原子与光场的相互作用将转变为非共振即失谐情况下的相互作用, 因此光场频率的脉冲调制将对原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的演化产生影响. 下面, 我们将讨论光场频率不同脉冲调制对原子-原子纠缠  $C^{AB}$  时间演化特性的影响.

首先考虑只有一个脉冲的光场频率调制 (如图 4 所示), 这个脉冲的强度和宽度都相同, 但脉冲出现的初始时刻不同, 即主要研究脉冲初始时刻对纠缠演化的影响. 当脉冲出现在静态标准情况下纠缠  $C^{AB}$  非零衰减区域时 (如图 4(a), (b) 所示), 脉冲的出现使原子-原子纠缠  $C^{AB}$  由衰减转变为增加.

当脉冲出现在  $gt_0 = \pi/8$  时 (如图 4(a)), 出现 ESD 现象的区域依次推迟, 但脉冲之后纠缠  $C^{AB}$  的强度基本不变. 当脉冲出现在  $gt_0 = \pi/4$  时 (如图 4(b)), ESD 现象消失, 且脉冲之后纠缠  $C^{AB}$  的强度较无调控时明显减弱. 当脉冲出现在静态标准情况下 ESD 现象区域时 (图 4(c)), 脉冲的出现导致 ESD 区域变长. 当脉冲出现在静态标准情况下纠缠  $C^{AB}$  非零回复区域时 (如图 4(d)), 脉冲的出现使纠缠  $C^{AB}$  的演化由增加转变为衰减, 脉冲之后纠缠  $C^{AB}$  的强度也较无调控时明显减弱. 由此看出, 光场频率的脉冲调制可改变原子与光场的相互作用规律, 而且与脉冲出现的时刻有关.

如果考虑光场频率调制为一个持续时间较长的脉冲调制, 如在图 4(a) 的基础上加宽脉冲 (如图 5 所示, 对比图 5 和图 4(a)), 发现在脉冲区域内, 原子-原子纠缠  $C^{AB}$  为典型的小振幅、小周期的周期性振荡, 类似于非共振情况 (如图 2(c) 所示). 出

现 ESD 现象的区域依次推迟更为明显, 但脉冲之后纠缠  $C^{AB}$  的强度基本不变 (对比图 5 和图 4(a)). 由于在脉冲区域内  $\Delta = \omega - \nu \neq 0$ , 为非共振情况, 在没有脉冲的区域内  $\Delta = \omega - \nu = 0$ , 为共振情况, 因此, 在脉冲区域内原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的演化类似于非共振情况, 在无脉冲区域, 原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的演化仍为共振情况.

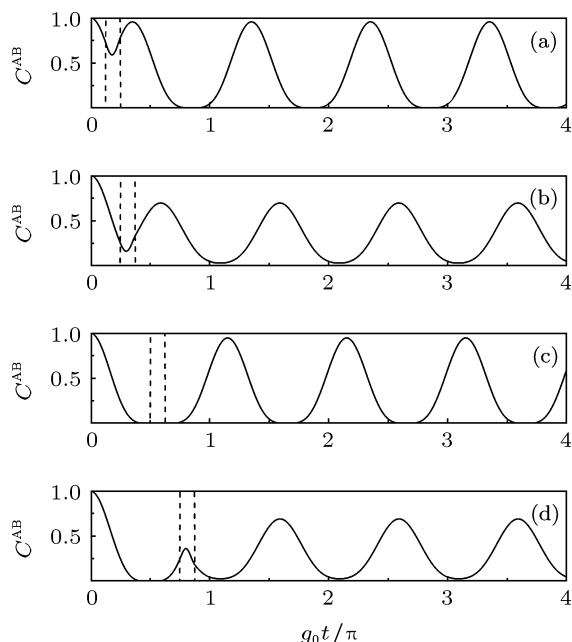


图 4 两原子间纠缠随时间的演化, 场频率调制参数分别为 (a)  $a = 10 g_0, g_0 t_0 = \pi/8, g_0 \tau = \pi/8$ ; (b)  $a = 10 g_0, g_0 t_0 = \pi/4, g_0 \tau = \pi/8$ ; (c)  $a = 10 g_0, g_0 t_0 = \pi/2, g_0 \tau = \pi/8$ ; (d)  $a = 10 g_0, g_0 t_0 = 3\pi/4, g_0 \tau = \pi/8$ . 点线是光场频率的调制

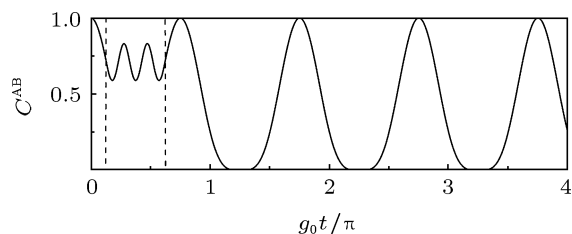


图 5 两原子间纠缠随时间的演化, 场频率调制参数为  $a = 10 g_0, g_0 t_0 = \pi/8, g_0 \tau = \pi/2$ . 点线是光场频率的调制

考虑光场频率调制为周期性的多个脉冲, 第一个脉冲分别出现在纠缠衰减区域 (图 6(a)) 和纠缠回复区域 (图 6(b)). 除图 6(a) 中出现在纠缠衰减区域的第一个脉冲使得第一个 ESD 区域推迟外, 由

图可知无论第一个脉冲出现纠缠衰减区域 (图 6(a)) 或纠缠回复区域 (图 6(b)), 光场频率周期性脉冲的调制均使纠缠演化趋势发生改变, 尤其是在第一个 ESD 区域后, 在多个脉冲调制的共同影响下, 原来纠缠衰减的区域变为增加, 原来纠缠增加的区域变为衰减.

光场频率的脉冲调制使光场与原子的相互作用模式在共振和非共振之间发生突变, 从而达到动态调控原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的目的. 可以通过特定的光场频率脉冲调制得到持续稳定的原子-原子纠缠  $C^{AB}$ , 并避免 ESD 现象的出现.

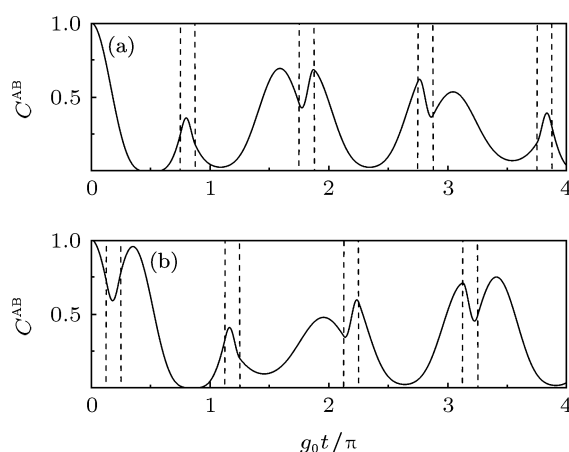


图 6 两原子间纠缠随时间的演化, 场频率的调控参数 (a)  $g_0 T = \pi, a = 10 g_0, g_0 t_0 = \pi/8, g_0 \tau = \pi/8$ ; (b)  $g_0 T = \pi, a = 10 g_0, g_0 t_0 = 3\pi/4, g_0 \tau = \pi/8$ . 点线是光场频率的调制

## 4 结论

本文研究了频率随时间变化的光场对双 J-C 模型中原子-原子纠缠的动力学调控, 主要讨论了光场频率随时间作正弦变化和脉冲变化两种典型情况下, 原子-原子纠缠度随时间的演化特性. 研究发现, 当光场频率随时间以正弦形式变化时, 原子-原子纠缠  $C^{AB}$  的演化周期与光场频率调制振幅有关, 并随着光场频率调制振幅的增强而减小. 光场频率的正弦调制和脉冲调制均能使光场与原子的相互作用模式在共振和非共振之间发生变化, 直接影响原子-原子纠缠度的演化规律, 的确能通过光场频率的调制来动态调控原子-原子纠缠, 实现原子-原子纠缠度的提高与稳定, 避免 ESD 现象的出现, 有利于纠缠在量子信息中的应用.

- [1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777  
Schrödinger E 1995 *Naturwissenschaften* **23** 807
- [2] Greenberger D M, Horne M A, Zeilinger A 1989 *Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe*, edited by M. Kafatos (Kluwer Academics, Dordrecht, the Netherlands, 1989) p73
- [3] Bennett C H, Wiesner S J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2881
- [4] Raussendorf R, Briegel H J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 5188
- [5] Biham E, Huttner B, Mor T 1996 *Phys. Rev. A* **54** 2651
- [6] Bennett C H, Brassard G, Jozsa R, Peres A, Wootters K W 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [7] Deutsch D, Ekert A, Jozsa R, Macchiavello C, Popescu S, Sanpera A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 2818
- [8] Mcaneney H, Lee J, Kim M S 2003 *Phys. Rev. A* **68** 063814
- [9] Li G X, Allaart K, Lenstra D 2004 *Phys. Rev. A* **69** 055802
- [10] Hamieh S D, Katsnelson M L 2005 *Phys. Rev. A* **72** 032316  
Lkram M, Li F L, Zubairy M S 2007 *Phys. Rev. A* **75** 062336
- [11] Wei Q, Yan Y, Li G X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4453 (in Chinese)  
[魏巧, 郾嫣, 李高翔 2010 物理学报 **59** 4453]
- [12] Guo Z, Yan L S, Pan W, Lu B, Xu M F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060301 (in Chinese) [郭振, 闫连山, 潘炜, 罗斌, 徐明峰 2011 物理学报 **60** 060301]
- [13] Yönac M, Yu T, Eberly J H 2006 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **39** s621  
Yönac M, Yu T, Eberly J H 2007 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40** s45  
Yu T, Eberly J H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140404
- [14] Maniscalco S, Francica F, Zaffino R L, Gullo N L, Plastina F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 090503
- [15] Bhaktavatsala Rao D D 2007 *Phys. Rev. A* **76** 042312  
Creffield C E 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 110501
- [16] Cheng Q L, Xie S Y, Yang Y P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6968 (in Chinese) [成秋丽, 谢双媛, 羊亚平 2008 物理学报 **57** 6968]
- [17] Law C K, Zhu S Y, Zubairy M S 1995 *Phys. Rev. A* **52** 4095
- [18] Jia F, Xie S Y, Yang Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5835 (in Chinese) [贾飞, 谢双媛, 羊亚平 2006 物理学报 **55** 5835]
- [19] Zhang W J, Wang Z G, Xie S Y, Yang Y P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2168 (in Chinese) [张婉娟, 王治国, 谢双媛, 羊亚平 2007 物理学报 **56** 2168]
- [20] Li Z H, Yu M Z, Yang Y P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1693 (in Chinese) [李征鸿, 于明章, 羊亚平 2008 物理学报 **57** 1693]
- [21] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge) p195
- [22] Hill S, Wootters W K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 5022  
Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245

# The dynamic effect of a field with a time-varying frequency on the atom-atom entanglement in a double J-C model\*

Cui Cong-Cong Xie Shuang-Yuan<sup>†</sup> Yang Ya-Ping

(Department of Physics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

(Received 10 October 2011; revised manuscript received 14 November 2011)

## Abstract

The entanglement between the two atoms of two separate Jaynes-Comings models is investigated by means of the concurrence. We restrict our attention to two cases, the field frequency varying with time in the forms of sine and rectangle. When the field frequency varies with time in the form of sine, the period and the amplitude of the atom-atom concurrence will decrease as the amplitude of the sine frequency modulation increases. Not only the sine field frequency modulation but also the rectangular field frequency modulation can affect the interaction of the field with atom between resonance and off-resonance. The field frequency modulation can also affect the atom-atom entanglement. The suitable field frequency modulation is favorable for improving, enhancing and stabilizing the degree of the atom-atom entanglement. The suitable field frequency modulation can also prevent the atom-atom entanglement from entanglement sudden death and control it dynamically.

**Keywords:** Jaynes-Cummings model, entanglement sudden death, concurrence, atom-atom entanglement

**PACS:** 42.50.Dv, 03.67.-a

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant. No. 11074188).

<sup>†</sup> E-mail: xieshuangyuan@tongji.edu.cn