

双量子点 Aharonov-Bohm 干涉系统输运性质的大偏离分析*

栗军¹⁾ 刘玉¹⁾ 平婧¹⁾ 叶银¹⁾ 李新奇^{1)2)†}

1) (中国科学院半导体研究所超晶格和微结构国家重点实验室, 北京 100083)

2) (北京师范大学物理系, 北京 100875)

(2011年11月1日收到; 2011年11月26日收到修改稿)

由于电子的多体关联和量子相干性的联合作用, 双量子点 Aharonov-Bohm 干涉系统中的电子输运过程隐含内在的快、慢两条通道, 且通道之间的有效耦合强度可以通过磁通调控. 但是, 这一非平庸的内在性质, 在通常的稳态输运电流中不能得以反映. 本文利用在研究非平衡动力学相变中所发展的大偏离方法, 对该输运系统中的电子动力学路径做大偏离统计分析. 结果显示, 以上内在性质将诱导出路径空间中清晰的动力学相变行为.

关键词: 量子点, Aharonov-Bohm 干涉, 大偏离分析, 动力学相变

PACS: 72.23.-b, 73.50.Td, 05.40.Ca

1 引言

对半导体量子点输运性质的研究直接关系到量子点在纳米电子器件方面的应用. 同时, 由于在输运过程中可能存在的电子多体关联和量子相干效应, 这类研究也有丰富的物理内涵. 关于单量子点的输运性质, 已有大量的研究, 特别包括近期在实验上实现的计数统计研究^[1]. 作为一个重要的扩展系统, 对半导体双量子点、特别是并联双量子点的研究具有更为丰富的内容, 因为其中可以更为明显地显示多体关联和量子干涉的交互影响. 例如, 在环路中引入磁通, 可以研究有库仑关联的 Aharonov-Bohm (AB) 干涉问题. 对这个系统的已有研究包括库仑阻塞下的共隧穿 (cotunneling) 干涉^[2-5], 以及作为人工分子的调控和应用^[6,7]. 最近的研究还发现^[8-10], 在大电压偏置条件下, 两个并联量子点之间的强库仑阻塞关联和路径间的量子干涉可以诱导出若干有趣效应, 例如电流开关效应、巨涨落现象、以及异常干涉条纹.

本文, 我们将考虑另一个类似的并联双量子点系统^[11]: 保留量子点内部的强库仑阻塞效应 (即每个量子点中最多只能占据一个电子), 但去除两个量子点之间的强库仑阻塞限制. 通过较深入的分析可以发现, 由于电子 (在同一个点内) 的多体关联和两条路径之间量子干涉的联合作用, 该干涉系统中的电子输运过程将隐含内在的快、慢两条通道, 且通道之间的有效耦合强度可以通过磁通调控. 但是, 这一非平庸的内在性质, 在通常的稳态输运电流中不能得以反映. 而最近的另一项工作则表明^[12], 在非平衡动力学相变中所发展的大偏离 (Large-Deviation) 理论^[13-16], 特别适合对介观输运系统中的电子动力学路径做大偏离统计分析; 相应的大偏离函数, 可以揭示若干丰富的动力学行为. 因此, 本文将利用该重要技术对上述输运问题做大偏离统计分析. 结果将显示, 以上的交互作用将诱导出电子路径空间中清晰的动力学相变行为.

大偏离理论是在研究非平衡动力学相变过程中发展起来的一种分析方法. 它的基本思想是在系

* 国家自然科学基金 (批准号: 101202101, 10874176) 和国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2011CB808502, 2012CB932704) 资助的课题.

† E-mail: lixinqi@bnu.edu.cn

统的组态空间中定义大量的“动力学路径”(dynamical trajectories), 将每一条动力学路径视为一个“样本”, 大偏离统计分析则是对系综中的样本做“带权重”的统计选择, 然后平均相关物理量. 其中的权重因子, 类似于平衡统计力学中的 Boltzmann 因子. 在经典的非平衡统计力学中, 大偏离分析方法获得了很大的成功, 例如在玻璃态转变中发现了“空间-时间”相变行为^[15,16]. 这种方法还被成功应用于量子光学系统, 在光子辐射的统计分析中发现了路径空间中的标度不变性和动力学相变等有趣现象^[17]. 最近, 基于粒子数相关的量子主方程, 文献[12]则首次将该方法引入到介观输运过程的统计分析中, 相关结果表明大偏离理论是一种很有用的研究手段, 非常适合用于分析纳米电子器件中的电子输运过程.

2 模型描述

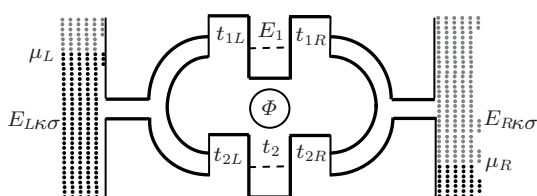


图1 并联双量子点 Aharonov-Bohm 干涉系统示意图

本文将研究的系统如图1所示. 其中的两个量子点以并联方式和电极连接, 回路中引入的磁通(Φ)可以调制两条干涉路径之间的相对位相, 因而构成一个由并联双量子点组成的 Aharonov-Bohm 干涉装置. 整个输运系统可以用以下哈密顿量描述

$$H = H_S + H_0 + H_T. \quad (1)$$

第一项 $H_S = \sum_{\mu, \sigma} E_{\mu} d_{\mu\sigma}^{\dagger} d_{\mu\sigma} + \sum_{\mu} U n_{\mu\uparrow} n_{\mu\downarrow}$, 描述双量子点系统. 其中, 指标 $\mu = 1, 2$ 标记不同的量子点能级(状态), $\sigma = \uparrow, \downarrow$ 标记电子自旋, $d_{\mu\sigma}^{\dagger}$ ($d_{\mu\sigma}$) 为量子点电子的产生(湮灭)算符. 这里我们假定两个量子点之间没有隧穿耦合, 也没有强的库仑排斥(阻塞)作用. 但在同一个量子点内, 有强的库仑排斥作用. 我们假定在每个量子点中只有一个自旋简并的能级 E_{μ} , 因而每个量子点中最多只能占据一个电子. 第二项 $H_0 = \sum_{rk\sigma} E_{rk\sigma} a_{rk\sigma}^{\dagger} a_{rk\sigma}$, 描述电极电子, 其中 $r = L, R$ 用于区别左右电极. 第三

项 $H_T = \sum_{r\mu} H_{T,r\mu}$ 描述电极与双量子点之间的隧穿耦合, 其中 $H_{T,r\mu}$ 为

$$H_{T,r\mu} = \sum_{k\sigma} (t_{r\mu} a_{rk\sigma}^{\dagger} d_{\mu\sigma} + \text{H.c.}). \quad (2)$$

按照通常的处理方式, 我们假定隧穿耦合系数 $t_{r\mu}$ 与能量无关. 在没有外加磁场情况下, 通过适当的规范选择, 我们总可以使所有这些耦合系数都是实数. 但在存在外加磁场的情况下, 这些隧穿耦合系数一般为复数, 我们记为 $t_{r\mu} = \bar{t}_{r\mu} e^{i\phi_{\mu r}}$, 其中 $\bar{t}_{r\mu}$ 为没有外加磁场时的耦合系数. 在对称配置的情况下, 我们可以选择 $\phi_{1L} = \phi_{1R} = \phi/4$, $\phi_{2L} = \phi_{2R} = -\phi/4$, 它们自然满足环绕回路的磁通相位 $\phi_{1L} + \phi_{1R} - \phi_{2L} - \phi_{2R} = \phi$, 其中 $\phi = 2\pi\Phi/\Phi_0$, Φ 为穿过回路的磁通量, Φ_0 为磁通量子. 为了简便(但不丢失其中的基本物理), 本文考虑对称的隧穿耦合, 令 $\bar{t}_{1L} = \bar{t}_{2L} = \bar{t}_{1R} = \bar{t}_{2R} = \bar{t}$. 这里的隧穿耦合系数, 通过费米黄金规则可以和隧穿速率(rate)相联系, $\Gamma = 2\pi\Omega\bar{t}^2$, 其中 Ω 是电极的(常数)态密度. 在本文后面的计算结果中, 我们将以 Γ 为能量单位, 相应地以 Γ^{-1} 为时间单位. 最后指出, 本文还假定两个量子点中的能级相等 $E_1 = E_2 = E$, 它们处于电压窗口之中, 且满足大偏压条件 $|\mu_{L,R} - E| \gg \Gamma$.

3 量子输运主方程及大偏离分析方法

3.1 量子输运主方程

对于一般的量子输运系统, 把隧穿哈密顿量看作微扰, 做二阶累积展开, 然后对电极自由度做平均, 可以得到描述(中间)系统的约化状态的量子主方程, 其一般形式可以表达为^[18]

$$\dot{\rho}(t) = -i\mathcal{L}\rho(t) - \int_0^{\infty} d\tau \langle \mathcal{L}'(t)\mathcal{G}(t, \tau) \times \mathcal{L}'(\tau)\mathcal{G}^{\dagger}(t, \tau) \rangle \rho(t). \quad (3)$$

其中 \mathcal{L} 和 \mathcal{L}' 是 Liouville 超算符, 定义为 $\mathcal{L}(\dots) \equiv [H_S, (\dots)]$ 以及 $\mathcal{L}'(\dots) \equiv [H_T, (\dots)]$. 另外, 上述方程中的 Liouville 传播子 $\mathcal{G}(t, \tau)(\dots) \equiv G(t, \tau)(\dots)G^{\dagger}(t, \tau)$, 其中 $G(t, \tau)$ 是由系统哈密顿量 H_S 定义的自由传播子(格林函数). 约化密度矩阵 $\rho(t)$, 通过对整个系统的密度矩阵 $\rho_T(t)$ 对电极态求平均(求迹)得到, 即 $\rho(t) \equiv \text{Tr}_B[\rho_T(t)]$. 同样, 式(3)中的 $\langle \dots \rangle \equiv \text{Tr}_B[(\dots)\rho_B]$, 也是对电极态做平均, 其中 ρ_B 是电极电子(热平衡态)的密度矩阵.

方程 (3) 是约化密度矩阵 $\rho(t)$ 满足的通常形式的“非条件”量子主方程. 为了保留更多的运输信息, 我们可以进一步得到依赖“隧穿电子数”的“条件”量子主方程. 基本思想是, 根据隧穿过中心系统的电子数, 把电极态的 Hilbert 空间分类为不同子空间, 每一类子空间对应固定的隧穿电子数. 然后, 把方程 (3) 中的平均 (求迹) 限制在隧穿电子数为 n 的电极态 Hilbert 子空间中, 即可得到依赖于隧穿电子数 n 的条件主方程, 可形式地写为 [12]

$$\dot{\rho}^{(n)}(t) = -i\mathcal{L}\rho^{(n)}(t) - \sum_{j=0,\pm 1} \mathcal{R}_j \rho^{(n+j)}(t). \quad (4)$$

其中, $\rho^{(n)}(t)$ 是表示到 t 时刻为止, 有 n 个电子从左电极隧穿到右电极的条件性约化密度矩阵. 超算符 \mathcal{R}_j 描述系统和电极之间的隧穿过程, 其具体的形式可参见文献 [12]. 基于 $\rho^{(n)}(t)$, 我们可以得到 $(0, t)$ 时间间隔内转移电子数的概率分布函数, $P(n, t) = \text{Tr}[\rho^{(n)}(t)]$, 其中的平均 (求迹) 针对中间系统的自由度. 因此, 在粒子数分辨的量子主方程基础上, 我们可以很方便地进行全计数统计研究, 特别是本文后面将要进行的大偏离函数分析, 从而更全面地考察系统的运输性质.

3.2 全计数统计

为了与后面的大偏离分析做对比, 我们先简要介绍常规的全计数统计方法. 利用分布函数 $P(n, t)$, 我们可以通过以下变换构造累积矩生成函数

$$e^{-\tilde{\mathcal{F}}(\chi, t)} = \sum_n P(n, t) e^{i n \chi}. \quad (5)$$

此式中的 $\tilde{\mathcal{F}}(\chi, t)$ 即为累积矩生成函数, 通过它我们可以很方便地求得各阶累积矩, 例如 k 阶累积矩为 $C_k = -(-i\partial_\chi)^k \tilde{\mathcal{F}}(\chi, t)|_{\chi=0}$. 很容易验证, $C_1 = \bar{n}$, $C_2 = \overline{n^2} - \bar{n}^2$. 它们与运输观测量的关系为, 平均电流 $I = eC_1/t$, 零频噪声 $S = 2e^2 C_2/t$. 我们还可以通过它们定义刻画电流涨落强度的 Fano 因子, $F = C_2/C_1$.

在实际操作中, 我们并不首先计算出分布函数 $P(n, t)$, 然后再按上面的方法计算累积矩生成函数. 相反, 通过引入 $\rho(\chi, t) = \sum_n \rho^{(n)}(t) e^{i n \chi}$, 我们可以在粒子数依赖的主方程基础上, 建立 $\rho(\chi, t)$ 的运动方程, 进而求解 $\rho(\chi, t)$, 然后求迹得到累积矩生成函数. 另一方面, 当我们得到了 $e^{-\tilde{\mathcal{F}}(\chi, t)}$ 之后,

由方程 (5) 可以看出, 通过逆傅里叶变换可以得到隧穿电子数的概率分布函数 $P(n, t)$.

3.3 大偏离分析

大偏离理论 [13,14] 在介观输运问题中, “动力学路径” 是指在计数时间内, 由一连串的电子随机隧穿事件 (events) 组成的序列. 包含隧穿电子数较多的序列称为“活跃”路径 (active trajectory); 相反, 包含隧穿电子数较少的序列称为“非活跃”路径 (inactive trajectory). 最新的实验进展表明 [1], 在一些输运过程中, 人们已经可以在实验中可靠地探测单个电子的隧穿事件, 从而能够收集大量的“动力学路径”. 根据这些动力学路径, 可以得到分布函数 $P(n, t)$, 其中 t 为计数时间.

为了对动力学路径起到“挑选”的作用, 不同于通常的全计数统计方法, 我们引入一种新的变换, $P(x, t) = \sum_n e^{-x n} P(n, t) = e^{-\mathcal{F}(x, t)}$. 这里的实数变换因子 $e^{-x n}$ (注意, 不同于通常计数统计中的复数因子 $e^{i n \chi}$), 类似统计力学中的玻尔兹曼因子, 因而 $P(x, t)$ 相当于统计力学中的配分函数. 在大偏离理论中, $P(x, t)$ 称为大偏离函数, $\mathcal{F}(x, t)$ 称为大偏离生成函数. n 刻画了动力学路径的“活跃”程度, 称为动力学“序参量”; 相应的变换参数 x 称为“共轭场”. 显然, 实数变换因子 $e^{-x n}$ 依靠 x 的正负和大小可以对“活跃”路径及“非活跃”路径起到挑选作用. 例如, 当 $x > 0$ 时, 主要挑选非活跃路径 (小 n 路径); 相反, 当 $x < 0$ 时, 主要挑选活跃路径 (大 n 路径). 可以看出, 大偏离分析实际上是对动力学路径做加权统计平均. 通过调节共轭场 x , 可以揭示各种隐含的动力学相以及各相之间的过渡 (crossover) 或更为剧烈的相变行为.

基于粒子数相关的主方程 (4), 我们可以建立一个结构紧凑和应用方便的大偏离分析方法. 首先, 引入变换 $\rho(x, t) = \sum_n e^{-x n} \rho^{(n)}(t)$. 由方程 (4) 可得

$$\dot{\rho}(x, t) = [-i\mathcal{L} - \mathcal{R}_0 - e^x \mathcal{R}_1 - e^{-x} \mathcal{R}_{-1}] \times \rho(x, t). \quad (6)$$

在实际计算中, 我们可以把 $\rho(x, t)$ 的所有元素排成一个列矢量 $\pi(x, t)$, 上式变为

$$\dot{\pi}(x, t) = -\mathbf{M}(x)\pi(x, t). \quad (7)$$

在这样构造的形式中, $\mathbf{M}(x)$ 就不再是超算符, 而是通常的矩阵, 称为计数矩阵. 求解方

程 (6) 或 (7), 可以得到 $\rho(x, t)$, 进而得到大偏离函数 $P(x, t) = \text{Tr}[\rho(x, t)]$, 以及大偏离生成函数 $\mathcal{F}(x, t) = -\ln P(x, t)$.

容易看出, 利用生成函数, 可以很方便地得到依赖 x 的各阶累积矩, 例如

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1(x, t) &\equiv \partial_x \mathcal{F}(x, t) \\ &= \frac{1}{P(x, t)} \sum_n n e^{-xn} P(n, t) \equiv \langle n \rangle_x, \quad (8a) \end{aligned}$$

$$\mathcal{F}_2(x, t) \equiv \partial_x^2 \mathcal{F}(x, t) = -\langle (n - \bar{n}_x)^2 \rangle_x, \quad (8b)$$

以及更一般的 k -阶累积矩 $\mathcal{F}_k(x, t) \equiv \partial_x^k \mathcal{F}(x, t) = (-)^{(k+1)} \langle (n - \bar{n}_x)^k \rangle_x$. 为了表述更简洁, 其中我们用了 \bar{n}_x 代替 $\langle n \rangle_x$. 利用这些累积矩, 可以定义或得到大偏离函数 $\lambda(x, t) = \mathcal{F}(x, t)/t$ (我们在后面的叙述中也把 $\lambda(x, t)$ 称为大偏离函数), 平均电流 $I(x, t) = e\mathcal{F}_1(x, t)/t$, 散粒噪声 $S(x, t) = -2e^2\mathcal{F}_2(x, t)/t$, 以及著名的 Fano 因子 $F(x, t) = -\mathcal{F}_2(x, t)/\mathcal{F}_1(x, t)$. 在大偏离分析中, 我们将着重考察 $\lambda(x, t)$, $I(x, t)$ 以及 $F(x, t)$ 随共轭场 x 的变化行为. 这些量的随 x 的异常变化, 反映了动力学路径在路径空间中的特殊分布. 例如, $I(x, t)$ 的不连续或 $F(x, t)$ 的发散行为, 将表明在路径空间中存在动力学相变.

在长计数时间条件下, 可以证明: $\mathcal{F}(x, t) \simeq t\lambda(x)$, 其中 $\lambda(x)$ 是计数矩阵 $\mathbf{M}(x)$ 的最小本征值. 利用这个重要关系, 我们可以通过求解 $\mathbf{M}(x)$ 的最小本征值, 得到生成函数以及依赖于 x 的各阶累积矩. 如果计数时间有限 (较短), 上述方法将失效. 在这种情况下, 可以利用下面的数值方法有效求解依赖于 x 的各阶累积矩. 我们注意到, 如果知道了 $P(x, t)$ 及其各阶导数, 则可得到 $\mathcal{F}_k(x, t)$. 例如, 前两阶累积矩可以表示为

$$\mathcal{F}_1(x, t) = \frac{P_1(x, t)}{P(x, t)}, \quad (9a)$$

$$\mathcal{F}_2(x, t) = -\frac{P_2(x, t)}{P(x, t)} + \left(\frac{P_1(x, t)}{P(x, t)}\right)^2, \quad (9b)$$

这里我们引入了简便记号 $P_k(x, t) \equiv \partial_x^k P(x, t)$. 关于 $P(x, t)$ 及其各阶导数的计算, 可以对方程 (6) 两边求导 ∂_x^k , 并定义 $\rho_k(x, t) = \partial_x^k \rho(x, t)$. 这样, 我们可以得到关于 $\rho_k(x, t)$ 的方程组. 求解该方程组, 则可以得到 $\rho_k(x, t)$ 以及 $P_k(x, t) = \text{Tr}[\rho_k(x, t)]$.

4 应用于并联双量子点系统

以下我们将上面的大偏离分析方法应用于并联双量子点输运系统. 在第 2 节的模型描述中已经解释, 我们假定两个量子点之间没有强的库仑相互作用, 但单个量子点内存在强的库仑排斥作用, 所以整个双量子点系统最多可以占据两个电子. 因此, 我们可以用以下 9 个基矢来完备地描述其中的输运过程: $|0\rangle, |\uparrow, 0\rangle, |\downarrow, 0\rangle, |0, \uparrow\rangle, |0, \downarrow\rangle, |\uparrow, \uparrow\rangle, |\downarrow, \downarrow\rangle, |\uparrow, \downarrow\rangle, |\downarrow, \uparrow\rangle$. 如果两个量子点的能级非常接近, 电极电子将以量子相干叠加的形式进入双量子点系统. 例如, 对于空占据 $|0\rangle$ 初态, 一个自旋为 σ 的电极电子进入双量子点后, 状态将为 $1/\sqrt{2}(e^{i\frac{\phi}{4}}|\sigma, 0\rangle + e^{-i\frac{\phi}{4}}|0, \sigma\rangle)$. 在这个态的基础上, 还可以允许一个与之自旋相反的电子隧穿进来, 形成自旋纠缠态 $1/\sqrt{2}(|\uparrow, \downarrow\rangle - |\downarrow, \uparrow\rangle)$. 根据这样的考虑, 为了下面讨论问题的方便我们可以重新构造一组完备的基矢如下:

$$\begin{aligned} |1\rangle &= |0\rangle, \\ |2\rangle &= 1/\sqrt{2}(e^{i\frac{\phi}{4}}|\uparrow, 0\rangle + e^{-i\frac{\phi}{4}}|0, \uparrow\rangle), \\ |3\rangle &= 1/\sqrt{2}(e^{i\frac{\phi}{4}}|\downarrow, 0\rangle + e^{-i\frac{\phi}{4}}|0, \downarrow\rangle), \\ |4\rangle &= 1/\sqrt{2}(|\uparrow, \downarrow\rangle - |\downarrow, \uparrow\rangle), \\ |5\rangle &= 1/\sqrt{2}(e^{i\frac{\phi}{4}}|\uparrow, 0\rangle - e^{-i\frac{\phi}{4}}|0, \uparrow\rangle), \\ |6\rangle &= 1/\sqrt{2}(e^{i\frac{\phi}{4}}|\downarrow, 0\rangle - e^{-i\frac{\phi}{4}}|0, \downarrow\rangle), \\ |7\rangle &= 1/\sqrt{2}(|\uparrow, \downarrow\rangle + |\downarrow, \uparrow\rangle), \\ |8\rangle &= |\uparrow, \uparrow\rangle, \\ |9\rangle &= |\downarrow, \downarrow\rangle. \end{aligned}$$

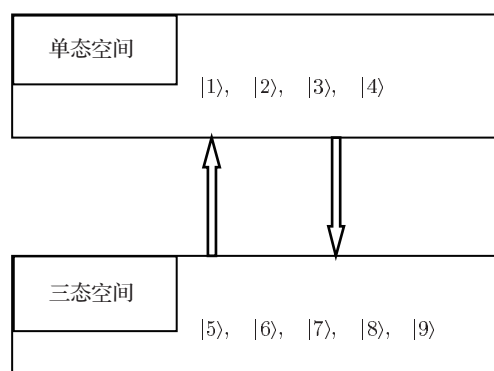


图 2 单态空间和三态空间的关系示意图

选择这样的基矢的好处是, 当磁通是磁通量子的整数倍时, 系统的态空间可以分成相互独立的两个子空间, 如图 2 所示. 其中的一个子空间由 $|1\rangle$,

|2>, |3> 和 |4> 组成, 由于含有自旋单态, 我们称其为“单态空间”. 另一个子空间由 |5>, |6>, |7>, |8> 和 |9> 组成, 因为其中含有自旋三重态, 我们称其为“三态空间”. 当磁通是磁通量子的整数倍时, 这两个子空间相互独立 (没有耦合), 分别代表两个不同的输运通道. 但当磁通偏离磁通量子的整数倍时, 这两个子空间不再相互独立, 它们之间存在依赖磁通大小的耦合. 于是, 通过调控磁通, 电子输运可以

在这两个通道之间切换, 导致若干有趣的输运行为.

利用以上基矢, 公式 (6) 中的 $\rho(x, t)$ 为 9×9 的矩阵, 矩阵元为 $\rho_{\eta}^{\zeta} = \langle \zeta | \rho(x, t) | \eta \rangle$, 其中 $|\zeta\rangle$ 和 $|\eta\rangle$ 是表象基矢. 忽略掉在计算中不起作用的项, 公式 (7) 中的 $\pi(x, t) = [\rho_1^1, \rho_2^2, \rho_3^3, \rho_4^4, \rho_5^5, \rho_6^6, \rho_7^7, \rho_8^8, \rho_9^9, \rho_2^5, \rho_5^2, \rho_3^6, \rho_6^3, \rho_4^7, \rho_7^4]^T$. 相应的计数矩阵 $\mathbf{M}(x)$ 可以表达为以下的 15×15 的分块矩阵

$$\begin{pmatrix} -4\Gamma & 2e^{-x}\Gamma & 2e^{-x}\Gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2G^+ & -3\Gamma - 2G^- & 0 & e^{-x}\Gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2G^+ & 0 & -3\Gamma - 2G^- & e^{-x}\Gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G^+ & G^+ & -2\Gamma & G^- & G^- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 2G^- & 0 & 0 & 0 & -\Gamma - 2G^+ & 0 & e^{-x}\Gamma & 2e^{-x}\Gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2G^- & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Gamma - 2G^+ & e^{-x}\Gamma & 0 & 2e^{-x}\Gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G^- & G^- & 0 & G^+ & G^+ & -2\Gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2G^- & 0 & 0 & 2G^+ & 0 & 0 & -2\Gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2G^- & 0 & 0 & 2G^+ & 0 & 0 & -2\Gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3\Gamma & 0 & 0 & 0 & e^{-x}\Gamma & 0 \\ 2F & F & 0 & 0 & F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3\Gamma & 0 & -e^{-x}\Gamma & 0 \\ 2F & 0 & F & 0 & 0 & F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Gamma & 0 & -\Gamma & 0 & -2\Gamma & 0 \\ 0 & -F & F & 0 & F & -F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

其中, $G^{\pm} = \frac{1}{2}\Gamma(1 \pm \cos(\phi))$, $F = -\frac{1}{2}\Gamma \sin(\phi)$. 以上的分块矩阵, 共有三个对角块矩阵: 左上角的对角块矩阵对应单态空间, 中间的对角块矩阵对应三态空间, 右下角的刻画单态空间和三态空间的相干性演化. 容易检验, 当磁通 Φ 是磁通量子 Φ_0 的整数倍时, 所有非对角块矩阵都为零, 单态空间和三态空间完全脱耦. 当回路磁通 Φ 偏离磁通量子 Φ_0 的整数倍时, 非对角块矩阵不全为零, 表示单态空间和三态空间存在耦合.

4.1 动力学相变

在长计数时间条件下, 我们用计数矩阵 $\mathbf{M}(x)$ 最小本征值的方法求解大偏离函数. 图 3 给出磁通趋近磁通量子的整数倍时的结果. 图中的实线分别描绘了大偏离函数 $\lambda(x)$ 及电流 $I(x)$ 随 x 的变化行

为. 我们发现, 在 $x = 0$ 处, $\lambda(x)$ 出现突然的转变; 与此对应, 其一阶导数 $I(x)$ 不连续, 出现由高到低的跃变. 这种行为与通常的相变现象十分类似, 我们称之为“动力学相变”. 在 $x < 0$ 的区域为“活跃”路径相, 在 $x > 0$ 的区域为“非活跃”路径相. 在相变点 $x = 0$ 处, 两相共存.

作为对比, 在同样的参数条件下, 我们把计数矩阵中的单态空间和三态空间分别作为独立的计数矩阵, 计算出相应的 $\lambda(x)$ 和 $I(x)$, 并用三角形和圆形符号在图中标出. 我们发现, 在子空间之间为弱耦合情形下, 结果在 $x < 0$ 区与单态空间一致, 在 $x > 0$ 区与三态空间一致. 这是由于大偏离函数中的实数指数因子 e^{-xn} 能够起到挑选路径的作用, 当 $x < 0$ 时, 主要挑选快通道的事件 (快路径); 当 $x > 0$ 时主要挑选慢通道的事件 (慢路径).

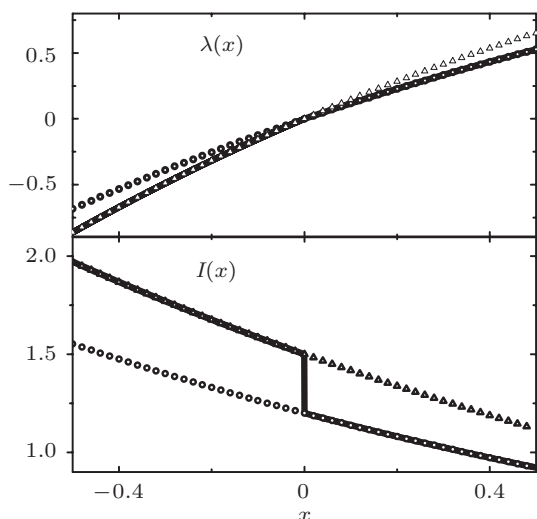


图3 磁通接近磁通量子的整数倍时,两个输运子空间之间存在微弱耦合,大偏离函数 $\lambda(x)$ 和电流 $I(x)$ 随 x 的变化行为(图中实线所示).为了对比,独立的单态空间和三态空间的的运输结果分别用三角形符号和圆形符号标出

4.2 动力学相转变的磁通调控

当回路磁通 Φ 偏离磁通量子 Φ_0 的整数倍时,单态空间和三态空间之间存在耦合.图4给出了不同磁通和不同计数时间条件下电流 $I(x)$ 和Fano因子 $F(x)$ 随 x 的变化行为,以及相应的隧穿电子数概率分布函数 $P(n)$.先看长计数时间(实线表示)的结果.当磁通较小时,比如 $\phi = 0.01\pi$,从图4(a1)和(a2)可以看到,在 $x = 0$ 附近 $I(x)$ 出现陡峭的变化;与之相应,Fano因子 $F(x)$ 出现“巨涨落”.这表明,在 $x = 0$ 附近发生了动力学相的快速过渡.随着磁通的增大,例如图4(b1), (b2) ($\phi = 0.03\pi$)以及图4(c1), (c2) ($\phi = 0.08\pi$), $I(x)$ 在 $x = 0$ 附近随 x 的变化变缓, $F(x)$ 的峰值变低.

以上结果是由于随着磁通的增加,单态空间和三态空间的耦合逐渐变强所导致的.由于每个量子点内存在强的库仑排斥作用,这将导致慢通道(三态空间)的占据会阻塞快通道(单态空间)的运输;同样,快通道的占据也会阻塞慢通道的运输.当磁通很小时,单态空间和三态空间的耦合很弱,快通道运输和慢通道运输之间的转换很慢.因此,在较长的(计数)时间尺度内,运输持续处在快通道或慢通道的概率都比较大,因而将集中出现“活跃”路径以及“非活跃”路径.这样的路径分布,在大偏离分析中就表现为 $x = 0$ 附近的激烈过渡行为.随着磁通的增加,单态空间和三态空间的耦合变强,快、慢通道之间的转换变快,动力学路径分布变得较为

均匀,于是 $x = 0$ 附近动力学相的过渡行为也就变得较为缓慢.

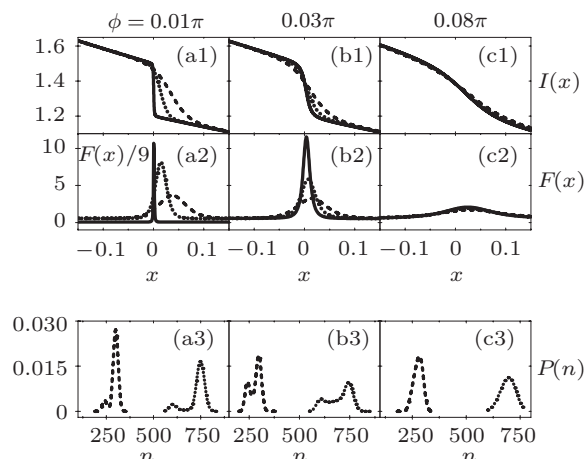


图4 不同磁通和不同计数时间条件下的大偏离分析结果.三组图对应的磁通取值分别为 0.01π , 0.03π , 0.08π .不同的线型对应不同的计数时间:实线表示长时间极限结果;点线和虚线分别对应计数时间为 $500\Gamma^{-1}$ 和 $200\Gamma^{-1}$ 的结果

下面再看计数时间效应.对于较长的有限计数时间,直接求解得到的结果与计数矩阵最小本征值方法给出的(长计数时间极限)结果类似.但从图4可以看出,随着磁通的增加,在较短计数时间内就能趋近长时间极限的结果;反之,随着磁通的减小,必须延长计数时间才能逐步趋近长时间极限结果.其中的根本原因仍然是,对于大磁通,快、慢通道之间的耦合强,比较“活跃”的路径占据路径空间中的绝大多数,因此在较短的计数时间内,就能收集到大量有代表性的路径“样本”;相反,对于小磁通,快、慢通道之间的耦合弱,为了收集到“非活跃”的慢路径样本,就必须采用长时间计数.

最后,我们在图4(a3), (b3)和(c3)中进一步给出了有限计数时间下隧穿电子数的概率分布.可以清楚地看到,当磁通较小时, $P(n)$ 呈现双峰结构;随着磁通的增加,双峰结构逐渐消失.这从另一个角度反映了动力学路径空间中两相的存在及消失.

5 总结

本文利用非平衡统计力学中所发展的大偏离方法,研究了并联双量子点Aharonov-Bohm干涉系统电子运输的计数统计性质.该方法清楚地揭示了由于电子的多体关联和量子相干性的交互作用,将诱导出快、慢两条运输通道,以及由此引起的动力学路径空间中的动力学相变行为.由于两条快慢通

道之间的有效耦合强度可以通过磁通调控,我们发现:当磁通趋近磁通量子的整数倍时,在动力学路径空间中存在动力学相变;当磁通微小偏离磁通量子的整数倍时,则存在两种不同相的过渡行为.

基于前期发展的粒子数相关的量子输运主方程,我们在本文中所用的大偏离方法具有结构紧凑、计算方便等优点.在此基础上,我们发展了适

用于任意计数时间的方便实用的数值方法,得到了不同磁通和不同计数时间条件下动力学路径空间中相的演变和过渡行为.本文的研究表明,对介观输运系统中的动力学路径做大偏离统计分析,可以揭示若干隐藏的动力学性质.该研究手段在纳米电子器件中具有潜在的应用价值.

-
- [1] Gustavsson S, Leturcq R, Simović B, Schleser R, Ihn T, Studerus P, Ensslin K 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 076605
- [2] Loss D, Sukhorukov E V 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1035
- [3] Sukhorukov E V, Burkard G, Loss D 2001 *Phys. Rev. B* **63** 125315
- [4] König J, Gefen Y 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3855
- [5] Sigrist M, Ihn T, Ensslin K, Loss D, Reinwald M, Wegscheider W 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 036804
- [6] Holleitner A W, Decker C R, Qin H, Eberl K, Blick R H 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 256802
- [7] Holleitner A W, Blick R H, Hüttel A K, Eberl K, Kotthaus J P 2002 *Science* **297** 70
- [8] Li F, Li X Q, Zhang W M, Gurvitz S A 2009 *Europhys. Lett.* **88** 37001
- [9] Li F, Jiao H J, Luo J Y, Wang H, Li X Q 2009 *Physica E* **41** 521
- [10] Li F, Jiao H J, Luo J Y, Li X Q, Gurvitz S A 2009 *Physica E* **41** 1707
- [11] Urban D, König J 2009 *Phys. Rev. B* **79** 165319
- [12] Li J, Liu Y, Ping J, Li S S, Li X Q, Yan Y J 2011 *Phys. Rev. B* **84** 115319
- [13] Eckmann J P, Ruelle D 1985 *Rev. Mod. Phys.* **57** 617
- [14] Touchette H 2009 *Phys. Rep.* **478** 1
- [15] Garrahan J P, Jack R L, Lecomte V, Pitard E, Duijvendijk K, Wijnland F 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 195702
- [16] Hedges L O, Jack R L, Garrahan J P, Chandler D 2009 *Science* **323** 1309
- [17] Garrahan J P, Lesanovsky I 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 160601
- [18] Yan Y J 1998 *Phys. Rev. A* **58** 2721

Large-deviation analysis for counting statistics in double-dot Aharonov-Bohm interferometer*

Li Jun¹⁾ Liu Yu¹⁾ Ping Jing¹⁾ Ye Yin¹⁾ Li Xin-Qi^{1)2)†}

1) (State Key Laboratory for Superlattices and Microstructures, Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China)

2) (Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

(Received 1 November 2011; revised manuscript received 26 November 2011)

Abstract

The Coulomb correlation and quantum coherence in a double-dot Aharonov-Bohm interferometer can result in two distinct transport channels: a fast channel and a slow one, while their coupling is tunable by changing the magnetic flux passing through an interference loop. However, these effects cannot be manifested by the conventional transport current. In this work, employing the large-deviation method which was originally developed in the nonequilibrium statistical mechanics, we perform a large-deviation analysis for the transport through this double-dot interferometer system and reveal a clear dynamical phase transition behavior.

Keywords: quantum dot, Aharonov-Bohm interference, large-deviation analysis, dynamical phase transition

PACS: 72.23.-b, 73.50.Td, 05.40.Ca

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 101202101, 10874176), and the National Basic Research Program of China (Grant Nos. 2011CB808502, 2012CB932704).

† E-mail: lixinqi@bnu.edu.cn