

# Bessel 光束自重建的模拟仿真与实验验证\*

范丹丹 张前安 程治明 郑维涛 吴逢铁<sup>†</sup>

(华侨大学信息科学与工程学院, 泉州 362021)

(2011年12月12日收到; 2012年1月9日收到修改稿)

Bessel 光束的重建特性对于粒子多层面操控具有特殊意义。依据 Hankel 波理论, 分析了无衍射 Bessel 光束的产生及重建原理, 系统地对轴上圆形障碍物、方形障碍物和离轴圆形障碍物进行了详细论述。利用光学设计软件 ZEMAX 对轴棱锥产生 Bessel 光束经过各种障碍物的重建现象进行了系统的模拟仿真。对建立的仿真模型进行实验验证, 实验结果与模拟仿真符合得很好。结果表明 ZEMAX 软件可以对轴棱锥产生 Bessel 光束的重建特性进行灵活直观的建模仿真, 且仿真结果具有很高的准确性。

**关键词:** 无衍射光束, 自重建, Hankel 波理论, ZEMAX

**PACS:** 41.85.Ja, 42.15.-i, 42.25.-p

## 1 引言

自 1987 年 Durnin 等<sup>[1,2]</sup>首次提出无衍射 Bessel 光束以来, 这类光束便以其主光斑尺寸小、能量集中、方向性好、光场分布不随传输距离而变化等特点吸引了国内外科研人员的广泛关注, 并在其应用领域取得了许多重要的成果<sup>[3,4]</sup>。

对无衍射 Bessel 光束的研究发现其具有自重建特性。1996 年 MacDonald 等<sup>[5]</sup>发现, 当无衍射光束中心光斑被阻碍, 外围亮环将在障碍物后很短的距离内使中心光斑得以补偿; 1998 年 Bouchal 等<sup>[6]</sup>研究了无衍射光束在自由空间传输中的自再现; 2002 年 Garces-Chavez 等<sup>[7]</sup>创造性地提出将无衍射光可重建的特性应用于光学微操作, 即当一个粒子被无衍射光束俘获时, 粒子将会使其附近光场分布发生畸变, 但在粒子后一定距离处无衍射光束会发生重建, 又可以俘获其他粒子, 使得同时操作多层面粒子成为可能; 2009 年刘彬等<sup>[8]</sup>实现了零阶 Bessel 光的二次重建, 同时吴逢铁等<sup>[9]</sup>从几何光学角度对重建进行了简单的光线追迹模

拟; 2010 年 Florian 等<sup>[10]</sup>给出了 Bessel 光束在三维非均匀介质的自重建; 2011 年张前安等<sup>[11]</sup>实现了高阶无衍射 Bessel 光束的自重建。虽然人们对无衍射 Bessel 光的重建做了一定的理论和实验研究<sup>[12]</sup>, 但是缺乏系统的理论模拟及仿真。本文利用美国 Focus 软件公司开发的通用光学设计软件 ZEMAX 所具有的直观、灵活、快速等优点, 对轴棱锥产生 Bessel 光束并经过障碍物发生重建的实验过程直接进行建模仿真。仿真过程中, 各项参数可以快速方便地进行调整。仿真结果与实验结果符合得很好, 体现出该仿真方法具有很高的准确性, 为 Bessel 光束重建特性的研究提供了一种方便、准确的新手段。

## 2 理论分析

利用 Hankel 波理论可以很好地解释无衍射光束的重建现象, 在线性介质中传播的平面波波动方程可用亥姆霍兹方程来表示<sup>[7]</sup>:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 E = 0, \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金(批准号: 60977068, 61178015)、福建省自然科学基金项目(批准号: 2012J01278) 和泉州市科技重点项目(批准号: 2011G9)资助的课题。

† E-mail: fengtie@hqu.edu.cn

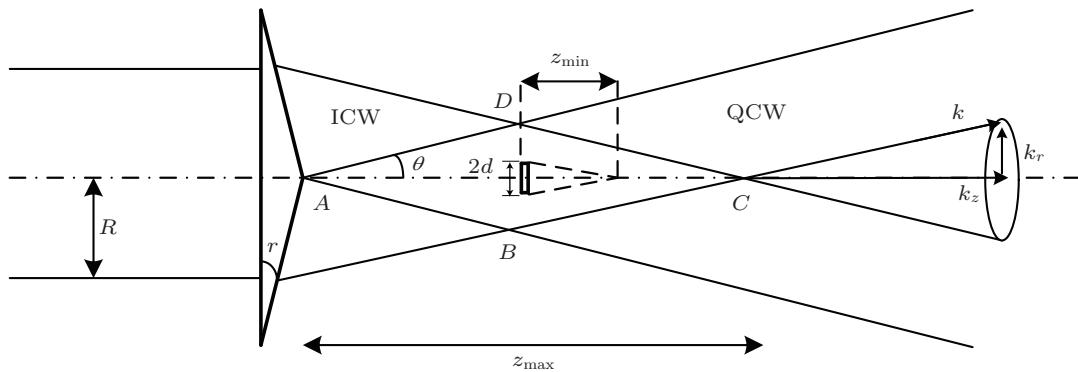


图 1 用 Hankel 波描述 Bessel 光束产生及重建的示意图

(1) 式的解为

$$E(x, y, z) = \begin{cases} E_0 H_0^{(1)}(k_r r) \exp(i k_z z) \\ E_0 H_0^{(2)}(k_r r) \exp(i k_z z) \end{cases}, \quad (2)$$

式中  $H_0^{(1)}(k_r r), H_0^{(2)}(k_r r)$  为 Hankel 函数,  $k_r, k_z$  分别表示径向和纵向波矢分量. Hankel 函数可以表示为

$$\begin{aligned} & H_m^{(1)}(x) \exp(i k_z z) \\ &= [J_m(x) + i N_m(x)] \exp(i k_z z), \quad (3) \\ & H_m^{(2)}(x) \exp(i k_z z) \\ &= [J_m(x) - i N_m(x)] \exp(i k_z z), \quad (4) \end{aligned}$$

当  $m = 0$  时, 将 (3) 和 (4) 式相加可得 Hankel 波产生零阶 Bessel 光束的表达式

$$\begin{aligned} & [H_0^{(1)}(x) + H_0^{(2)}(x)] \exp(i k_z z) \\ &= 2 J_0(x) \exp(i k_z z), \quad (5) \end{aligned}$$

(5) 式表示的是第一类零阶 Hankel 波  $H_0^{(1)}$  和第二类零阶 Hankel 波  $H_0^{(2)}$  相叠加产生 Bessel 光的表达式.

如图 1 所示, 第一类零阶 Hankel 波  $H_0^{(1)}$  描述的是轴对称的从轴线向外的输出锥面波 (outgoing conical wave, OCW), 第二类零阶 Hankel 波  $H_0^{(2)}$  描述的是轴对称的从外向轴线的入射锥面波 (incoming conical wave, ICW), 在 OCW 和 ICWs 叠加的区域 (ABCD 所围成的菱形区域) 将产生无衍射 Bessel 光. 当在无衍射区域内放置障碍物后, ICW 或 OCW 被遮挡, 或者两者同时被遮挡. 在没有 ICW 和 OCW 相互叠加的区域将无法形成 Bessel 光, 但是没有被挡住的 ICW 和 OCW 继续传播后叠加仍然可以形成 Bessel 光, 表现出 Bessel

光经过障碍物一段距离后发生自重建现象. 当轴棱锥的锥面底角  $\gamma$  很小时, 重建的最小距离  $z_{\min}$  可以通过图 1 的几何关系表示为 [3]

$$z_{\min} \approx \frac{d}{(n-1)\gamma}. \quad (6)$$

### 3 模拟仿真

在光学设计软件 ZEMAX 的非序列模式下, 可以对上述轴棱锥产生 Bessel 光束后经过轴上障碍物的过程直接进行建模. 非序列模式下光源可以灵活地选择, 轴棱锥模型可以直接建模, 也可以通过三维 CAD 软件 (如 solidworks, proE 等) 建模后导入 ZEMAX. 这里, 光源选择椭圆分布的光源 (source ellipse), 波长为 632.8 nm, 然后设置椭圆光源面长短轴均为 10 mm (即为圆形发光面). 锥面底角为 0.5° 的轴棱锥选择在软件内直接建模, 锥面采用标准表面面型. 设置入射光束半径  $a = 5$  mm, 锥面的曲率半径为 -0.05, 材料选择 BK7 玻璃, 轴棱锥厚度为 2 mm, 二次曲率常数按照公式  $c = -(1/\tan^2 \gamma + 1)$  计算得  $c = -1.313 \times 10^4$ . 障碍物以吸收面代替, 在探测器中选择相干光辐射 (coherent irradiance).

建好模型以后, 首先选择在轴棱锥后 0.4 m 处的轴上放置直径为 0.7 mm 的圆形障碍物. 由 (6) 式可以计算得障碍物后最小重建距离为 77.846 mm. 以障碍物处为  $z$  轴起点, 图 2 为圆形障碍物前后不同位置处的截面光强分布模拟图.

从图 2 可以看出, 在未放入圆形障碍物时, 在  $z = -25$  mm 处有完整分布的 Bessel 光, 当在  $z = 0$  处放置障碍物时, 障碍物后 3 mm 处观察可见中心光斑及内环被遮挡住, 随着传输距离的

增大, 在最小重建距离处出现中心光斑, 继续传播至  $z = 150 \text{ mm}$  处 Bessel 光恢复原状, 发生了完整的自重建现象.

自重建后的光束仍为 Bessel 光束, 所以仍具有自重建特性, 因此在  $z = 150 \text{ mm}$  处再设置一个直径为  $0.6 \text{ mm}$  的轴上圆形障碍物. 图 3 模拟结果显示, 第二个障碍物后一定距离处, Bessel 光束又恢复

了原状, 发生二次重建.

为了验证 Bessel 光束对其他形状障碍物的自重建特性, 选择在轴上放置边长为  $0.7 \text{ mm}$  的方形障碍物, 图 4 为轴上方形障碍物前后不同位置处的截面光强分布模拟图. 可见 Bessel 光束经过方形障碍物也具有类似的自重建特性.

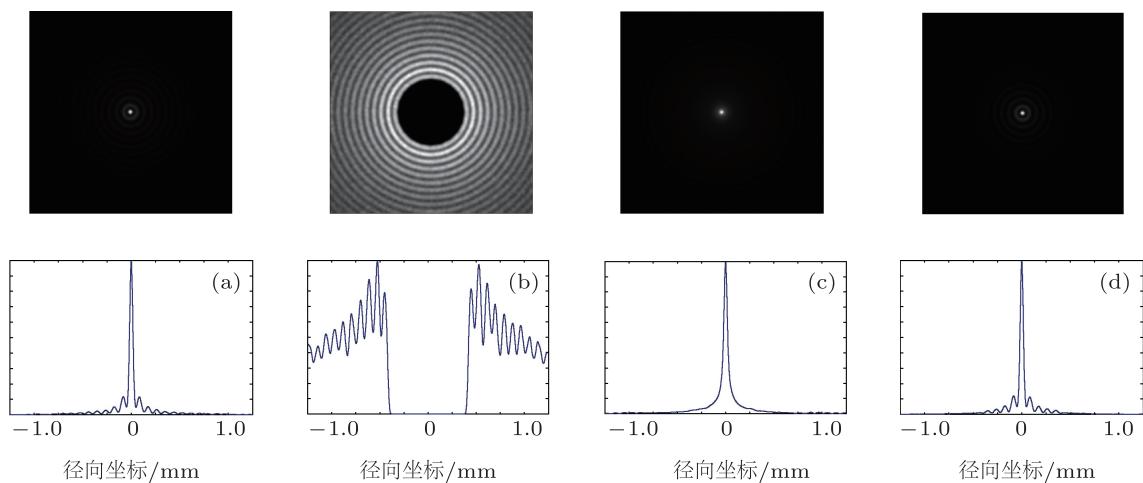


图 2 轴上直径为  $0.7 \text{ mm}$  的圆形障碍物前后截面光强分布 (a)  $z = -25 \text{ mm}$ ; (b)  $z = 3 \text{ mm}$ ; (c)  $z = 77.864 \text{ mm}$ ; (d)  $z = 150 \text{ mm}$

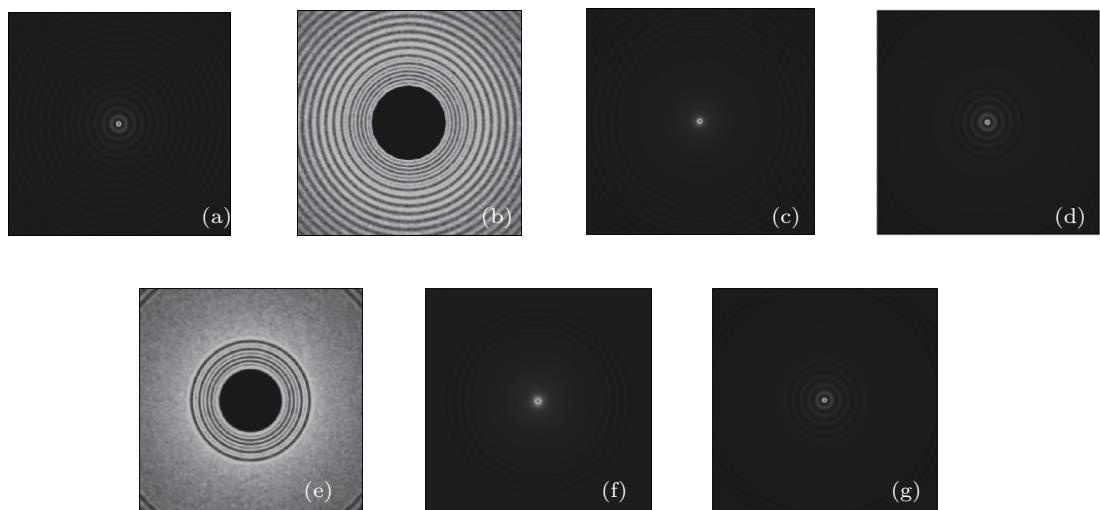


图 3 Bessel 光束二次重建截面光强分布 (a)  $z = -25 \text{ mm}$ ; (b)  $z = 3 \text{ mm}$ ; (c)  $z = 77.864 \text{ mm}$ ; (d)  $z = 150 \text{ mm}$ ; (e)  $z = 153 \text{ mm}$ ; (f)  $z = 216.741 \text{ mm}$ ; (g)  $z = 300 \text{ mm}$

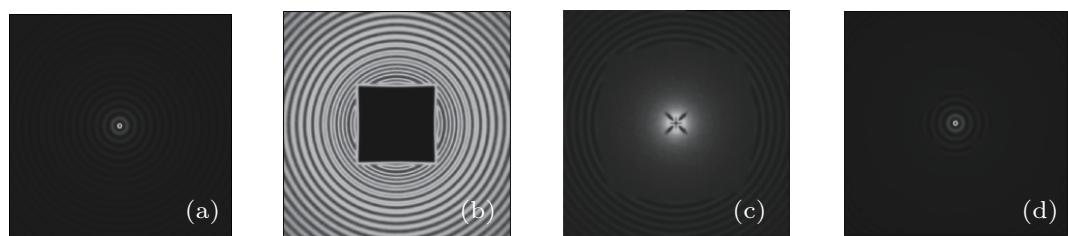


图 4 轴上直径为  $0.7 \text{ mm}$  的方形障碍物前后不同位置处的截面光强分布 (a)  $z = -25 \text{ mm}$ ; (b)  $z = 3 \text{ mm}$ ; (c)  $z = 77.864 \text{ mm}$ ; (d)  $z = 150 \text{ mm}$

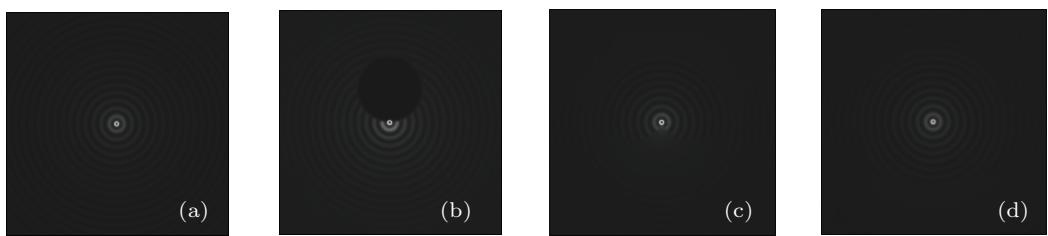


图 5 离轴障碍物前后不同位置处的截面光强分布 (a)  $z = -25 \text{ mm}$ ; (b)  $z = 3 \text{ mm}$ ; (c)  $z = 133.481 \text{ mm}$ ; (d)  $z = 150 \text{ mm}$

图 5 为直径为 0.6 mm 的圆形障碍物偏离光轴 0.3 mm 时的光强分布模拟图。由图 5 可见, 障碍物偏离光轴时, Bessel 光束仍然能够发生自重建现象, 只是最小自重建距离变为轴上最小自重建距离的两倍, 由(6)式计算得 133.481 mm.

#### 4 实验验证

按照模拟仿真建立的模型及参数设置实验光路, 光源使用经准直扩束的 He-Ne 激光, 障碍物采用印刷的菲林片, 以第一个障碍物所在位置为  $z$  轴起点, 利用体视显微镜和电荷耦合器件 (CCD) 成像系统拍摄截面光强分布, 如图 6 所示。实验中拍摄不同位置处的截面光强图对应于模拟仿真部分选

取的各位置, 且所用的障碍物尺寸与模拟参数一致。

图 7 为实验拍摄轴上圆形障碍物前后不同位置处截面光强图。可以看出, 在未放入方形障碍物时, 在  $z = -25 \text{ mm}$  处为完整的 Bessel 光分布, 当在 3 mm 处放上障碍物后 Bessel 光被部分遮挡, 随着传输距离的增大, 中心光斑发生了畸变, 在最小重建距离处刚好可见中心光斑, 在  $z = 150 \text{ mm}$  处 Bessel 光发生完整自重建现象, 与图 2 的模拟仿真结果符合得很好。在一次重建的基础上再次放入圆形障碍物, 也显示可与模拟结果符合的二次重建现象, 如图 8 所示 (与图 3 结果符合)。

在轴上放置方形障碍物和在轴外放置圆形障碍物, 实验结果图 9 和图 10 也都与模拟仿真结果图 4 和图 5 符合得很好。

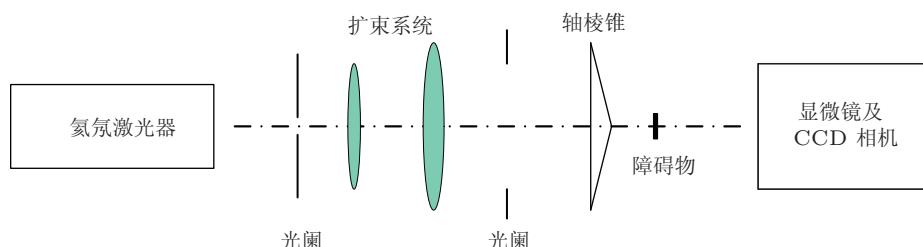


图 6 实验光路图

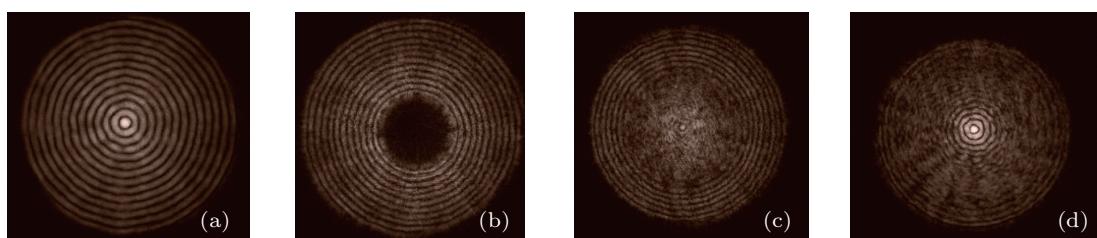


图 7 实验拍摄轴上圆形障碍物不同位置处截面光强 (a)  $z = -25 \text{ mm}$ ; (b)  $z = 3 \text{ mm}$ ; (c)  $z = 77.5 \text{ mm}$ ; (d)  $z = 150 \text{ mm}$

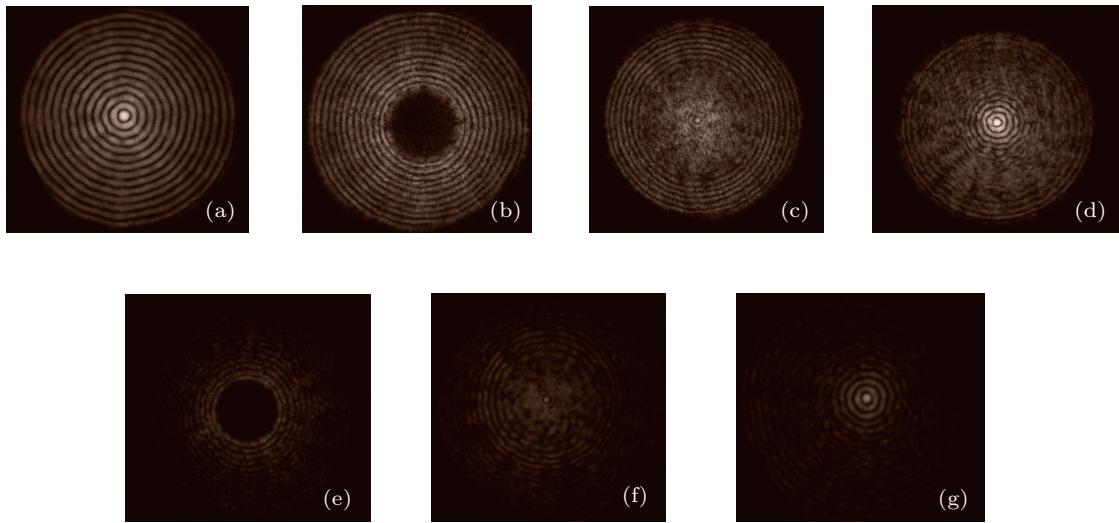


图 8 实验拍摄轴上圆形障碍物二次重建不同位置处的截面光强 (a)  $z = -25$  mm; (b)  $z = 3$  mm; (c)  $z = 77.5$  mm; (d)  $z = 150$  mm; (e)  $z = 153$  mm; (f)  $z = 216.5$  mm; (g)  $z = 300$  mm

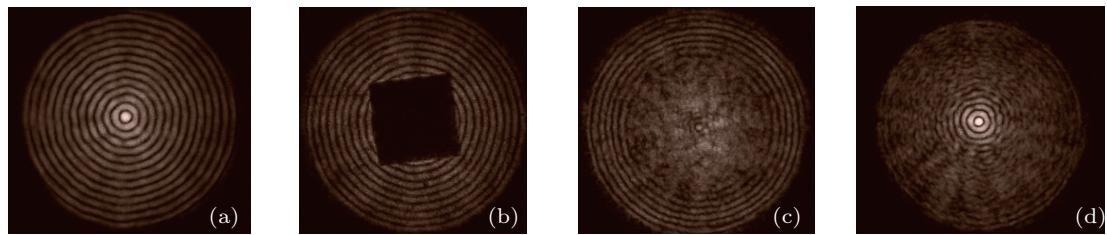


图 9 实验拍摄轴上方形障碍物不同位置处的截面光强 (a)  $z = -25$  mm; (b)  $z = 3$  mm; (c)  $z = 77.5$  mm; (d)  $z = 150$  mm

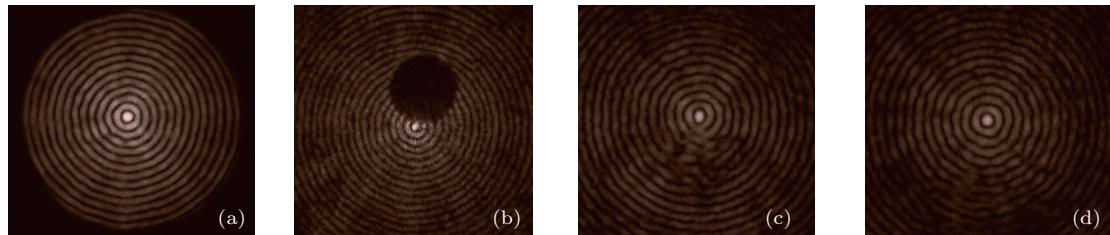


图 10 实验拍摄离轴圆形障碍物不同位置处的截面光强 (a)  $z = -25$  mm; (b)  $z = 3$  mm; (c)  $z = 133.5$  mm; (d)  $z = 150$  mm

## 5 结 论

依据 Hankel 波理论分析了 Bessel 光束的产生及自重建特性, 利用光学设计软件 ZEMAX 模拟了轴棱锥产生 Bessel 光束后经过轴上圆形障碍物、方形障碍物和离轴圆形障碍物后的光束传输特性,

模拟结果与理论分析预测符合, 表明轴棱锥产生的 Bessel 光束具有自重建特性。对模拟结果进行了严格的实验验证, 实验结果与模拟结果符合得很好, 体现出 ZEMAX 软件强大的仿真能力, 不但能够灵活、方便地进行建模仿真, 且仿真结果具有很高的准确性。研究结果对于利用 ZEMAX 软件研究 Bessel 光束的重建特性具有一定的现实意义。

- [1] Durnin J 1987 *J. Opt. Soc. Am. A* **4** 651  
[2] Durnin J, Miceli J J, Eberly J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1499  
[3] McGloin D, Dholakia K 2005 *Contemp. Phys.* **46** 15  
[4] Mazilu M, Stevenson D, Gunn-Moore F, Dholakia K 2009 *Laser Photon. Rev.* **4** 529  
[5] MacDonald R P, Boothroyd S A, Okamoto T, Chrostowski J, Syrett B A 1996 *Opt. Commun.* **122** 169  
[6] Bouchal Z, Wagner J, Chlup M 1998 *Opt. Commun.* **151** 207  
[7] Garces-Chavez V, McGloin D, Melville H, Sibbett W, Dholakia K 2002 *Nature* **419** 145  
[8] Liu B, Wu F T, Jiang X G 2008 *Chin. J. Lasers* **36** 379 (in Chinese)  
[9] 刘彬, 吴逢铁, 江新光 2008 中国激光 **36** 379  
[10] Wu F T, Jiang X G, Liu B, Qiu Z X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3125 (in Chinese) [吴逢铁, 江新光, 刘彬, 邱振兴 2009 物理学报 **58** 3125]  
[11] Zhang Q A, Wu F T, Zheng W T, Pu J X 2011 *Sci. Sin. G: Phys. Mech. Astron.* **41** 1131 (in Chinese) [张前安, 吴逢铁, 郑维涛, 蒲继雄 2011 中国科学 **41** 1131]  
[12] Wu F T, Ma L, Zhang Q A, Zheng W T, Pu J X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 014202 (in Chinese) [吴逢铁, 马亮, 张前安, 郑维涛, 蒲继雄 2012 物理学报 **61** 014202]

## Simulation and experimental confirmation on the reconstruction of Bessel beams\*

Fan Dan-Dan Zhang Qian-An Cheng Zhi-Ming Zheng Wei-Tao Wu Feng-Tie<sup>†</sup>

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

(Received 12 December 2011; revised manuscript received 9 January 2012)

### Abstract

The reconstruction property of the Bessel beam plays a significant role in the application of multi-plane micro-manipulation. We analyze the principle of the generation and the reconstruction of Bessel beam according to the Hankel wave theory; we also discuss the reconstructions of circular and square obstacles on-axial and off-axial of system in detail respectively. The generation of Bessel by axicon and the self-reconstruction property of Bessel beam after different kinds of obstacles are simulated by optical design software ZEMAX. Experimental result is used to confirm the simulation model, and it accords with the simulation very well. Therefore, we obtain a conclusion that the software ZEMAX can quickly and intuitively simulate the reconstruction of Bessel beam generated by axicon with high veracity.

**Keywords:** non-diffracting beam, reconstruction, Hankel wave theory, ZEMAX

**PACS:** 41.85.Ja, 42.15.-i, 42.25.-p

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60977068, 61178015), the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2012J01278), and the Key Project of Science and Technology of Quanzhou City, China (Grant No. 2011G9).

† E-mail: fengtie@hqu.edu.cn