一种新的参数估计方法及其在混沌信号盲分离中的应用*

王世元[1)] 冯久超[2)†]

1) (西南大学电子信息工程学院, 重庆 400715)

2) (华南理工大学电子与信息学院, 广州 510641)

(2011 年 12 月 14 日收到; 2012 年 2 月 26 日收到修改稿)

为了有效地估计非线性映射中的参数, 本文采用一种容积准则近似该映射的加权积分函数. 基于由状态空间模型建模的参数, 提出了一种新的参数估计方法. 混沌信号的盲分离是一种具有挑战性的参数估计问题. 将新的参数估计方法应用在该问题上, 实现混沌信号的有效重构. 仿真结果表明该算法具有较快的收敛速度和较高的数值精度, 并能有效地分离原始混沌信号.

关键词: 参数估计, 容积准则, 盲分离, 混沌信号

PACS: 05.45.–a, 05.45.Vx, 84.40.Ua

1 引 言

关于非线性函数中的参数识别可归纳为参数估计问题, 如盲信号分离、系统辨识、机器学习、神经网络的训练、混沌通信、基因预测等 [1−4]. 因此, 参数估计具有广阔的应用前景, 在信号处理、生物信息学等相关领域中被广泛研究 [4,5].

盲信号分离作为 20 世纪末信号处理领域的一个研究热点课题, 已被广泛应用各个领域中 [5]. 目前大多数盲分离方法是基于一定理论构造目标函数的自适应学习方法, 常用的目标函数包括负熵、高阶统计量、互信息量等统计特性 [5]. 然而混沌信号因具有对初始值敏感特性和宽频特性, 其统计特性不能由其非线性动力方程完全确定, 即基于统计特性的盲分离方法不能有效地分离混沌信号 [6], 目前有学者研究了混沌背景下的参数估计和信号分离 [7,8]. 因此关于混沌信号本身的盲分离是参数估计问题中的又一难点 [9]. 除此之外, 已有学者从产生混沌信号的动力学方程构建目标函数, 将自适应滤波器和传统的盲分离方法结合起来应用在混沌信号的盲分离中, 所采用的自适应滤波器包括卡尔曼滤波器 [10], 无先导卡尔曼滤波器 (unscented Kalman filter, UKF)[11] 等. 本文在此基础上, 进一步将容积准则和卡尔曼滤波器相结合, 提出一种新的参数估计方法, 以较高的数值精度和较快的收敛速度实现混沌信号的盲分离.

2 新的参数估计方法

参数估计 [12,13] 通常涉及到确定某个非线性映射 $\hat{\boldsymbol{d}}_k = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{w})$, 其中, $\boldsymbol{x}_k \in \boldsymbol{R}^{n_x}$ 为输入, $\hat{\boldsymbol{d}}_k \in \boldsymbol{R}^{n_d}$ 为输出, k 为离散时间, $\boldsymbol{f}(\cdot)$ 为由参数向量 $\boldsymbol{w}$ 确定的非线性映射. 参数估计的任务是由包含已知输入和期望输出的训练集 $\{\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{d}_k\}$ 确定参数向量 $\boldsymbol{w}$, 如图 1 所示. 估计误差即为 $\boldsymbol{e}_k = \boldsymbol{d}_k - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{w})$. 参数估计的目标是使该误差的某种函数值最小 [13]. 因此, 将该问题采用如

* 国家自然科学基金 (批准号: 61101232, 60872123, U0835001) 和西南大学博士基金 (批准号: SWU111027) 资助的课题.

† E-mail: fengjc@scut.edu.cn

下所示的状态空间模型表示, 即可采用某种自适应滤波算法实现其参数估计:

$$\boldsymbol{w}_k = \boldsymbol{w}_{k-1} + \boldsymbol{q}_{k-1}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{d}_k = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{w}_k) + \boldsymbol{e}_k, \tag{2}$$

其中, $\boldsymbol{w}_k \in \boldsymbol{R}^{n_w}$ 建模为由过程噪声 $\boldsymbol{q}_k$ (其均值为 0, 协方差矩阵为 $\boldsymbol{Q}_k$ 的高斯随机向量) 驱动的平稳过程, 其状态转移矩阵为单位矩阵; $\boldsymbol{d}_k \in \boldsymbol{R}^{n_d}$ 为关于 $\boldsymbol{w}_k$ 的非线性观测向量, 估计误差 $\boldsymbol{e}_k$ 为均值为 0, 协方差矩阵为 $\boldsymbol{R}_k^{\mathrm{e}}$ 的高斯随机变量. 在贝叶斯滤波体系中, 后验概率密度提供了状态在此时刻完整的统计描述. 因此, 参数向量 $\boldsymbol{w}_k$ 的估计建立在后验概率密度 $p(\boldsymbol{w}_k|\boldsymbol{d}_{1:k})$ 估计的基础上, 其中 $\boldsymbol{d}_{1:k}$ 表示从离散时间 1 到 k 的观测向量. 后验概率密度函数的计算是以观测序列为基础递归计算得到的. 利用贝叶斯滤波对参数向量 $\boldsymbol{w}_k$ 的估计等价为多维加权积分的计算, 其积分形式可归纳为非线性函数 × 高斯函数 [14,15].

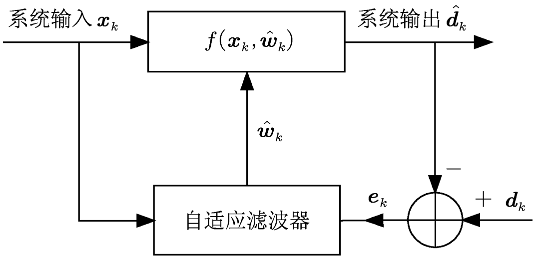

图 1 参数估计框图

考虑如下所示的 $n_{\boldsymbol{w}}$ 维随机向量 $\boldsymbol{w}$ 在满足高斯分布情况下的加权积分函数

$$I(\boldsymbol{f}) = \int_{\boldsymbol{R}^{n_{\boldsymbol{w}}}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{w}) p(\boldsymbol{w}) \mathrm{d}\boldsymbol{x}, \tag{3}$$

其中, $\boldsymbol{f}(\cdot)$ 为某个非线性函数. 权重函数 $p(\boldsymbol{w})$ 为高斯概率密度函数, 如果随机向量 $\boldsymbol{w}$ 的均值为 $\bar{\boldsymbol{w}}$, 协方差矩阵为 $\boldsymbol{P}$, 则将权重函数表示为 $p(\boldsymbol{w}) = \boldsymbol{N}(\boldsymbol{w}; \bar{\boldsymbol{w}}, \boldsymbol{P})$. (3) 式即为随机向量 $\boldsymbol{w}$ 通过非线性函数后的数学期望. 如果权重函数 $p(\boldsymbol{w})$ 为 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{w}; 0, 1)$, 则该加权积分函数可由 m 点的数值积分方法近似表示为 [16]

$$I(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{w})) \approx \sum_{i=1}^{m} \omega_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\zeta}_i), \tag{4}$$

其中, $\boldsymbol{\zeta}_i$ 为积分点集, ω_i 为相应的权重.

自由度为 3 的球形 - 径向容积准则 [14,15] (third-degree spherical-radial cubature rule) 提供了一种计算积分点 $\boldsymbol{\zeta}_i$ 和权重 ω_i 的有效方法, 如下所示:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\zeta}_i &= \sqrt{n_{\boldsymbol{w}}} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \cdots, \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}, \right. \\ &\left. \begin{pmatrix} -1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \cdots, \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ -1 \end{pmatrix} \right\}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\omega_i = \frac{1}{m}, \quad i = 1, 2, \cdots, m = 2n_{\boldsymbol{w}}. \tag{6}$$

假定该后验概率密度 $p(\boldsymbol{w}_k|\boldsymbol{d}_{1:k})$ 满足高斯分布 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{w}_k; \bar{\boldsymbol{w}}_k, \boldsymbol{P}_k)$, 即 $\boldsymbol{w}_k$ 的均值为 $\bar{\boldsymbol{w}}_k$, 协方差矩阵为 $\boldsymbol{P}_k$. 为了利用 (4)—(6) 式的数值积分方法估计参数 $\boldsymbol{w}_k$, 需首先采用线性变换 $\boldsymbol{z}_k = (\sqrt{\boldsymbol{P}_k})^{-1}(\boldsymbol{w}_k - \bar{\boldsymbol{w}}_k)$ 将随机向量 $\boldsymbol{w}_k$ 变换为满足概率分布 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{z}_k; 0, 1)$ 的标准高斯过程 $\boldsymbol{z}_k$. 原随机向量 $\boldsymbol{w}_k$ 可表示为

$$\boldsymbol{w}_k = \sqrt{\boldsymbol{P}_k} \boldsymbol{z}_k + \bar{\boldsymbol{w}}_k. \tag{7}$$

由 (4) 式, 随机向量 $\boldsymbol{w}_k$ 在非线性函数 $\boldsymbol{f}(\cdot)$ 的数学期望可近似表示为

$$I(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{w}_k)) \approx \sum_{i=1}^{m} \omega_i \boldsymbol{f}\left(\sqrt{\boldsymbol{P}_k} \boldsymbol{\zeta}_i + \bar{\boldsymbol{w}}_k\right). \tag{8}$$

基于该容积准则的近似结果 (8) 式为多维加权积分提供了一种高效的数值积分方法, 将其应用在贝叶斯滤波体系中构成容积卡尔曼滤波器 (cubature Kalman filter, CKF)[14,15]. 然而, 在 CKF 算法的运行过程中, 误差协方差矩阵可能会失去对称性和正定性, 从而导致算法发散 [13]. 基于矩阵分解, 在算法更新中传递误差协方差矩阵的平方根矩阵, 而非其本身, 达到提高算法稳定性和精度的目的. 本文采用 QR 分解. 假定误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的平方根矩阵为 $\boldsymbol{B}$, 该平方根矩阵的 QR 分解为 $\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{QR}$, 其中 $\boldsymbol{R}$ 为上三角矩阵, $\boldsymbol{Q}$ 为正交矩阵. 则原误差协方差矩阵可写为

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{QR} = \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} = \boldsymbol{SS}^{\mathrm{T}}, \tag{9}$$

其中, $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}$. 则 $\boldsymbol{S}$ 为三角矩阵, 其元素的稀疏性减少了存储空间, 进而提高了计算效率.

基于状态空间模型 (1) 式和 (2) 式, 将该 QR 分解 (9) 式应用到 CKF 算法中, 即构成了本文的新的参数估计方法, 这里称之为基于平方根容积卡尔曼滤波器的参数估计 (parameter estimation based on square-root cubature Kalman filter, PESCKF). 该算法由时间更新和观测更新两阶段构成.

假设某一向量表示为 $\boldsymbol{a}$, 在下面的算法描述中, 均采用 $\hat{\boldsymbol{a}}_{k|k-1}$ 表示该向量的预测值, $\boldsymbol{S}_{k|k-1}$ 表示相应协方差矩阵的平方根矩阵; $\hat{\boldsymbol{a}}_{k|k}$ 表示该向量的估计值, $\boldsymbol{S}_{k|k}$ 表示相应协方差矩阵的平方根矩阵.

参数的时间更新

步骤 1 预测参数的估计

$$\hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1} = \hat{\boldsymbol{w}}_{k-1|k-1}. \tag{10}$$

步骤 2 预测误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k|k-1}$ 的平方根矩阵

$$\boldsymbol{S}_{k|k-1}^{\mathrm{T}} = \mathrm{qr}\{[\boldsymbol{S}_{k|k} \quad \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{Q},k-1}]^{\mathrm{T}}\}, \tag{11}$$

其中, $\mathrm{qr}\{\cdot\}$ 表示 QR 分解, 其返回值为 (9) 式中的上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$. $\boldsymbol{S}_{k|k-1}$ 表示更新参数的误差协方差矩阵的平方根矩阵, $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{Q},k-1}$ 表示过程噪声协方差矩阵的平方根矩阵, 即 $\boldsymbol{Q}_{k-1} = \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{Q},k-1}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{Q},k-1}^{\mathrm{T}}$.

参数的观测更新

因 (2) 式为参数向量的非线性函数, 在应用容积准则计算其经过非线性函数后的统计特征时, 需首先采用线性变换 (7) 式将预测参数向量转换为标准高斯随机变量. 然后将 (10) 式和 (11) 式中的结果设置为 (7) 式中的均值和协方差矩阵的平方根矩阵, 即 $\bar{\boldsymbol{w}}_k = \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1}$, $\sqrt{\boldsymbol{P}_k} = \boldsymbol{S}_{k|k-1}$.

步骤 3 根据 (7) 式, 计算容积点

$$\begin{aligned}\boldsymbol{W}_{i,k|k-1} &= \boldsymbol{S}_{k|k-1}\boldsymbol{\zeta}_i + \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1},\\ &\quad i = 1, 2, \cdots, m = 2n_{\boldsymbol{w}}.\end{aligned} \tag{12}$$

步骤 4 传播容积点

$$\begin{aligned}\boldsymbol{D}_{i,k|k-1} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{W}_{i,k|k-1}),\\ &\quad i = 1, 2, \cdots, m = 2n_{\boldsymbol{w}}.\end{aligned} \tag{13}$$

步骤 5 根据 (8) 式, 估计预测观测值

$$\hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{D}_{i,k|k-1}. \tag{14}$$

步骤 6 新息协方差矩阵的平方根矩阵 $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{d}d,k|k-1}$,

$$\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}^{\mathrm{T}} = \mathrm{qr}([\boldsymbol{D}_{k|k-1} \quad \boldsymbol{S}_{R,k}]^{\mathrm{T}}), \tag{15}$$

其中, $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}$ 表示估计误差协方差矩阵的平方根矩阵, 即 $\boldsymbol{R}_k^e = \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}^{\mathrm{T}}$; 新息的加权中心矩阵为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{D}_{k|k-1} = \frac{1}{\sqrt{m}}[&\boldsymbol{D}_{1,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1} \quad \boldsymbol{D}_{2,k|k-1}\\ &-\hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1} \cdots \boldsymbol{D}_{m,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1}].\end{aligned} \tag{16}$$

步骤 7 互协方差矩阵

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{wd},k|k-1} = \boldsymbol{W}_{k|k-1}\boldsymbol{D}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}, \tag{17}$$

其中参数向量的加权中心矩阵为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{W}_{k|k-1} = \frac{1}{\sqrt{m}}[&\boldsymbol{W}_{1,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1} \quad \boldsymbol{W}_{2,k|k-1}\\ &-\hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1} \cdots \boldsymbol{W}_{m,k|k-1}\\ &-\hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1}].\end{aligned} \tag{18}$$

步骤 8 卡尔曼增益

$$\boldsymbol{G}_k = \left(\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{wd},k|k-1}/\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}^{\mathrm{T}}\right)/\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}. \tag{19}$$

其中, “/” 表示矩阵右除.

步骤 9 参数估计

$$\hat{\boldsymbol{w}}_{k|k} = \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1} + \boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{d}_k - \hat{\boldsymbol{d}}_{k|k-1}). \tag{20}$$

步骤 10 参数估计误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k|k}$ 的平方根矩阵 (见附录)

$$\boldsymbol{S}_{k|k}^{\mathrm{T}} = \mathrm{qr}([\boldsymbol{W}_{k|k-1} - \boldsymbol{G}_k\boldsymbol{D}_{k|k-1} \quad \boldsymbol{G}_k\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}]^{\mathrm{T}}). \tag{21}$$

从 PESCKF 算法的描述中, 可以发现该算法具有以下优点: 1) 算法的更新是基于误差协方差矩阵的平方根矩阵, 因此可提高算法的数值稳定性和数值精度 (因为矩阵平方根的条件数小于矩阵自身的条件数); 2) 仅在观测更新中应用容积准则, 与 CKF 算法相比, 降低了计算复杂度.

3 混沌信号盲分离

图 2 为盲信号分离的原理框图, 其中, k 时刻的未知源向量 $\boldsymbol{s}_k = [s_{1,k}, s_{2,k}, \cdots, s_{n,k}]^{\mathrm{T}}$ 经未知混合矩阵 $\boldsymbol{A} = (a_{ij})_{n\times n}$ 混合得到观测向量 $\boldsymbol{x}_k = [x_{1,k}, x_{2,k}, \cdots, x_{n,k}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{e}_k = [e_{1,k}, e_{2,k}, \cdots, e_{n,k}]^{\mathrm{T}}$ 为加性噪声向量, 即

$$\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}_k + \boldsymbol{e}_k. \tag{22}$$

混合信号向量 $\boldsymbol{x}_k$ 经分离系统 $\boldsymbol{W} = (w_{ij})_{n\times n}$ 得到源信号的重构信号 $\hat{s}_k$, 即

$$\hat{\boldsymbol{s}}_k = \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}_k. \tag{23}$$

由观测向量 $\boldsymbol{x}_k$ 估计出源信号或混合矩阵即构成了盲信号分离的任务. 盲信号分离方法通常可分为一步法和两步法 [5,17]. 一步法是基于某种误差函数最小的前提下实现源信号的分离; 两步法首先采用白化预处理使得各分量互不相关, 然后通过正交

变换分离出各个源信号. 本文主要结合 PESCKF 算法讨论一步法实现混沌信号的盲分离.

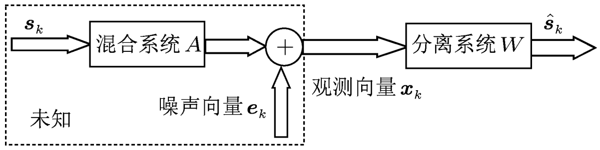

图 2 盲信号分离原理框图

不失一般性, 假定第 j 个源信号是由以下已知混沌映射产生:

$$s_{j,k}=f(s_{j,k-1},\lambda),\quad j=1,2,\cdots,n, \tag{24}$$

其中 n 为源信号的个数, λ 为系统参数. 由于这里讨论的是混沌信号的盲分离问题, 所以选择该非线性函数的系统参数 λ 使得生成序列为混沌序列.

k 时刻, 分离系统 $\boldsymbol{W}$ 中用于分离第 j 个源信号的分离向量 $\boldsymbol{w}_{j,k}=[w^j_{1,k},w^j_{2,k},\cdots,w^j_{n,k}]^{\mathrm{T}}$, 则重构信号为 $\hat{s}_{j,k}=\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}_{j,k}\boldsymbol{x}_k$.

基于状态空间模型 (1) 式和 (2) 式, 将该盲信号分离问题重新改写为如下状态空间模型:

$$\boldsymbol{w}_{j,k}=\boldsymbol{w}_{j,k-1}+\boldsymbol{q}_{k-1}, \tag{25}$$

$$0=f(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}_{j,k}\boldsymbol{x}_{k-1})-d_{j,k}+e_k, \tag{26}$$

(23) 式和 (24) 式可知 $d_{j,k}=\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}_{j,k}\boldsymbol{x}_k$, 此时观测值始终为 0. 采用上节所述的参数估计方法, 使得估计误差函数 $J(\boldsymbol{w}_j)=\sum_{t=1}^{k}(d_{j,t}-f(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}_{j,t}\boldsymbol{x}_{t-1}))^2/R^e$ 最小 (R^e 为估计误差 e_k 的方差). 根据新的状态空间模型 (25) 式和 (26) 式, 将上节算法步骤 4 中容积点的传播改为

$$\boldsymbol{D}_{i,k|k-1}=f(\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}_{i,k|k-1}\boldsymbol{x}_{k-1})-\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}_{i,k|k-1}\boldsymbol{x}_k,\quad i=1,2,\cdots,m. \tag{27}$$

步骤 9 的参数估计改为

$$\hat{\boldsymbol{w}}_{j,k|k}=\hat{\boldsymbol{w}}_{j,k|k-1}+\boldsymbol{G}_k(0-\hat{\boldsymbol{d}}_{j,k|k-1}). \tag{28}$$

在其他步骤保持不变的情况下, 由估计的参数 $\hat{\boldsymbol{w}}_{j,k|k}$ 即可恢复第 j 个源信号 $\hat{s}_j=\hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}_{j,k|k}\boldsymbol{x}_k$.

4 仿真结果与比较

定义矩阵 $\boldsymbol{W}=(w_{ij})_{n\times n}$ 性能指数 (performance index, PI)[5,17], 如下所示:

$$\mathrm{PI}_W=\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{|w_{ik}|}{\max_j|w_{ij}|}-1\right)+\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{|w_{ki}|}{\max_j|w_{ji}|}-1\right)\right\}, \tag{29}$$

其中 w_{ij} 为矩阵 $\boldsymbol{W}$ 的元素; $\max_j|w_{ij}|$ 表示 $\boldsymbol{W}$ 的第 i 行元素绝对值中的最大值; $\max_j|w_{ji}|$ 表示 $\boldsymbol{W}$ 的第 i 列元素绝对值中的最大值. 如果矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和矩阵 $\boldsymbol{B}$ 相等, 则 $\mathrm{PI}_A=\mathrm{PI}_B$.

定义信号分离的均方误差, 如下所示:

$$\mathrm{MSE(dB)}=10\lg\left(\sum_{k=1}^{N}|s_{j,k}-\hat{s}_{j,k}|^2/N\right), \tag{30}$$

其中 N 为迭代的总步数. 均方误差越小, 分离后的信号与源信号越接近.

通过对混沌信号的盲分离, 将本文的 PESCKF 算法与无先导卡尔曼滤波器 (unscented Kalman filter, UKF) 算法进行仿真实验比较. 考虑无噪声和有噪声两种仿真环境.

4.1 无噪声环境

在无噪声环境下, 考虑混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为非奇异矩阵, 并将所有的混沌映射的初值取为混沌区域内的随机数. 当分离矩阵 $\boldsymbol{W}=\boldsymbol{A}^{-1}$ 时, 能够正确重构源信号. 因此将 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 的性能指数作为标准性能指数. 正确重构时, 分离矩阵的性能指数为 $\mathrm{PI}_{\boldsymbol{W}}=\mathrm{PI}_{\boldsymbol{A}^{-1}}$.

考虑如下两个源信号: Chebshev 映射和 Logistic 映射:

$$x_k=\cos(\lambda_1\cos^{-1}(x_{k-1})),\lambda_1\in[2,4], \tag{31}$$

$$x_k=1-\lambda_2x^2_{k-1},\lambda_2\in[1.6,2], \tag{32}$$

其中混沌参数设置为 $\lambda_1=4,\lambda_2=1.8$. 此时, 混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 选为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1.1 & 0.1\\ -0.3 & 1.2\end{bmatrix}, \tag{33}$$

其中 $\boldsymbol{A}$ 所对应的标准性能指数为 $\mathrm{PI}_{\boldsymbol{A}^{-1}}=0.2235$.

两种算法的过程噪声方差设置为 $\boldsymbol{Q}_k=\mathrm{diag}([10^{-6}\quad 10^{-6}])$. 图 3 显示了采用本文新的参数估计方法和 UKF 算法对 Chebshev 映射和 Logistic 映射盲分离过程的性能指数和标准性能指数. 从该图中可以看出, 相比于 UKF 算法, 新的 PESCKF 算法具有较快的收敛速度, 同时, 两种算法估计的分离矩阵的性能指数均能收敛到标准性能指数 0.2235. 表 1 显示了两种算法对两种混沌信号盲分离的均方误差比较. 从表 1 中可以看出,

经 PESCKF 算法分离后两种混沌映射的均方误差均小于 UKF 算法. 综合图 3 和表 1, PESCKF 算法在收敛速度和估计精度上均优于 UKF 算法, 能够有效地重构原始混沌信号, 实现信号分离.

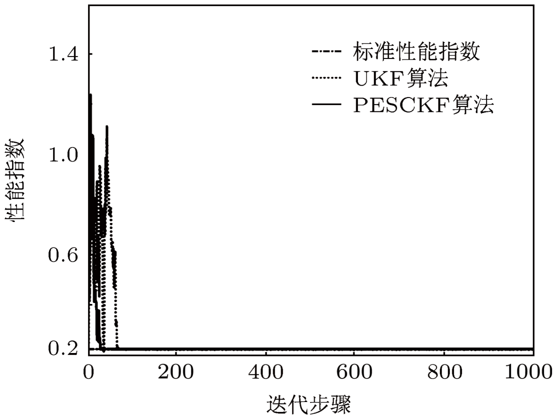

图 3 基于 Chebshev 映射和 Logistic 映射, PESCKF 算法和 UKF 算法分离矩阵的性能指数

表 1 Chebshev 和 Logistic 映射分离后的 MSE (dB) 比较

混沌信号	PESCKF 算法 (MSE/dB)	UKF 算法 (MSE/dB)
Chebyshev	–73.9627	–70.3100
Logisitic	–79.4722	–79.2875

考虑如下所示第二种 Logistic 映射

$$x_k = \lambda_3 x_{k-1}(1 - x_{k-1}), \quad \lambda_3 \in [3.7, 4], \tag{34}$$

其中混沌参数设置为 $\lambda_3 = 3.9$. 将其与第一种 Logistic 映射 (32) 式采用相同的混合矩阵 (33) 式混合.

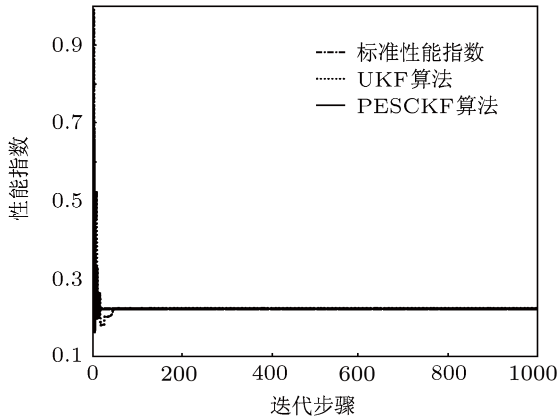

图 4 基于两种 Logistic 映射, PESCKF 算法和 UKF 算法分离矩阵的性能指数

算法的参数设置与前一种情况相同, 图 4 和表 2 分别显示了采用 PESCKF 算法和 UKF 算法对两种 Logistic 映射盲分离过程分离矩阵的性能指数和均方误差. 从图 4 和表 2 中可以得到与图 3 和表 1 相同的结论, 即与 UKF 算法相比, PESCKF 算法具有较快收敛速度和较高的估计精度.

表 2 两种 Logistic 映射分离后的 MSE (dB) 比较

混沌信号	PESCKF 算法 (MSE/dB)	UKF 算法 (MSE/dB)
Logistic1	–86.1038	–84.0351
Logistic2	–78.2942	–76.3121

考虑如下所示第三种 Logistic 映射:

$$x_k = \lambda_4 \sin(\pi x_{k-1}), \quad \lambda_4 \in [1.0, 1.4], \tag{35}$$

其中混沌参数设置为 $\lambda_4 = 1.2$. 将其与前两种 Logistic 映射混合, 混合矩阵为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 1.2 & 0.1 \\ -0.3 & 0.1 & 1.0 \end{bmatrix}. \tag{36}$$

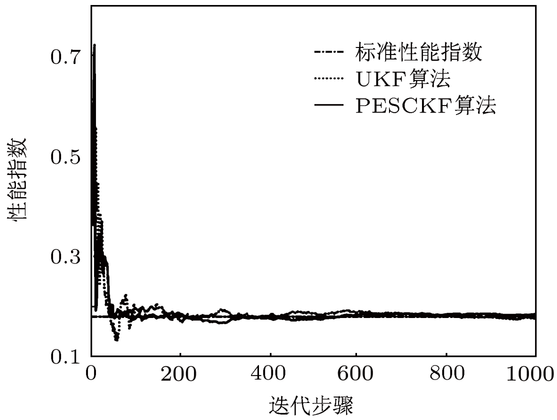

图 5 基于三种 Logistic 映射, PESCKF 算法和 UKF 算法分离矩阵的性能指数

表 3 三种 Logistic 映射分离后的 MSE (dB) 比较

混沌信号	PESCKF 算法 (MSE/dB)	UKF 算法 (MSE/dB)
Logistic1	–65.5612	–63.0237
Logistic2	–60.0656	–56.2545
Logistic3	–44.9054	–41.3212

算法的参数设置与前两种情况相同. 混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 所对应的标准性能指数为 0.1806. 图 5 和表 3 显示了采用 PESCKF 算法和 UKF 算法对三种 Logistic 映射盲分离过程分离矩阵的性能指数和均方误差. 从图 5 可以看出, 两种算法估计的分离矩阵的性能指数均能收敛到标准性能指数 0.1806, PESCKF 算法的收敛速度较快. 结合表 3 和图 5 可

以看出, 当三个混沌信号混合时, PESCKF 算法同样具有较快的收敛速度, 能够有效地重构原始混沌信号, 且性能优于 UKF 算法.

4.2　有噪声环境

在有噪声的环境下, 源信号上叠加的噪声方差 $\boldsymbol{R}_k^e$ 由信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 决定. 采用 (33) 式混合矩阵混合 Chebyshev 映射 (31) 式和 Logistic 映射 (32) 式, 其参数设置为 $\lambda_1 = 4$, $\lambda_2 = 1.8$. 基于 PESCKF 算法和 UKF 算法, 实现该混合信号在不同信噪比下的盲分离, 其中算法的过程噪声方差设置为 $\boldsymbol{Q}_k = \mathrm{diag}([10^{-6} \quad 10^{-6}])$. 图 6 和图 7 分别显示了两种混沌映射在 PESCKF 算法和 UKF 算法下盲分离后的均方误差 (MSE) 随信噪比 (SNR) 变化的曲线.

从图 6 和图 7 中, 可以看出, 本文提出的 PESCKF 算法对混沌信号盲分离后的均方误差均低于 UKF 算法, 即 PESCKF 算法比 UKF 算法更能有效地重构原始混沌信号, 实现信号分离.

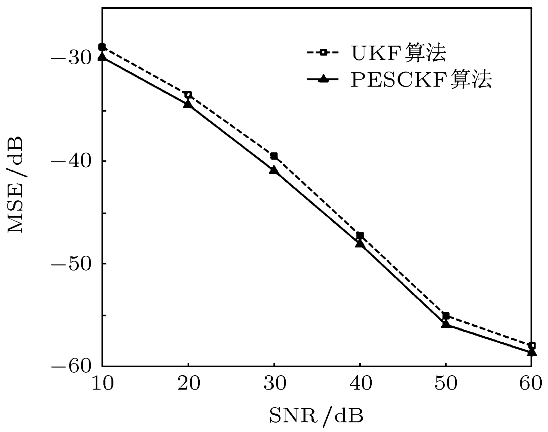

图 6　Chebshev 映射的 MSE 随 SNR 变化的曲线

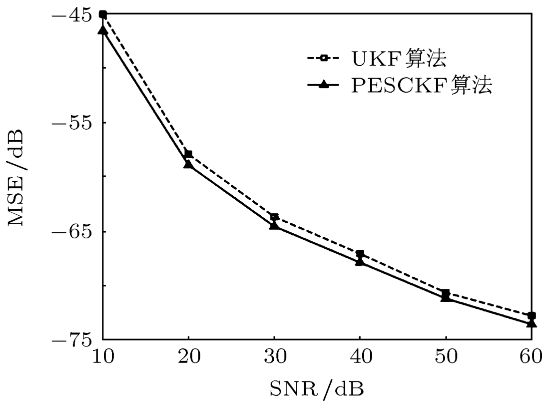

图 7　Logistic 映射的 MSE 随 SNR 变化的曲线

图 8 显示了, 在 SNR = 60 dB 时, PESCKF 算法和 UKF 算法关于 Chebshev 映射和 Logistic 映射盲分离过程中的性能指数. 从图 8 中可以看出, 在有噪声的情况下, 与 UKF 算法相比 PESCKF 算法同样具有较快的收敛速度.

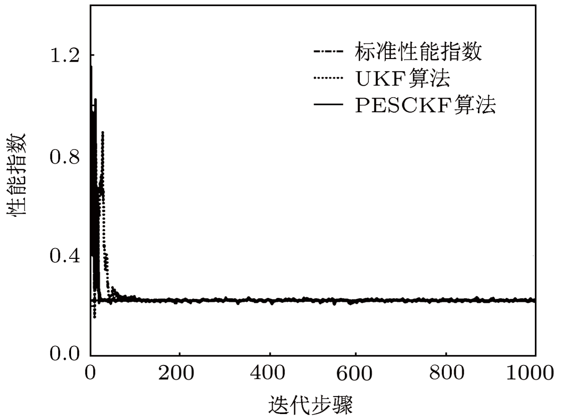

图 8　基于 Chebshev 映射和 Logistic 映射, 当 SNR = 60 dB 时 PESCKF 和 UKF 算法分离矩阵的性能指数

5 结　论

利用容积准则近似加权积分函数, 本文提出了一种新的参数估计方法. 该方法是基于贝叶斯滤波理论, 将参数估计问题描述为状态空间模型, 利用容积准则和卡尔曼滤波算法框架有效地重构了模型中的参数. 选用混沌信号的盲信号分离问题验证新的参数估计方法的有效性. 仿真结果表明, 新的参数估计方法具有较快的收敛速度, 在无噪声和有噪声的环境下均能够有效地重构原始混沌信号, 实现信号分离. 进一步, 只要建立起合适的状态空间模型, 本文提出的参数估计方法同样能够有效地应用在系统辨识、基因编码区的预测和神经网络的训练等问题中.

附　录

下面利用容积准则和误差协方差矩阵的更新推导 (21) 式.

由参数向量的加权中心矩阵 (18) 式可得

$$\boldsymbol{W}_{k|k-1}\boldsymbol{W}_{k|k-1}^{\mathrm{T}} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(\boldsymbol{W}_{i,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1}) \times(\boldsymbol{W}_{i,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{w}}_{k|k-1})^{\mathrm{T}}. \quad \text{(A1)}$$

基于容积点 (12) 式, 代入上式可得

$$\boldsymbol{W}_{k|k-1}\boldsymbol{W}_{k|k-1}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{S}_{k|k-1}\Big(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{\zeta}_i\boldsymbol{\zeta}_i^{\mathrm{T}}\Big)\boldsymbol{S}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}. \quad \text{(A2)}$$

因为 $\left(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{\zeta}_i\boldsymbol{\zeta}_i^{\mathrm{T}}\right)=\boldsymbol{I}_{n_w}$, 所以

$$\boldsymbol{W}_{k|k-1}\boldsymbol{W}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{S}_{k|k-1}\boldsymbol{S}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{P}_{k|k-1}. \tag{A3}$$

因为新息协方差矩阵满足对称性, 则由卡尔曼增益方程 (19) 式可得

$$\boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{G}_k^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{wd},k|k-1}^{\mathrm{T}}=0. \tag{A4}$$

估计误差协方差矩阵的非平方根形式为

$$\boldsymbol{P}_{k|k}=\boldsymbol{P}_{k|k-1}-\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}\boldsymbol{G}_k^{\mathrm{T}}. \tag{A5}$$

其中, $\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{d}d,k|k-1}=\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{d}d,k|k-1}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}^{\mathrm{T}}$. 则将 (19) 式代入 (A5) 式, 得

$$\boldsymbol{P}_{k|k}=\boldsymbol{P}_{k|k-1}-\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{wd},k|k-1}\boldsymbol{G}_k^{\mathrm{T}}. \tag{A6}$$

将 (A4) 式加到 (A6) 式, 整理后可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{k|k}=\;&\boldsymbol{P}_{k|k-1}-\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{wd},k|k-1}\boldsymbol{G}_k^{\mathrm{T}}\\&+\boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{G}_k^{\mathrm{T}}\\&-\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{wd},k|k-1}^{\mathrm{T}}.\end{aligned} \tag{A7}$$

由新息协方差矩阵的平方根 (15) 式可得

$$\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{dd},k|k-1}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{D}_{k|k-1}\boldsymbol{D}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}^{\mathrm{T}}. \tag{A8}$$

将 (17), (A3), (A8) 式代入 (A7) 式, 得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{k|k}&=\boldsymbol{W}_{k|k-1}\boldsymbol{W}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{W}_{k|k-1}\boldsymbol{D}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_k^{\mathrm{T}}\\&\quad+\boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{D}_{k|k-1}\boldsymbol{D}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{G}_k^{\mathrm{T}}\\&\quad-\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{D}_{k|k-1}\boldsymbol{W}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}\\&=[\boldsymbol{W}_{k|k-1}-\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{D}_{k|k-1}\quad \boldsymbol{G}_k\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}]\\&\quad\times[\boldsymbol{W}_{k|k-1}-\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{D}_{k|k-1}\quad \boldsymbol{G}_k\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{R},k}]^{\mathrm{T}}.\end{aligned} \tag{A9}$$

因为 $\boldsymbol{P}_{k|k}=\boldsymbol{S}_{k|k}\boldsymbol{S}_{k|k}^{\mathrm{T}}$, 则由上式和 QR 分解原理 (9) 式可得 (21) 式.

[1] Haykin S 2001 *Kalman Filtering and Neural Networks* (New York: John Wiley & Sons, Inc.) p128

[2] Feng J C, Tse C K 2001 *Phys. Rev.* E **63** 026202

[3] Feng J C, Tse C K, Lau C M 2003 *IEEE Trans. Circuits Syst.* Part I **50** 954

[4] Wang S Y, Tian F C, Liu X, Wang J 2009 *IEEE Signal Process. Lett.* **16** 275

[5] Shi X Z 2008 *Blind Signal Processing: Theory and Practice* (Shanghai: Shanghai Jiaotong University Publishing house) p5 (in Chinese) [史习智 2008 盲信号处理: 理论与实践 (上海: 上海交通大学出版社) 第 5 页]

[6] Wang B Y, Zheng W X 2006 *IEEE Tran. Circuits Syst.* Part Ⅱ **53** 143

[7] Chen Z, Zeng Y C, Fu Z J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 46 (in Chinese) [陈争, 曾以成, 付志坚 2008 物理学报 **57** 46]

[8] Wang F P, Wang Z J, Guo J B 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 474 (in Chinese) [汪芙平, 王赞基, 郭静波 2002 物理学报 **51** 474]

[9] Li X X, Feng J C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 701 (in Chinese) [李雪霞, 冯久超 2007 物理学报 **56** 701]

[10] Lv Q, Zhang X D, Jia Y 2005 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing* Pennsylvania, USA, March 18–23, 2005 p257

[11] Hu Z H, Feng J C 2010 *Journal of Southwest University (Nature Science Edition)* **32** 146 (in Chinese) [胡志辉, 冯久超 2010 西南大学学报 (自然科学版) **32** 146]

[12] Merwe R V D, Wan E A 2001 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing* Utah, USA, May7–11, 2001 p3461

[13] Arasaratnam I, Haykin S 2008 *IEEE Tran. Signal Process* **56** 2589

[14] Arasaratnam I, Haykin S 2009 *IEEE Tran. Automatic Cont.* **54** 1254

[15] Arasaratnam I, Haykin S 2011 *Automatica* **47** 2245

[16] Arasaratnam I, Haykin S, Elliott R J 2007 *Proc. IEEE* **95** 953

[17] Zhu X L, Zhang X D 2002 *IEEE Signal Process Lett.* **9** 432

A novel method of estimating parameter and its application to blind separation of chaotic signals*

Wang Shi-Yuan[1)] Feng Jiu-Chao[2)†]

1) (*School of Electronic and Information Engineering, Southwest University, Chongqing* 400715*, China*)

2) (*School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou* 510641*, China*)

(Received 14 December 2011; revised manuscript received 26 February 2012)

Abstract

To estimate effectively parameters of nonlinear mapping, a cubature rule is used to approximate the weighted integral of this mapping. In this paper, based on these parameters modeled by a state-space model, a novel parameter estimation is proposed. Blind separation of chaotic signals is a challenging problem. The proposed method is used to solve this problem to achieve the effective reconstruction of chaotic signals. Simulation results indicate that the proposed method has a faster convergence speed and a higher numerical accuracy, and can effectively separate original chaotic signals.

Keywords: parameter estimation, cubature rule, blind separation, chaotic signal

PACS: 05.45.–a, 05.45.Vx, 84.40.Ua

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61101232, 60872123, U0835001), and the Doctoral Fund of Southwest University, China (Grant No. SWU111027).

† E-mail: fengjc@scut.edu.cn