

# 螺旋光束经过振幅型衍射光学元件的传输特性 及其拓扑电荷数的测量

辛璟焘 高春清<sup>†</sup> 李辰 王铮

(北京理工大学光电学院, 光电子研究所, 北京 100081)

(2012年2月7日收到; 2012年2月28日收到修改稿)

本文提出了一种利用空间光调制器生成杨氏双缝和三角孔等振幅型衍射光学元件的方法. 利用平面波角谱衍射公式和柯林斯公式研究了螺旋光束经过这两种衍射元件后的传输特性, 并利用杨氏双缝和三角孔实现了螺旋光束拓扑电荷数的测量. 由于空间光调制器可以方便和高精度地改变光学器件的几何尺寸和所在的空间位置, 因此可便捷地实现螺旋光束拓扑电荷数的测量.

**关键词:** 螺旋光束, 衍射, 拓扑电荷数, 空间光调制器

**PACS:** 42.25.Kb, 42.50.Ex, 42.87.Bg

## 1 引言

螺旋光束是一种具有螺旋波前结构的激光束, 其携带有轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 的特性引起了国内外研究人员的广泛关注<sup>[1]</sup>. 常见的螺旋光束有拉盖尔-高斯 (Laguerre-Gaussian, LG) 光束和高阶贝塞尔光束. 螺旋光束具有螺旋形相位分布 ( $\exp(il\varphi)$ ), 每个光子携带  $lh$  的轨道角动量, 其中  $l$  为拓扑电荷数. 螺旋光束所携带的轨道角动量可以传递给微粒, 并驱动微粒旋转, 人们形象地把这种工具称为“光学扳手”<sup>[2,3]</sup>. 另外可用螺旋光束的轨道角动量进行信息编码与传输<sup>[4-7]</sup>. 因此对螺旋光束拓扑电荷数测量的研究具有重要的意义. 目前常用的测量光束拓扑电荷数的方法有衍射光栅测量方法<sup>[8]</sup>, Mach-Zehnder 干涉仪测量方法<sup>[9,10]</sup> 和二阶强度矩测量法等<sup>[11]</sup>.

此外人们还可以通过观测螺旋光束经过衍射光学元件后的衍射场分布进行光束 OAM 的测量. 2006 年 Sztul 等利用固定的杨氏双缝测量了螺旋光束 OAM<sup>[12]</sup>. 2008 年 Soares 等通过观测螺旋光束经

过三角孔后的衍射场实现了光束 OAM 的测量<sup>[13]</sup>, Ghai 等报道了用单缝衍射法测量螺旋光束 OAM 的方法<sup>[14]</sup>. 蒲继雄等也用杨氏双缝和单缝进行螺旋光束 OAM 的测量<sup>[15,16]</sup>. 当使用衍射法进行螺旋光束 OAM 的准确测量时, 需要使衍射光学器件的中心与被测光束的中心重合. 另外衍射器件的结构和尺寸对测量结果也有影响. 文献 [12—16] 中使用的衍射光学器件的结构和尺寸都是固定的, 采用机械的方式调整衍射光学器件的空间位置, 这些不利因素限制了衍射法测量螺旋光束拓扑电荷数的测量精度和灵活性.

本文研究了利用液晶空间光调制器 (spatial light modulator, SLM) 生成振幅型衍射光学器件的方法, 并通过改变和控制加载到 SLM 上的衍射图方便和高精度地改变了衍射器件的结构、几何尺寸和所在的空间位置, 克服了通过机械的方式调整衍射光学器件的空间位置的不足. 由于生成衍射光学器件尺寸的精度和衍射光栅空间位置的调节精度等于 SLM 上一个液晶元的尺寸 ( $16\ \mu\text{m}$ ) 大小, 因此本文的方法在测量精度和灵活性等方面具有明显的优势. 本文利用 SLM 分别生成了杨氏双缝和

<sup>†</sup> E-mail: gao@bit.edu.cn

三角孔,研究了螺旋光束通过它们之后的传输特性,并进行了拓扑电荷数的测量.

## 2 用相位型液晶空间调制器生成振幅型衍射元器件

目前,人们可以利用 SLM 的相位调制作用生成各种相位型光学器件,比如人们用 SLM 生成螺旋相位片<sup>[17]</sup>、轴锥镜 (AXICON)<sup>[18]</sup> 等. 本文采用相位型液晶 SLM 模拟生成振幅型器件,其主要思想是:把整个 SLM 划分为两个区域,对应于振幅型器件的不透光区域 (透过率为零) 和透光区域 (透过率为 1). 其中不透光区域的相位调制为恒定值,在本文中为零,而透光区域的透过率函数是水平方向的相位光栅,其透过率函数  $t(x)$  可表示为  $t(x) = \exp(i2\pi x/T)$ , 其中  $T$  是光栅常数,光束经过水平相位光栅后,不改变入射光的强度分布,使入射光偏离原来的传播方向,其中偏离的角度  $\theta = \lambda/T$ . 由于我们使用的是反射型的 SLM, 所以通过“不透光区域”的光将遵循反射定律传播,而通过“透光区域”的光的传播将偏离反射定律的方向,因此偏离反射定律传播的光等效于透过振幅型器件的光. 本文利用这种方法实现了 SLM 模拟振幅型衍射元件. 实验中我们过滤了沿反射定律传播的光束,仅对偏离反射定律的光束进行观测. 图 1 是我们用于模拟杨氏双缝和三角孔的衍射图. 根据这个原理,我们还可以模拟其他类型的振幅型元件,比如圆孔、矩孔、单缝和光栅等.

## 3 实验仿真

由于螺旋光束的空间相位分布是按特定规律分布的<sup>[1]</sup>,如果按一定的规则让特定空间区域的光束透过,其衍射场 (干涉场实质也是衍射场) 分布会表征出螺旋光束相位分布的规律. 因此,可用标量衍射理论研究螺旋光束通过振幅型衍射器件后的光场分布来分析其测量光束拓扑电荷数的原理. 本文分别用平面波角谱衍射理论和柯林斯衍射积分公式对 LG 光束经过振幅型衍射器件后光场的传播规律进行仿真计算. 理论上,平面波角谱衍射理论可以很好的分析 LG 光束经过振幅型衍射器件后的传播规律和表征出 LG 光束相位分布的规律,但是观测距离较长 (7 m 左右),给实验带来不便,因此我

们还将用柯林斯衍射积分公式进行仿真. 由于使用了透镜,所以很大程度上缩短了传输距离.

仿真计算过程中所用的 LG 光束可以表示为复振幅的形式<sup>[19]</sup>

$$u(r, \varphi) = C_p^l \exp \left[ -\frac{ikr^2}{2R} - \frac{r^2}{w^2} - i(2p + l + 1)\psi \right] \times \exp(-il\varphi) (-1)^p \left(\frac{r}{w}\right)^l L_p^l \left(\frac{2r^2}{w^2}\right), \quad (1)$$

其中  $R$  代表激光光束波前曲率半径,  $w$  代表激光光束光斑半径,  $\psi$  代表 Gouy 相位,  $p$  和  $l$  为径向和角向量子数.  $L_p^l$  是拉盖尔多项式. 本文只测量径向量子数  $p=0$  的 LG 光束.

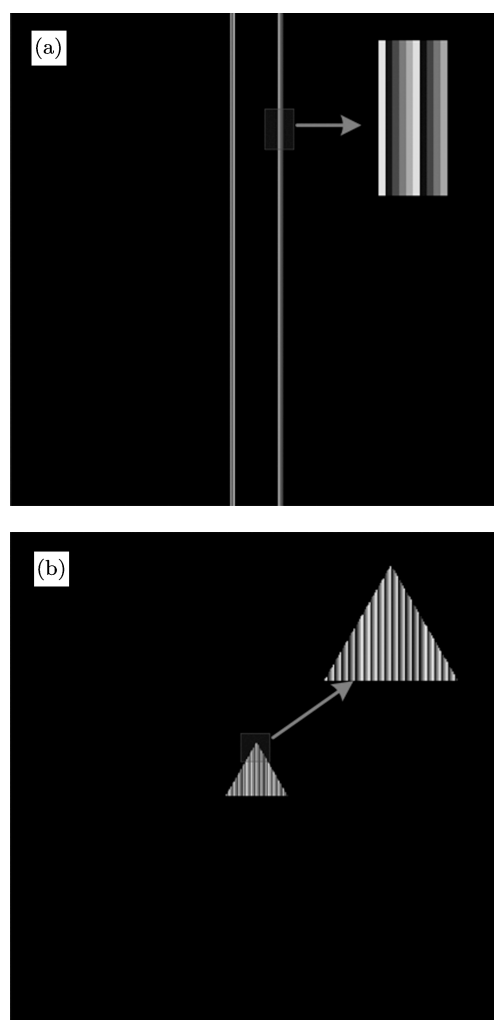


图 1 模拟杨氏双缝和三角孔的衍射图 (a) 杨氏双缝; (b) 三角孔 (其中灰度为零 (黑色) 为不透光区域. 为了便于观看,将透光区域的局部进行放大,可以看出透光区域是水平方向的相位光栅,光栅常数是 0.1 mm)

我们首先用角谱衍射公式的快速傅里叶变换研究螺旋光束经过振幅型衍射光学元件的传输特性. 在直角坐标系中,令物平面坐标为  $x_0, y_0$ , 将 (1)

式进行坐标变换得到直角坐标系下 LG 光束的光场分布  $u_0(x_0, y_0)$ , 光栅的透过率函数为  $t(x_0, y_0)$ , 传播距离为  $d$  后, 衍射场的光场分布可表示为<sup>[20]</sup>

$$u(x, y) = F^{-1} \{ F \{ u_0(x_0, y_0) \cdot t(x_0, y_0) \} \times H(f_x, f_y) \}, \quad (2)$$

其中衍射屏上的坐标为  $x, y$ .  $F$  和  $F^{-1}$  是二维傅里叶变换和逆变换算符,  $H(f_x, f_y)$  是衍射在频域的传递函数, 可表示为

$$H(f_x, f_y) = \exp \left[ ikd \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right], \quad (3)$$

其中  $f_x$  和  $f_y$  是频域坐标,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  是波长.

我们还用柯林斯公式的快速傅里叶变换研究螺旋光束经过振幅型衍射光学元件后的传输特性. 观测屏上的光场分布可表示为<sup>[21]</sup>

$$u(x, y) = \exp(ikL) \exp \left[ i \frac{C}{2A} (x^2 + y^2) \right] \times F^{-1} \left\{ F \left\{ \frac{1}{A} U_0 \left( \frac{x}{A}, \frac{y}{A} \right) \right\} \times \exp(-i\pi\lambda BA(f_x^2 + f_y^2)) \right\}, \quad (4)$$

其中,  $L$  为光学系统的轴上光程,  $A, B, C, D$  是变换矩阵元素,  $A = 1 - z_2/F$ ,  $B = z_1 + z_2 - z_1 z_2/F$ ,  $C = -1/F$ ,  $D = 1 - z_1/F$  ( $z_1$  是透镜距离振幅型衍射光学元件的距离,  $z_2$  是透镜距离观测屏的距离). 我们将使用 (2) 式和 (4) 式进行数值仿真.

实验中使用的杨氏双缝和三角孔的尺寸参数如下: 杨氏双缝的双缝间距 150 个像素 (一个像素  $16 \mu\text{m}$ ), 缝宽 20 像素. 三角孔的外接圆半径为 90 个像素. 入射光斑半径为 3 mm, 波长  $0.6328 \mu\text{m}$ . 图 2 是  $\text{LG}_{01}$  模光束经过杨氏双缝和三角孔后的光强分布, 随着传播距离的增加衍射光场逐渐呈现出一定的规律. 对于双缝干涉, 传输距离大于 7 m 时衍射图样已经比较清晰, 而对于三角孔衍射, 传输距离大于 5 m 时衍射图样已经比较清晰. 因此, 我们用  $\text{LG}_{01}$ ,  $\text{LG}_{02}$ ,  $\text{LG}_{03}$ ,  $\text{LG}_{0-1}$ ,  $\text{LG}_{0-2}$  模光束做进一步的仿真计算, 分别在距离衍射屏 9 m 处观测双缝干涉的光场分布和在距离衍射屏 7 m 处观测三角孔的衍射光场分布. 仿真结果如图 4 和图 5 所示, 可以清晰看出衍射场的分布规律和拓扑电荷数的对应关系.

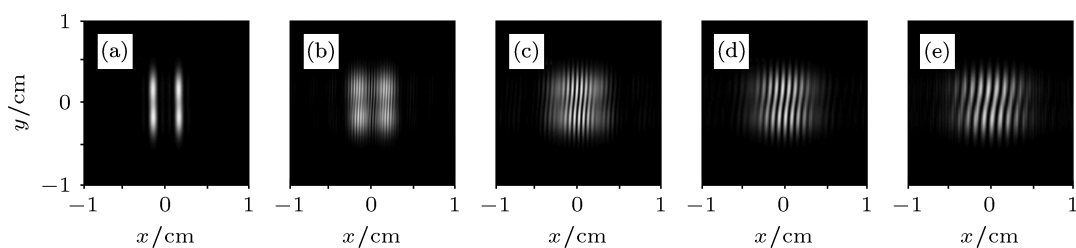


图 2  $\text{LG}_{01}$  光束经过双缝后不同位置的光强分布 (a), (b), (c), (d), (e) 表示在 1, 3, 5, 7, 9 m 处观测

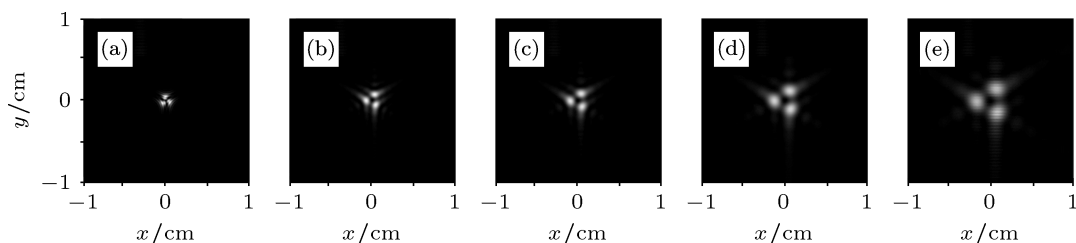


图 3  $\text{LG}_{01}$  光束经过三角孔后不同位置的光强分布 (a), (b), (c), (d), (e) 表示在 1, 3, 5, 7, 9 m 处观测

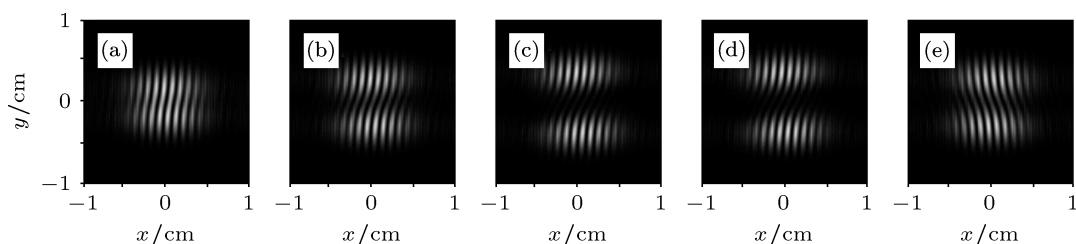


图 4 不同模式的 LG 光束经过双缝后在 9 m 处的光强分布 (a), (b), (c), (d), (e) 表示在检测光束分别是  $\text{LG}_{01}$ ,  $\text{LG}_{02}$ ,  $\text{LG}_{03}$ ,  $\text{LG}_{0-1}$ ,  $\text{LG}_{0-2}$  模光束

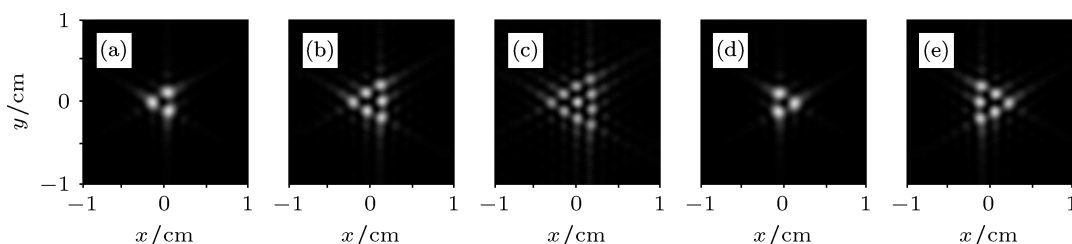


图5 不同模式的 LG 光束经过三角孔后在 7 m 处的光强分布 (a), (b), (c), (d), (e) 表示在检测光束分别是  $LG_{01}$ ,  $LG_{02}$ ,  $LG_{03}$ ,  $LG_{0-1}$ ,  $LG_{0-2}$  模光束

为了在实验过程中缩短观测距离, 我们可以在观测屏前放置透镜, 用柯林斯公式进行数值仿真. 我们用焦距为 400 mm 的透镜进行实验, 经过仿真计算, 我们发现将透镜放置在距离衍射光学元

件 600 mm, 距离透镜 380 mm 处观测衍射光场效果很好. 如图 6 和图 7 是通过数值计算得到的光强分布. 可以看出, 通过透镜变换仍然可以很好的观测衍射场的分布规律和 OAM 的对应关系.

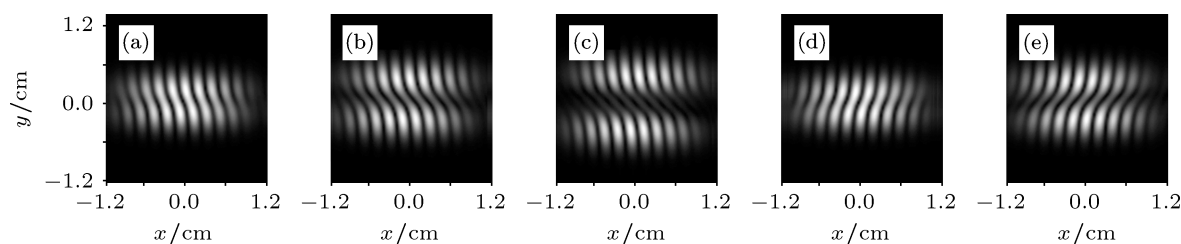


图6 在透镜的变换下不同模式的 LG 光束经过双缝后的光强分布 (a), (b), (c), (d), (e) 表示在检测光束分别是  $LG_{01}$ ,  $LG_{02}$ ,  $LG_{03}$ ,  $LG_{0-1}$ ,  $LG_{0-2}$  模光束

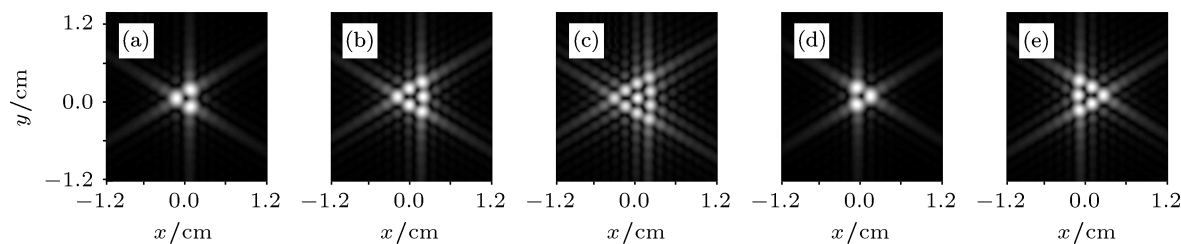


图7 在透镜的变换下不同模式的 LG 光束经过三角孔后的光强分布 (a), (b), (c), (d), (e) 表示在检测光束分别是  $LG_{01}$ ,  $LG_{02}$ ,  $LG_{03}$ ,  $LG_{0-1}$ ,  $LG_{0-2}$  模光束

#### 4 LG 光束拓扑电荷数的测量实验

实验中我们使用复合二元振幅光栅 (横向有一个位错、纵向有三个位错, 光栅周期为 0.4 mm) 生成不同模式的 LG 光束<sup>[22]</sup>, 如图 8 所示, 当高斯光束照射光栅时, 可以生成一个  $3 \times 3$  的 LG 光束阵列, 水平方向生成  $LG_{01}$  和  $LG_{0-1}$  光束; 垂直方向生成  $LG_{03}$  和  $LG_{0-3}$  光束; 对角线方向生成  $LG_{02}$  和  $LG_{0-2}$  光束、 $LG_{04}$  和  $LG_{0-4}$  光束. 然后将生成的 LG 光束分别入射到 SLM 上进行检测. 实验装置如图 9 所示, He-Ne 激光器出射的高斯光束经过一个  $x$  方向放置的偏振片后, 由一个 3 倍扩束镜

进行扩束后, 垂直入投射到二元振幅光栅上. 然后经过一个凸透镜和凹透镜进行光束变换, 其中凸透镜对经过光栅的光场进行傅里叶变换, 凹透镜增大相邻衍射级之间的距离, 便于实验中过滤出需要的衍射光束 (具有不同 OAM 的 LG 光束). 经过光阑选择性的过滤后, 具有不同 OAM 的 LG 光束先后入射到 SLM 上进行检测实验. 我们使用的是德国 HOLOEYE 公司的 LC-R2500 型反射式液晶空间光调制器. 在实验过程中, 我们将衍射图加载到 SLM 上, 然后用 SLM 自带的应用软件调节光栅图的位置, 即可实现入射光精确的入射到光栅的中心. 经过 SLM 后, 出射光束分裂成两束 (实际为

多束, 但只有两束是主要衍射级, 其他为高阶衍射级), 过滤 0 级衍射 (按反射定律传播的衍射光), 仅让 +1 级衍射通过. 在 +1 级衍射光的光路上放置

一个透镜 (距离空间光调制器 600 mm). 然后在透镜后的 380 mm 处用 CCD 相机进行光场图样采集.

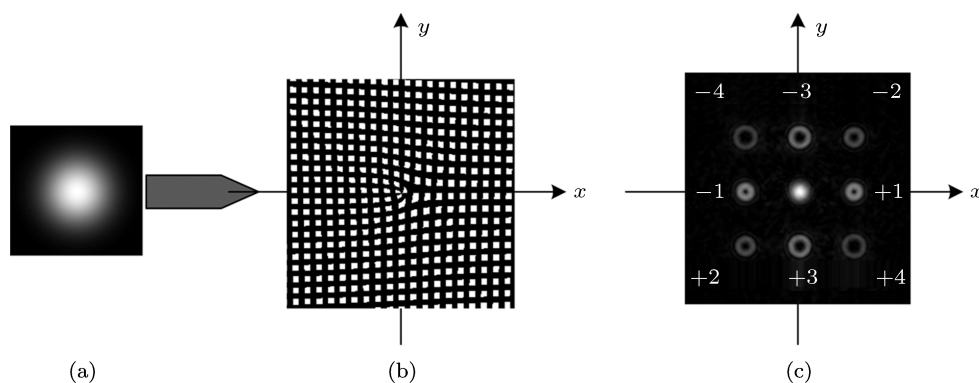


图 8 基模高斯光束照射复合光栅后主要衍射级的远场分布 (a) 基模高斯光束; (b) 复合二元振幅光栅; (c) LG 光束阵列

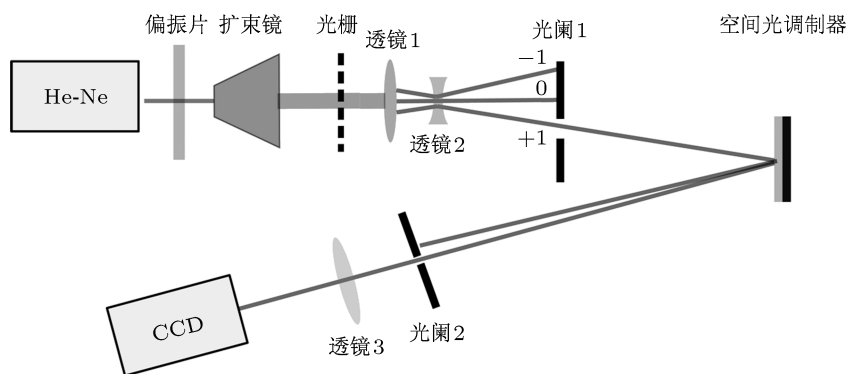


图 9 实验装置示意图

实验结果如图 10 和图 11 所示, 通过和仿真结果 (图 6 和图 7) 进行比较, 发现实验结果和理论仿真结果完全符合. 从图 10 可以看出, 螺旋光束经过双缝后的干涉条纹不是竖直的条纹, 而是发生了弯曲, 弯曲程度与螺旋光束的拓扑电荷数有关, 拓扑电荷数的取值越大条纹弯曲越明显, 而条纹弯曲的方向则与拓扑电荷数的正负相关, 整个条纹的弯曲程度接近两条纹间隔的  $m$  倍, 其中  $m$  是螺旋光束的拓扑电荷数, 与文献 [12] 的实验结果符合. 从

图 11 可以看出, LG 光束通过三角孔后的衍射场在一定的距离处呈现出正三角形的光点阵列. 其中三角形一边上的光点数目等于 LG 光束轨道角量子数加一, 正三角形的一个底边与水平方向呈  $30^\circ$  (拓扑电荷数为负) 或  $-30^\circ$  夹角 (拓扑电荷数为正), 与文献 [13] 的实验结果符合. 上述的两种方法都可以很好的测量螺旋光束的拓扑电荷数. 同时也表明相位型 SLM 可以很好的模拟振幅型光学衍射元件.

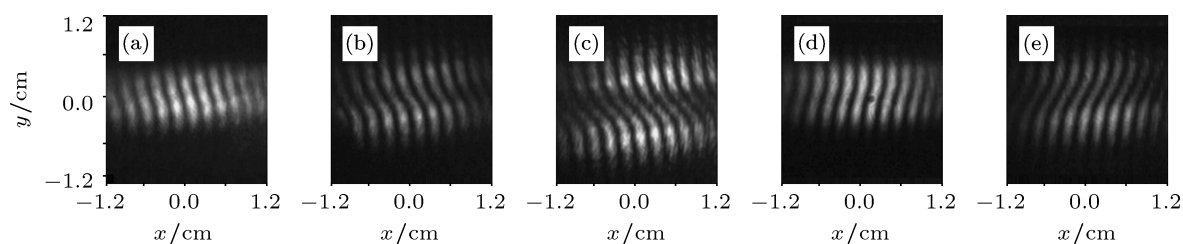


图 10 LG 光束经过双缝后光强分布的实验结果 (a), (b), (c), (d), (e) 表示在检测光束分别是  $LG_{01}$ ,  $LG_{02}$ ,  $LG_{03}$ ,  $LG_{0-1}$ ,  $LG_{0-2}$  模光束

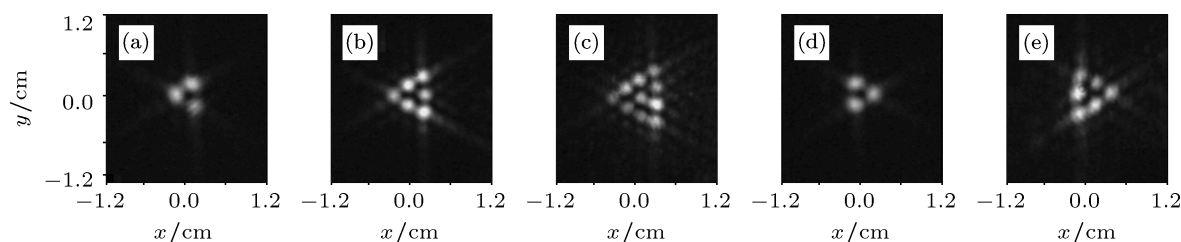


图 11 LG 光束经过三角孔后光强分布的实验结果 (a), (b), (c), (d), (e) 表示在检测光束分别是  $LG_{01}$ ,  $LG_{02}$ ,  $LG_{03}$ ,  $LG_{0-1}$ ,  $LG_{0-2}$  模光束

## 5 结论

本文提出了一种用液晶空间光调制器模拟振幅型衍射光学器件的新方法. 用空间光调制器生成了杨氏双缝和三角孔. 然后用这两种器件实现了拉

盖尔高斯光束拓扑电荷数的测量. 由于空间光调制器可以方便和高精度的改变光学器件的几何尺寸和所在的空间位置, 因此便捷地实现了高精度的拓扑电荷数的测量.

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [2] Simpson N B, Dholakia K, Allen L, Padgett M J 1997 *Opt. Lett.* **22** 52
- [3] Gao C Q, Gao M W, Weber H 2004 *Optik* **113** 129
- [4] Zdeněk Bouchal, Radek Čelechovsky 2004 *New Journal of Physics* **131** 1
- [5] Čelechovský R, Bouchal Z 2006 *Journal of Modern Optics* **53** 473
- [6] Čelechovský R, Bouchal Z 2007 *New Journal of Physics* **9** 1
- [7] Gao C Q, Qi X Q, Liu Y D, Weber H 2010 *Opt. Express* **18** 72
- [8] Weihs G, Zeilinger A 2001 *Nature* **412** 313
- [9] Leach J, Padgett M J, Barnett S M, Franke-Arnold S, Courtial J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 257901
- [10] Gao C Q, Qi X Q, Liu Y D, Xin J T, Wang L 2011 *Optics Comm.* **284** 48
- [11] Gao C Q, Wei G H, Weber H 2000 *Sci. China A* **12** 1306
- [12] Sztul H I, Alfano R R 2006 *Opt. Lett.* **31** 999
- [13] Soares W C, Caetano D P, Fonseca E J S, Chávez-Cerda S, Hickmann J M 2008 in *Conference on Lasers and Electro-Optics presentation Paper QTu17*
- [14] Ghai D P, Vyas S, Senthilkumaran P, Sirohi R S 2008 *Opt. Lasers Eng.* **46** 419
- [15] Chen Z Y, Zhang G W, Rao L Z, Pu J X 2008 *Chinese Journal of Lasers* **35** 1063 (in Chinese) [陈子阳, 张国文, 饶连周, 蒲继雄 2008 中国激光 **35** 1063]
- [16] Wang T, Pu J X 2009 *Chinese Journal of Lasers* **36** 2902 (in Chinese) [王涛, 蒲继雄 2009 中国激光 **36** 2902]
- [17] Qi X Q, Gao C Q, Li Y D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 264 (in Chinese) [齐晓庆, 高春清, 刘义东 2010 物理学报 **59** 264]
- [18] Jonathan Leach, Gibson G M, Padgett M J 2006 *Opt. Express* **14** 5581
- [19] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [20] Li J C 2009 *Acta Optica Sinica* **29** 1163 (in Chinese) [李俊昌 2009 光学学报 **29** 1163]
- [21] Li J C 2008 *Chinese Journal of Computational Physics* **25** 330 (in Chinese) [李俊昌 2008 计算物理 **25** 330]
- [22] Liu Y D, Gao C Q, Qi X Q, Weber H 2008 *Opt. Express* **16** 3636

# Propagation of helical beams through amplitude diffractive optical elements and the measurement of topological charge

Xin Jing-Tao Gao Chun-Qing<sup>†</sup> Li Chen Wang Zheng

(School of Optical-Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

(Received 7 February 2012; revised manuscript received 28 February 2012)

## Abstract

A new method is proposed to generate amplitude diffractive optical elements such as Young's double-slits and triangular apertures from a spatial light modulator (SLM). With the help of plane wave angular spectrum diffraction formula and Collins formula, the propagation property of helical beams passing through those two amplitude optical elements is studied, and the measurement of topological charge of helical beams is also achieved with those two amplitude diffractive optical elements. Due to the fact that the SLM can flexibly and accurately change the configurations and locations of optical elements, the measurements can be conveniently achieved.

**Keywords:** helical beams, diffraction, topological charge, spatial light modulator

**PACS:** 42.25.Kb, 42.50.Ex, 42.87.Bg

---

<sup>†</sup> E-mail: gao@bit.edu.cn