

拓扑绝缘体椭球粒子的电磁散射

曾伦武[†] 张浩 唐中良 宋润霞

(南京农业大学工学院, 江苏智能化农业装备重点实验室, 南京 210031)

(2011年12月27日收到; 2012年2月21日收到修改稿)

利用麦克斯韦方程组, 用球矢量波函数展开了长椭球坐标系中的电磁场分量; 根据拓扑绝缘体的本构关系, 修正了椭球内外的电磁场; 利用拓扑绝缘体的边界条件, 推导了散射系数和散射电磁场. 模拟结果表明: 当时间反演对称打破时, 拓扑磁电参数对散射截面有明显影响.

关键词: 拓扑绝缘体, 时间反演微扰, 电磁散射

PACS: 73.43.-f, 72.25.-n, 41.20.Jb

1 引言

按照电子态结构的不同, 传统意义上的材料分为金属和绝缘体两大类. 而拓扑绝缘体^[1-18]是一种新的量子物质态, 这种物质态的体电子态是有能隙的绝缘体, 其表面是无能隙的金属态, 拓扑绝缘体的表面金属态由体电子态的拓扑结构对称性决定. 由于自旋轨道耦合作用, 其表面会产生由时间反演对称性保护的无能隙的表面电子态. 正是由于这些重要特征, 拓扑绝缘体有可能在未来获得重要的应用. 在一般材料中, 电场产生电极化, 磁场产生磁极化, 其电磁性质由电容率和磁导率决定, 其磁电响应由麦克斯韦作用 $S_0 = \frac{1}{8\pi} \int d^3x dt (\epsilon E^2 - \frac{1}{\mu} B^2)$ 描述, 在拓扑绝缘体中, 由于拓扑绝缘体的磁电响应, 其麦克斯韦作用修正为 $S = \frac{1}{8\pi} \int d^3x dt (\epsilon E^2 - \frac{1}{\mu} B^2) + \frac{\Theta}{2\pi} \frac{\alpha}{2\pi} \int d^3x dt (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})$ ^[2-5], 式中 ϵ, μ 分别为电容率和磁导率, \mathbf{E}, \mathbf{B} 分别为电场强度和磁感应强度, α 为精细结构常数, $d^3x dt$ 是时空体积元, Θ 为描述绝缘体的参数或拓扑磁电极化率 (TMPE)^[4,5,17,18], 在时间反演变换 $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}, \mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$ 时, 对于周期系统, Θ 只能取两个值, 也就是 $\Theta = 0$ 和 $\Theta = \pi$ ^[6], $\Theta = 0$ 是一般绝缘体, $\Theta = \pi$ 是拓扑绝缘体. 近几年

来, 时间反演不变和时间反演对称打破的拓扑绝缘体被广泛的研究^[1-18], 拓扑绝缘体概念既可用拓扑场理论定义^[3-8], 又可用拓扑带理论定义^[9-13], 拓扑磁电响应支持许多新的拓扑现象, 如点电荷感应像磁单极^[4], 轴场凝聚态物理^[5], 拓扑法拉第和克尔效应等^[6,7]. 椭球粒子的电磁散射被广泛的研究^[19-26], 文献^[19-23]用球矢量波函数展开了入射场、散射场和内场并研究了椭球粒子的散射性质, 文献^[24-26]在研究球形粒子散射的基础上用多尺度变换研究了椭球粒子的散射性质, 文献^[20]在散射场和椭球内场中补充了交叉极化电磁场, 研究了完美电磁导体 (PEMC) 长椭球的电磁散射性质. 本文将上述成果应用到拓扑绝缘体, 用球矢量波函数展开了入射场、散射场和椭球内场; 根据拓扑绝缘体的本构关系, 修正了椭球内场和散射电磁场; 利用拓扑绝缘体的边界条件, 推导了散射电磁场. 模拟了当时间反演对称打破时, 拓扑磁电极化率对散射截面的影响.

2 理论公式及模拟

我们讨论的拓扑绝缘体是一个旋转长椭球 (如图 1 所示), 旋转长椭球内为区域 2, 其介电常数和磁导率分别为 ϵ_2 和 μ_2 , 椭球外为区域 1, 其介电常数和磁导率分别为 ϵ_1 和 μ_1 , 在直角坐标系中, 时谐

[†] E-mail: zenglunwu@njau.edu.cn

麦克斯韦写为如下形式:

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mathbf{B}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -i\omega\varepsilon\mu\mathbf{E}, \quad (2)$$

式中 ∇ 是微分算符, ω 是角频率, 本文的分析中我们省去了时谐因子 $e^{-i\omega t}$, 下面分 TE 和 TM 两种极化情况讨论.

2.1 TE 极化

图 1 是覆盖薄磁层的拓扑绝缘体椭球粒子的电磁波散射示意图, 假设入射面为 xz 平面, 我们首先讨论电场垂直于入射面的情况 (TE 极化). 直角坐标系 (x, y, z) 和长椭球坐标系 (η, ξ, ϕ) 的关系为 $x = f\sqrt{(1-\eta^2)(\xi^2-1)}\cos\phi$, $y = f\sqrt{(1-\eta^2)(\xi^2-1)}\sin\phi$, $z = f\eta\xi$. η 是角坐标, ξ 是径向坐标, ϕ 是方位角, f 是半焦距长度, 式中 $-1 \leq \eta \leq 1$, $1 \leq \xi < \infty$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$. 电磁场用球矢量波函数 \mathbf{M}_{qmn} 和 \mathbf{N}_{qmn} 展开,

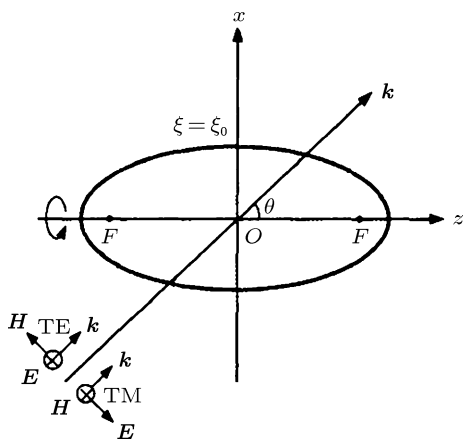


图 1 覆盖薄磁层的拓扑绝缘体椭球粒子的电磁波散射

$$\mathbf{M}_{qmn}^{r(j)} = \nabla \times (\mathbf{r}\Psi_{qmn}^{(j)}), \quad (3)$$

$$\mathbf{N}_{qmn}^{r(j)} = \frac{1}{k}\nabla \times \mathbf{M}_{qmn}^{r(j)}, \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{M}_{qmn}^{r(j)} = M_{qmn\eta}^{(j)}\eta + M_{qmn\xi}^{(j)}\xi + M_{qmn\phi}^{(j)}\phi,$$

$$\mathbf{N}_{qmn}^{r(j)} = N_{qmn\eta}^{(j)}\eta + N_{qmn\xi}^{(j)}\xi + N_{qmn\phi}^{(j)}\phi,$$

$$\Psi_{qmn}^{(j)}(c; \eta, \xi, \phi) = S_{mn}(c; \eta) R_{mn}^{(j)}(c; \xi) \frac{\cos}{\sin} m\phi,$$

\mathbf{r} 是位置矢量, q 代表 e (偶数) 或 o (奇数), $c = fk$, k 是波数, $S_{mn}(c; \eta)$ 是角函数, $R_{mn}^{(j)}(c; \xi)$ 径向函数,

$j = 1, 2, 3, 4$. 假设波矢 \mathbf{k} 与水平 z 轴成 θ 角, 入射电场可以展开为^[20]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{inc} &= e_y \exp(ikx \sin\theta + ikz \cos\theta) \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [A_{mn}^{TE}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ &\quad + B_{mn}^{TE}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi)]. \end{aligned} \quad (5)$$

将方程 (5) 代入方程 (1) 得

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{inc} &= -i\sqrt{\varepsilon_1\mu_1} \\ &\quad \times \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [A_{mn}^{TE}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ &\quad + B_{mn}^{TE}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi)], \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $c_1 = fk_1$, $k_1 = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ 是区域 1 的波数, A_{mn}^{TE} , B_{mn}^{TE} 是展开系数^[20],

$$\begin{aligned} A_{mn}^{TE}(c_1; \theta) &= -\frac{2i^n(2-\delta_{0,m})}{N_{mn}} \\ &\quad \times \sum_{r=0,1}^{\infty} \frac{d_r^{mn}}{(r+m)(r+m+1)} \\ &\quad \times \frac{dP_{m+r}^m(\cos\theta)}{d\theta}, \\ B_{mn}^{TE}(c_1; \theta) &= \frac{4mi^{n-1}}{N_{mn}} \\ &\quad \times \sum_{r=0,1}^{\infty} \frac{d_r^{mn}}{(r+m)(r+m+1)} \\ &\quad \times \frac{P_{m+r}^m(\cos\theta)}{\sin\theta}, \\ N_{mn} &= 2 \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(d_r^{mn})^2 (r+2m)!}{(2r+2m+1)r!}. \end{aligned}$$

拓扑绝缘体的本构关系为^[4-6]

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + 2\alpha P_3\mathbf{B}, \quad (7)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\mathbf{B} - 2\alpha P_3\mathbf{E}, \quad (8)$$

式中 \mathbf{D} , \mathbf{H} 分别为电位移和磁场强度, $\alpha = e^2/\hbar c$ 是精细结构常数^[4-6], c 是真空中光速, e 是电子电量, $\hbar = 2\pi\hbar$ 是普朗克常数, $P_3 = \Theta/2\pi$, Θ 是拓扑磁电极化率 (TMEP)^[17,18]. 在真空中或一般电介质中 $P_3 = 0$ ^[4-6], 本文讨论时间反演微扰的拓扑绝缘体椭球粒子, 其方法^[17,18] 是在拓扑绝缘体椭球粒子表面覆盖非常薄的磁层, 此时时间反演对称打破, 事实上, 非常微弱的磁场微扰, 也会打破时间反演对称^[17,18], 此时 $\Theta = (2n+1)\pi$, 式中 n

是整数, 由覆盖的磁层决定. Θ 的正负值表示表面磁化方向 [17,18]. 在一般的电介质中, 当入射电磁场是 TM (TE) 波时, 散射波和传输波均为 TM (TE) 波; 在拓扑绝缘体中, 由于拓扑磁电响应, 当入射电磁场是 TM (TE) 波时, 散射电磁场和传输电磁场不仅有 TM (TE) 波, 而且有 TE (TM) 波. 因此, 在散射和传输电磁场中应该补充交叉极化分量, 那么, 电磁场被拓扑绝缘体椭球粒子散射后的电场可以写为 [20]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s = & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [C_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + D_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + E_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + F_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi)]. \end{aligned} \quad (9)$$

将方程 (9) 代入方程 (1) 得

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^s = & -i\sqrt{\varepsilon_1\mu_1} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [C_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + D_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + E_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + F_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi)], \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $C_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta)$, $D_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta)$, $E_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta)$, $F_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta)$ 是散射电磁场展开系数, 类似的方法可以得到椭球粒子内的电磁场

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^t = & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [X_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\ & + Y_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\ & + Z_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\ & + G_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^t = & -i\sqrt{\varepsilon_2\mu_2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [X_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\ & + Y_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\ & + Z_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\ & + G_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)], \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $X_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta)$, $Y_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta)$, $Z_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta)$, $G_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta)$ 是椭球内电磁场的展开系数, $c_2 = fk_2$, $k_2 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_2\mu_2}$ 是区域 2 的波数. 由电磁场边界条件可知: 椭球表面电场的切向分量连续,

$$(\mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}^s)|_{\xi=\xi_0} = \mathbf{E}^t|_{\xi=\xi_0}. \quad (13)$$

由于拓扑绝缘体的磁电响应, 椭球表面有表面电流产生, 椭球表面处的磁感应强度 \mathbf{B} 、磁场 \mathbf{H}

和电场 \mathbf{E} 满足下列边界条件:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_1} \mathbf{B}^{\text{inc}} \Big|_{\xi=\xi_0} + \frac{1}{\mu_1} \mathbf{B}^s \Big|_{\xi=\xi_0} \\ & = \frac{1}{\mu_2} \mathbf{B}^t \Big|_{\xi=\xi_0} - 2\alpha P_3 \mathbf{E}^t \Big|_{\xi=\xi_0}. \end{aligned} \quad (14)$$

将方程 (3)—(6)、方程 (9)—(12) 代入方程 (13)—(14) 得

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [A_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [C_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [X_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [B_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [D_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [Y_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [E_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [Z_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [F_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [G_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [A_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [C_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & = \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_1}{\varepsilon_1\mu_2}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [X_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\ & - 2\alpha P_3 i \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [G_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \\ & \times \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [B_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [D_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_1}{\varepsilon_1 \mu_2}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [Y_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)] \\
 &\quad - 2\alpha P_3 i \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [Z_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \\
 &\quad \times \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)], \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [E_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi)] \\
 &= \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_1}{\varepsilon_1 \mu_2}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [Z_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)] \\
 &\quad - 2\alpha P_3 i \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [Y_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \\
 &\quad \times \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)], \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [F_{mn}^{\text{TE}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi)] \\
 &= \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_1}{\varepsilon_1 \mu_2}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [G_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)] \\
 &\quad - 2\alpha P_3 i \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [X_{mn}^{\text{TE}}(c_2; \theta) \\
 &\quad \times \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)]. \quad (22)
 \end{aligned}$$

按照文献 [20] 的方法, 我们可以得到八个展开系数 C_{mn}^{TE} , D_{mn}^{TE} , E_{mn}^{TE} , F_{mn}^{TE} , X_{mn}^{TE} , Y_{mn}^{TE} , Z_{mn}^{TE} , G_{mn}^{TE} 和散射电磁场 \mathbf{E}^s , \mathbf{B}^s .

2.2 TM 极化

如图 1, 当电场平行入射面时 (TM 极化), 入射电场可以展开为 [20]

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}^{\text{inc}} &= (-\cos \theta e_x + \sin \theta e_z) \\
 &\quad \times \exp(ikx \sin \theta + ikz \cos \theta) \\
 &= -i \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [A_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + B_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi)]. \quad (23)
 \end{aligned}$$

将方程 (23) 代入方程 (1) 得磁感应强度

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}^{\text{inc}} &= -\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [A_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \\
 &\quad \times \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + B_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_1; \eta, \xi, \phi)]. \quad (24)
 \end{aligned}$$

类似的方法, 散射电磁场可以写为

$$\mathbf{E}^s = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [C_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi)$$

$$\begin{aligned}
 &+ D_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\
 &+ E_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\
 &+ F_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi)], \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}^s &= -i\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [C_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \\
 &\quad \times \mathbf{N}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + D_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + E_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + F_{mn}^{\text{TM}}(c_1; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(4)}(c_1; \eta, \xi, \phi)]. \quad (26)
 \end{aligned}$$

椭球内的电磁场可以写为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}^t &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [X_{mn}^{\text{TM}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + Y_{mn}^{\text{TM}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + Z_{mn}^{\text{TM}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + G_{mn}^{\text{TM}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)], \quad (27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}^t &= -i\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} [X_{mn}^{\text{TM}}(c_2; \theta) \\
 &\quad \times \mathbf{N}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + Y_{mn}^{\text{TM}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + Z_{mn}^{\text{TM}}(c_2; \theta) \mathbf{N}_{omn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi) \\
 &\quad + G_{mn}^{\text{TM}}(c_2; \theta) \mathbf{M}_{emn}^{r(1)}(c_2; \eta, \xi, \phi)]. \quad (28)
 \end{aligned}$$

用同样的方法可以求得八个展开系数和散射电磁场. 按照文献 [19, 20] 的方法, 我们可以进一步得到散射截面, 消光系数, 散射强度等描述散射性质的物理量.

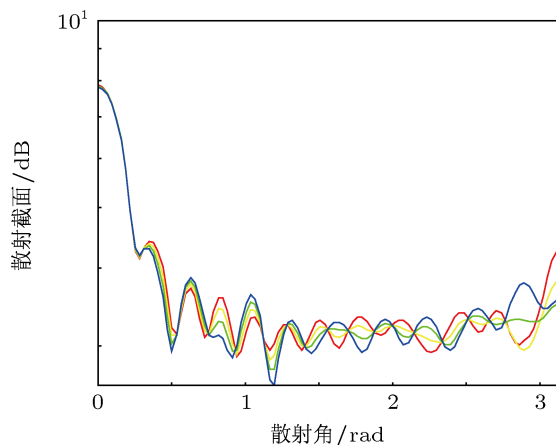


图2 散射截面和散射角的关系

按照文献 [4], 我们取椭球粒子内 (区域 2) $\varepsilon_2 = 100$, $\mu_2 = 1$, 椭球粒子外 (区域 1) $\varepsilon_1 = 1$,

$\mu_1 = 1$, 入射角 $\theta = 0$, 即正入射, 拓扑磁电极化率 $\text{TMEP}\Theta = (2n + 1)\pi$, 对于 TE 极化, 我们得到了散射截面和散射角的关系 (如图 2), 纵轴代表散射截面, 横轴代表散射角. 红色曲线代表 $\Theta = 0$, 也就是一般电介质; 黄色曲线代表 $\text{TMEP}\Theta = 51\pi$; 绿色曲线代表 $\text{TMEP}\Theta = 101\pi$; 蓝色曲线代表 $\text{TMEP}\Theta = 151\pi$. 从图 2 可以看出: 散射截面与散射角成振荡变化关系, 当 TMEP 变化时, 散射截面随之明显变化; 即在相同散射角处, 当 TMEP 大时, 散射截面振幅大, 当 TMEP 小时, 散射截面振幅小. 我们的工作提供了测量拓扑绝缘 TMEP 的方法, 根据 TMEP 的大小可以确定时间

反演微扰程度.

3 结论

本文分析了拓扑绝缘体旋转椭球的电磁场散射性质. 电磁场入射到拓扑绝缘体椭球粒子时, 散射和传输电磁场出现了交叉极化. 微弱的磁微扰能打破时间反演对称, 本文利用覆盖非常薄的磁层打破时间反演对称, 当时间反演对称打破时, TMEP 发生变化, 数值模拟表明: 散射截面受 TMEP 影响明显. 其他圆柱体, 椭圆柱体, 球体的电磁散射也可作类似的讨论.

-
- [1] Moore J E 2010 *Nature* **464** 194
 [2] Qi X L, Zhang S C 2010 *Phys. Today* **63** 33
 [3] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057
 [4] Zeng L W, Song R X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 117302 (in Chinese) [曾伦武, 宋润霞 2012 物理学报 **61** 117302]
 [5] Li R, Wang J, Qi X L, Zhang S C 2010 *Nature Phys.* **6** 284
 [6] Lan Y P, Wan S L, Zhang S C 2011 *Phys. Rev. B* **83** 205109
 [7] Qi X L, Hughes T L, Zhang S C 2008 *Phys. Rev. B* **78** 195424
 [8] Chang M C, Yang M F 2009 *Phys. Rev. B* **80** 113304
 [9] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
 [10] Moore J E 2009 *Nature Phys.* **5** 378
 [11] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 146802
 [12] Fu L, Kane C L, Mele E J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 106803
 [13] Moore J E, Balents L 2007 *Phys. Rev. B* **75** 121306
 [14] Maciejko J, Qi X L, Drew H D, Zhang S C 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 166803
 [15] Essin A M, Moore J E, Vanderbilt D 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 146805
 [16] Hsieh D, Qian D, Wray L, Xia Y, Hor Y S, Cava R J, Hasan M Z 2008 *Nature* **452** 970
 [17] Grushin A G, Cortijo A 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 020403
 [18] Grushin A G, Pablo R L, Cortijo A 2011 *Phys. Rev. B* **84** 045119
 [19] Asano S, Yamamoto G 1975 *Appl. Opt.* **14** 29
 [20] Hamid A K, Cooray F R 2008 *IET Proc. Microwaves Antennas Propag.* **2** 686
 [21] Han Y P, Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 57 (in Chinese) [韩一平, 吴振森 2000 物理学报 **49** 57]
 [22] Sun X M, Shen J, Wei P Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6222 (in Chinese) [孙贤明, 申晋, 魏佩瑜 2009 物理学报 **58** 6222]
 [23] Sun X M, Wang H H, Shen J, Wang S J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 114216 (in Chinese) [孙贤明, 王海华, 申晋, 王淑君 2011 物理学报 **60** 114216]
 [24] Li Y L, Huang J Y 2003 *J. Electromagn Waves and Appl.* **17** 1745
 [25] Li Y L, Huang J Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 281
 [26] Li Y L, Huang J Y 2005 *Chin. Phys.* **14** 646

Electromagnetic wave scattering by a topological insulator prolate spheroid particle

Zeng Lun-Wu[†] Zhang Hao Tang Zhong-Liang Song Run-Xia

(*Jiangsu Key Laboratory for Intelligent Agricultural Equipment, College of Engineering, Nanjing Agriculture University, Nanjing 210031, China*)

(Received 27 December 2011; revised manuscript received 21 February 2012)

Abstract

Using Maxwell equations, we expand electromagnetic field components in spherical coordinate frame by using spherical vector wave function. According to the constitute relations of the topological insulator (TI), we modify transmittance fields and scattering fields. Using boundary conditions of topological insulator, we obtain the scattering electromagnetic fields. Numerical result show that when the time reversal symmetry is broken, the scattering cross sections are influenced by the topological magneto-electric polarizability.

Keywords: topological insulator, time reversal perturbation, electromagnetic scattering

PACS: 73.43.-f, 72.25.-n, 41.20.Jb

[†] E-mail: zenglunwu@njau.edu.cn