

基于混沌和随机共振的微弱信号检测*

高仕龙¹⁾²⁾ 钟苏川²⁾ 韦鹏²⁾ 马洪^{2)†}

1) (乐山师范学院数学与信息科学学院, 乐山 614000)

2) (四川大学数学学院, 成都 610064)

(2012年2月20日收到; 2012年3月20日收到修改稿)

推导了分数阶线性振子系统响应的一阶稳态矩的频率不变性和相移特性, 并通过理论分析得出, 在随机共振机制下, 分数阶线性振子对系统响应一阶稳态矩的幅值具有放大作用. 构造 Duffing 混沌振子检测器, 利用混沌系统对参数摄动的敏感性以及对噪声的免疫能力实现弱信号检测. 数值模拟证实, 该方法可以有效地从噪声背景中将微弱正弦信号检测出来, 并且相对传统的混沌检测方法能显著降低信噪比检测门限.

关键词: 弱信号检测, 随机共振, 混沌, 分数阶

PACS: 05.45.-a, 02.50.-r, 05.40.-a

1 引言

噪声背景下的微弱信号检测是长期困扰人们的难题. 从 20 世纪 90 年代起, 混沌理论作为一种新的微弱信号检测方法, 成为工程应用领域的主要研究方向之一^[1-4], 并展示出极其广阔的应用前景. 基于混沌理论的信号检测是与现有的各种测量方法完全不同的崭新的信号处理方法, 它主要利用混沌系统的非平衡相变对系统参数摄动的敏感性以及对噪声的免疫能力, 在较少的测量数据和任意色噪声背景下实现极低的检测信噪比. 当待测周期信号并入处于临界状态的混沌系统后可导致系统的动力学行为发生根本改变, 根据这种变化, 通过适当信号处理, 便可实现对微弱信号的检测及其参数的测定.

近年来, 在利用 Duffing 混沌振子检测微弱周期信号的研究中, 国内外学者取得了一定进展. 最初是对 Duffing 方程的外加激励项进行微扰来实现检测, 在此基础上, 相继出现了一些改进的检测系统, 信噪比检测门限可以达到常规方法的下限. 如何进一步降低检信噪比检测门限成为目前混沌检

测的研究热点.

20 世纪 80 年代, Benzi 等^[5]提出了随机共振的概念并用来解释第四纪全球气象冰川问题. 此后, 关于随机共振的理论和实验研究引起人们的广泛兴趣和关注. 然而, 传统意义下的随机共振被普遍认为只能出现在有周期信号和噪声驱动的非线性系统中. 近年来, 一些学者和研究人员开始关注周期信号和调制噪声驱动的线性系统中的随机共振现象^[6-8], 这种随机共振通常被称为广义随机共振^[9], 即系统响应的某些函数(如矩、信噪比等)随系统的某些特征参数(并不局限于噪声强度)呈非单调变化的现象. Erkki Soika 等^[6,10,11]学者认为, 在适当的系统参数和噪声强度下, 随机共振能引起周期信号幅值的放大, 从而对系统的输出信噪比有积极的改善作用.

通过随机共振对噪声淹没的微弱信号实现放大处理, 在低信噪比下, 并不能直接从噪声中探测到周期信号的存在. 本文提出了一种基于混沌和随机共振机制下的微弱信号检测方法, 结合分数阶线性振子对噪声中的周期信号的放大作用和 Duffing 混沌振子对微弱周期信号的敏感性, 实现了噪声背景下微弱周期信号的检测. 仿真结果表明, 该方法

* 国家自然科学基金支持项目(批准号: 11171238)和中国博士后科学基金(批准号: 201104693)资助的课题.

† E-mail: mahong@scu.edu.cn

能有效地从噪声背景中将微弱正弦信号检测出来, 并且能显著降低信噪比门限.

2 分数阶线性振子对周期信号的放大作用

考虑一个双态噪声扰动的分数阶线性振子

$$\ddot{X} + \gamma_0 D_t^\alpha X + [\omega^2 + \eta(t)]X = A_0 \cos(\Omega t) + \xi(t), \quad (1)$$

${}_0 D_t^\alpha X$ 是 Caputo 分数阶导数, 定义为

$${}_0 D_t^\alpha X = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-u)^{-\alpha} \dot{X}(u) du, \quad 0 \leq \alpha < 1,$$

其中, $X(t)$ 为粒子位移, A_0, Ω 是周期激励正弦信号的幅值和频率, $\gamma > 0$ 为阻尼系数, ω 为系统的固有频率, $\xi(t)$ 为粒子所受到的随机力. $\eta(t)$ 为固有频率 ω 受到的随机扰动, 通常建模为双态噪声, $\eta(t)$ 可以取两个离散值 $\{\tau, -\tau\}$, $\tau > 0$, 取值的稳态概率满足 $P_s(\tau) = P_s(-\tau) = 1/2$, $\eta(t)$ 的均值和自相关函数满足

$$\langle \eta(t) \rangle = 0, \quad \langle \eta(t)\eta(s) \rangle = \tau^2 \exp(-\nu|t-s|), \quad (2)$$

其中, τ^2 为双态噪声强度, ν 为转换率, 即噪声相关时间的倒数. 加性噪声 $\xi(t)$ 为零均值的高斯白噪声, 并和 $\eta(t)$ 相互独立.

对 (1) 式两边做系综平均, 得到系统响应一阶矩 $\langle X(t) \rangle$ 满足的微分方程

$$\langle \ddot{X} \rangle + \gamma_0 D_t^\alpha \langle X \rangle + \omega^2 \langle X \rangle + \langle \eta(t)X \rangle = A_0 \cos(\Omega t). \quad (3)$$

由于 (3) 式中出现了新的耦合项 $\langle \eta(t)X(t) \rangle$, 需要对该项进行解耦. 利用 Shapiro-Loginov 公式^[12] 可得 $\langle \eta(t)X(t) \rangle$ 所满足的微分方程:

$$\frac{d}{dt} \langle \eta(t)X(t) \rangle = \langle \eta \dot{X} \rangle - \nu \langle \eta(t)X(t) \rangle. \quad (4)$$

令:

$$x_1 = \langle X \rangle, \quad x_2 = \langle \dot{X} \rangle, \\ x_3 = \langle \eta X \rangle, \quad x_4 = \langle \eta \dot{X} \rangle,$$

并给合 (1), (3), (4) 式可得微分方程组

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\omega^2 x_1 - x_3 - \frac{\gamma}{\Gamma(1-\alpha)} \\ \quad \times \int_0^t \frac{x_2(t') dt'}{(t-t')^\alpha} + A_0 \cos(\Omega t), \\ \dot{x}_3 = x_4 - \nu x_3, \\ \dot{x}_4 = -\tau^2 x_1 - \omega^2 x_3 - \nu x_4 - \frac{\gamma}{\Gamma(1-\alpha)} \\ \quad \times e^{-\nu t} \int_0^t \frac{x_4(t')}{(t-t')^\alpha} e^{\nu t'} dt'. \end{cases} \quad (5)$$

(5) 式的解可以表为如下形式

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^4 H_{ik}(t) x_k(0) + A_0 \int_0^t H_{i2}(t-t') \cos(\Omega t') dt', \quad (6)$$

其中 $x_i(0)$, $i = 1, 2, 3, 4$ 为初始条件. $H_{ik}(t)$, $i, k = 1, 2, 3, 4$ 为系统函数, 满足 $H_{ik}(0) = \delta_{ik}$.

利用 Laplace 变换并给合 (5), (6) 式可得:

$$\begin{cases} s\hat{H}_{1k}(s) - \hat{H}_{2k}(s) = \delta_{1k}, \\ (s + \gamma s^{\alpha-1})\hat{H}_{2k}(s) + \omega^2 \hat{H}_{1k}(s) \\ \quad + \hat{H}_{3k}(s) = \delta_{2k}, \\ (s + \nu)\hat{H}_{3k}(s) - \hat{H}_{4k}(s) = \delta_{3k}, \\ (s + \nu + \gamma(s + \nu)^{\alpha-1})\hat{H}_{4k}(s) \\ \quad + \tau^2 \hat{H}_{1k}(s) + \omega^2 \hat{H}_{3k}(s) = \delta_{4k}. \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\hat{H}_{ik}(s)$ 是 $H_{ik}(t)$, $i, k = 1, 2, 3, 4$ 的 Laplace 变换, 即

$$\hat{H}_{ik}(s) = \int_0^\infty H_{ik}(t) e^{-st} dt.$$

求解 (7) 式可得

$$\hat{H}_{12}(s) = \frac{1}{H(s)} [\omega^2 + (s + \nu)^2 + \gamma(s + \nu)^\alpha], \quad (8)$$

其中

$$H(s) = (s^2 + \gamma s^\alpha + \omega^2) [\omega^2 + (s + \nu)^2 + \gamma(s + \nu)^\alpha] - \tau^2. \quad (9)$$

为保证 (6) 式所给的系统响应的一阶矩的稳定性, (9) 式必需满足方程 $H(s) = 0$ 不能有正实根, 则系统参数需满足不等式

$$\tau^2 < \omega^2 (\omega^2 + \nu^2 + \gamma \nu^\alpha).$$

此时, 在 $t \rightarrow \infty$ 的情况下, 初始条件对系统响应的影响将逐渐消失, 系统响应的一阶稳态矩为

$$\begin{aligned} \langle X \rangle_{as} &= \langle X \rangle|_{t \rightarrow \infty} \\ &= A_0 \int_0^t H_{12}(t-t') \cos(\Omega t') dt'. \end{aligned} \quad (10)$$

(10) 式中系统响应的一阶稳态矩也可以表示为 $\langle X \rangle_{as} = H_{12}(t) * A_0 \cos(\Omega t)$, 即 $\langle X \rangle_{as}$ 等于正弦信号 $A_0 \cos(\Omega t)$ 输入已知系统函数为 $H_{12}(t)$ 的线性时不变系统的输出, 由线性响应理论^[13,14], 分数阶线性系统 (1) 的系统响应的一阶稳态矩具有频率

不变性和相移特性. (10) 式可进一步表示为^[15]

$$\langle X \rangle_{as} = A \cos(\Omega t + \varphi). \quad (11)$$

令

$$\begin{aligned} \chi(\Omega) &= \chi'(\Omega) + i\chi''(\Omega) = \hat{H}_{12}(-i\Omega) \\ &= \int_0^\infty e^{i\Omega t} H_{12}(t) dt, \end{aligned} \quad (12)$$

则可得

$$A = A_0 |\chi|, \quad \varphi = \arctan \left(-\frac{\chi''}{\chi'} \right).$$

利用 (8) 和 (12) 式可以进一步得到相移 φ 和系统响应一阶稳态矩的幅值增益 G 分别为

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\tau^2 f_3 + \gamma \Omega^\alpha (f_1^2 + f_3^2) \sin \left(\frac{\pi\alpha}{2} \right)}{a^2 f_1 - f_2 (f_1^2 + f_3^2)} \right), \quad (13)$$

$$G = \frac{A}{A_0} = \sqrt{\frac{f_1^2 + f_3^2}{\left[f_1 f_2 - \gamma \Omega^\alpha f_3 \sin \left(\frac{\pi\alpha}{2} \right) - \tau^2 \right]^2 + \left[f_2 f_3 + \gamma \Omega^\alpha f_1 \sin \left(\frac{\pi\alpha}{2} \right) \right]^2}}, \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} f_1 &= \omega^2 + \nu^2 - \Omega^2 + \gamma(\nu^2 + \Omega^2)^{\alpha/2} \\ &\quad \times \cos \left[\alpha \arctan \left(\frac{\Omega}{\nu} \right) \right], \\ f_2 &= \omega^2 - \Omega^2 + \gamma \Omega^\alpha \cos \left(\frac{\pi\alpha}{2} \right), \\ f_3 &= 2\Omega\nu + \gamma(\nu^2 + \Omega^2)^{\alpha/2} \sin \left[\alpha \arctan \left(\frac{\Omega}{\nu} \right) \right]. \end{aligned}$$

系统响应一阶稳态矩的幅值增益 G 是双态噪声强度 τ^2 , 转换率 ν , 阻尼系数 γ , 分数阶阶数 α 以及正弦信号的频率 Ω , 系统的固有频率 ω 的函数. 图 1(a) 是 Ω 取不同值时系统响应幅值增益 G 与阻尼系数 γ 的关系曲线. 系统响应幅度增益 G 是阻尼系数 γ 的非单调函数, 并且在某一个阻尼系数处, 系统响应幅度增益 G 达到最大值, 即出现广义随机共振现象. 而且随着信号的频率 Ω 的增大, 其峰值逐渐向阻尼系数 γ 增加的方向移动. 图 1(b) 是 ν 取不同值时系统响应幅值增益 G 与周期信号频率 Ω 的关系曲线. 在 ν 值较大时, 系统响应幅值增益出样一个共振峰; 在 $\nu = 0.1$ 附近, 增益 G 出现双峰共振行为. 图 1(c) 为 γ 取不同值时系统响应幅值增益 G 与双态噪声强度 τ^2 的关系曲线. 此时出现传统的随机共振现象. 幅度增益 G 是

双态噪声强度 τ^2 的非单调函数, 随着噪声强度 τ^2 的增大, G 先是增大到一个峰值, 然后再逐渐减少.

从图 1 可知, 无论是广义随机共振还是传统的随机共振, 在一定的参数条件下, 峰值处的幅度增益 G 都远远大于 1. 因而分数阶线性系统 (1) 对周期信号的幅值具有放大作用, 从而有利于噪声环境下微弱周期信号的检测和估计.

3 基于混沌的微弱信号检测原理

Duffing 方程在非线性动力学系统的研究中占有重要的地位, 而且利用 Melnikov 方法^[16], Duffing 方程具有的混沌特性已经得到理论上的验证. 本文将利用 Duffing 混沌系统来检测强噪声背景中的微弱周期信号.

考虑如下 Duffing 振子

$$\ddot{x}(t) + k\dot{x}(t) - x(t) + x^3(t) = f \cos(t), \quad (15)$$

式中 k 为阻尼比, $f \cos(t)$ 为周期策动力, $-x(t) + x^3(t)$ 为非线性恢复力. 当 k 固定, 将参数 f 看成是变量, 随着 f 值的增加, 系统会经历同宿轨道、分岔、混沌等状态. 当 f 值超过一阈值时, 外加周期策动力完全处于控制地位, 使系统迅速从

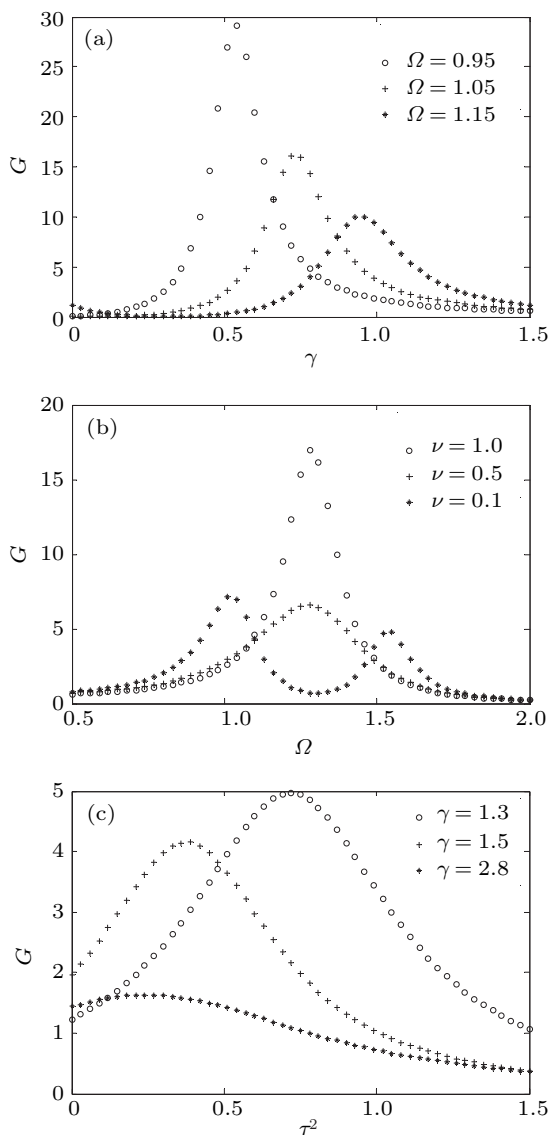


图1 分数阶线性振子对周期信号幅值的放大作用 (a) Ω 取不同值时系统响应幅值增益 G 与阻尼系数 γ 的关系曲线, $\nu = 0.1, \omega = 1, \tau^2 = 0.4, \alpha = 0.1$; (b) ν 取不同值时系统响应幅值增益 G 与周期信号频率 Ω 的关系曲线, $\gamma = 0.7, \omega = 1, \tau^2 = 0.4, \alpha = 0.1$; (c) γ 取不同值时系统响应幅值增益 G 与双态噪声强度 τ^2 的关系曲线, $\nu = 0.01, \omega = 1, \Omega = 0.4, \alpha = 0.1$

混沌态变为大尺度周期态, 此时系统动力学行为的轨迹是周期运动, 系统平均运动周期与周期策动力的频率近似满足 $T_0 = \frac{2\pi}{\Omega}$. 当 f 处于混沌和大周期的临界态时, 相轨迹状态对同频率的信号非常敏感, 微小的幅值增量即能促成相变的发生, 而对不同频率的信号和噪声具有很强的免疫力.

图 2 给出了系统参数 $k = 0.15, \Omega = 1, f \in [0.1, 0.4]$ 时的分岔图, 可以看到当 f 越过临界值 f_c 时系统状态迅速从混沌态进入大周期状态. 考虑到初始相位对信号检测的影响, 由分数阶线性

振子频率不变性和相移特性, 可以构造如下形式的 Duffing 检测振子

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + k\dot{x}(t) - x(t) + x^3(t) \\ = f_c \cos(\Omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (16)$$

其中 f_c 为 Duffing 振子从混沌态进入大周期状态的临界值. 为了实现对任意频率的余弦信号的检测, 通过时间尺度的变化, (16) 式可以改写为如下等价形式:

$$\begin{cases} \dot{x} = \Omega y, \\ \dot{y} = \Omega(-ky + x - x^3 + f_c \cos(\Omega t + \varphi)). \end{cases} \quad (17)$$

系统 (17) 可以作为微弱周期信号的检测器. 系统参数 $f = f_c$ 为混沌与大周期状态的临界值, 该临界值只与参数 k 有关, 不受初始相位 φ 的影响. 设混合信号为 $A_0 \cos(\Omega t) + \xi(t)$, 其中 $A_0 \cos(\Omega t)$ 为待检测信号, $\xi(t)$ 为背景噪声. 由线性响应理论, 信号输入分数阶线性系统 (1), 其系统响应 $X(t)$ 的一阶稳态矩表达式形如 (11). 输出信号的一阶稳态矩的幅值 $A = A_0|\chi|$, 从图 1 可以看出, 在随机共振机制下, 可以让 $|\chi| \gg 1$. 将放大后的信号 $X(t)$ 并入检测器 (17), 根据系统从混沌状态到大尺度周期状态的相变与否可以实现对淹没在噪声中的微弱周期信号的检测.

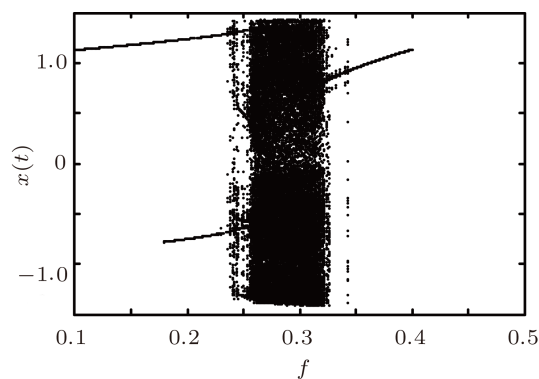


图2 Duffing 振子分岔图

4 数值模拟

设噪声背景下的待检测信号为 $A_0 \cos(\Omega t) + \xi(t)$, 幅值 $A_0 = 10^{-6} \text{ V}$, 噪声强度 $\sigma = 10^{-10}$. 如图 3(a) 是待测信号 $A_0 \cos(\Omega t) + \xi(t)$, 图 3(b) 是分数阶线性振子 (1) 的系统响应 $X(t)$. 可见, 仅仅通过分数阶线性振子随机共振对噪声淹没的微弱信号实现放大处理, 并不能直接从混合信号中检测到

周期信号的存在,因而有必要将放大后的信号输入混沌系统进行检测.

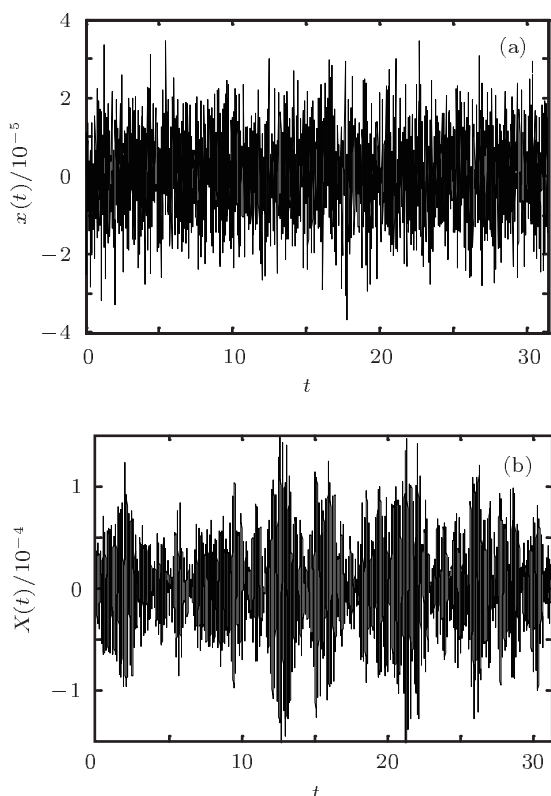


图3 分数阶线性振子的输入输出 (a) 输入 $x(t)$; (b) 输出 $X(t)$

首先调整检测器参数,使 f 处于临界状态. 将分数阶线性振子 (1) 的输出 $X(t)$ 并入检测系统,得到如下表达式

$$\begin{cases} \dot{x} = \Omega y, \\ \dot{y} = \Omega(-ky + x - x^3 + f_c \cos(\Omega t + \varphi) + X). \end{cases} \quad (18)$$

为了实现数值求解,可以联立 (1) 式和 (18) 式组成分数阶随机微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{X} = Y, \\ \dot{Y} = -\gamma Z - (\omega^2 + \eta(t))X + A_0 \cos(\Omega t) + \xi(t), \\ {}_0D_t^{1-\alpha} Z = Y, \\ \dot{x} = \Omega y, \\ \dot{y} = \Omega(-ky + x - x^3 + f_c \cos(\Omega t + \varphi) + X). \end{cases} \quad (19)$$

对 (19) 式,取参数 $k = 0.15, \Omega = 1.3, \nu = 0.05, \omega = 1, \tau^2 = 0.4, \gamma = 0.5, \alpha = 0.1$, 分数阶的

阶数为 $1 - \alpha = 0.9$. 通过 Duffing 振子的分岔图和实验分析可求得混沌与大周期状态的临界值为 $f_c = 0.3196983$. 采用四阶 Runge-Kutta 对方程进行求解,根据系统是否跃迁至大尺度周期状态,判断输入信号中是否带有微弱正弦信号. 仿真结果为:检测器能检测到的信号最低幅值为 $A_0 = 2 \times 10^{-7}$ V,即最低检测门限为 $20 \lg(2 \times 10^{-7}) = -133.98$ dB. 同时,经过大量的仿真实验,测得最低信噪比检测门限为

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= 10 \lg \frac{\text{周期信号功率}}{\text{噪声强度}} \\ &= 10 \lg \frac{(2 \times 10^{-7})^2}{10^{-10}} - 36.99 \text{ dB}. \end{aligned}$$

为了说明随机共振结合混沌检测方法的有效性,下面将本文方法和传统的直接将待测信号输入混沌检测器的结果做了比较. 图 4 是两种检测器对待测信号 $A_0 \cos(\Omega t) + \xi(t)$ 的响应相图,幅值 $A_0 = 10^{-7}$ V,噪声强度 $\sigma = 10^{-10}$. 图 4(a) 是直接待测信号输入检测器 (18) 的输出结果,相图保持混沌状态;图 4(b) 是将待测信号输入分数阶线性振子,再将输出并入混沌检测器,得到 (19) 式的输出结果,相图为大尺度周期状态. 可见,直接用混沌

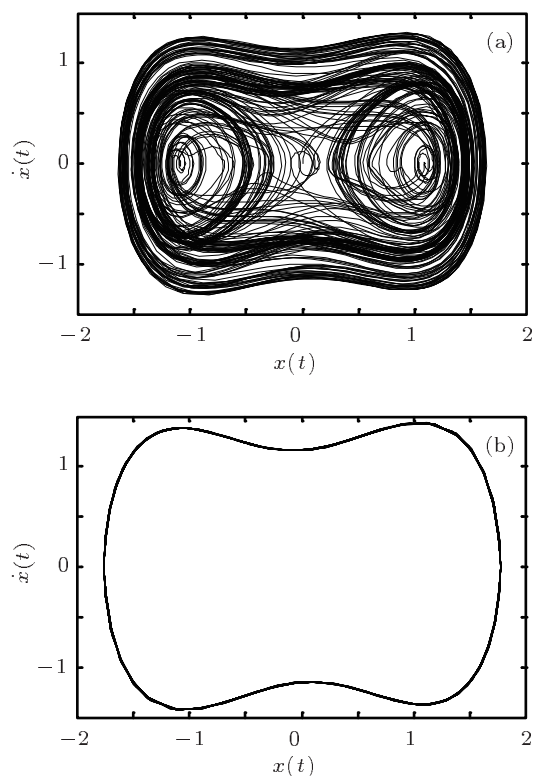


图4 两种检测器的系统响应相图比较 (a) 混沌方法; (b) 混沌+随机共振方法

方法无法检测到的微弱周期信号, 通过分数阶线性振子随机共振放大处理后, 再用混沌方法能够有效检测出来, 因而随机共振结合混沌微弱信号检测方法能有效降低检测门限.

表 1 两种检测方法性能比较

检测方法	幅值检测门限	信噪比检测门限
混沌方法	1×10^{-6} V	-20.00 dB
混沌 + 随机共振	1×10^{-7} V	-36.99 dB

表 1 是两种检测方法的检测性能比较. 比较可知, 对强噪声背景下的微弱周期信号, 分数阶线性振子随机共振结合混沌方法比直接混沌检测明显

降低了幅值检测门限; 最低检测信噪比也显著降低.

5 结论

本文提出了一种基于混沌和随机共振机制下的微弱周期信号检测方法. 理论上分析了微弱周期信号输入双态噪声扰动的分数阶线性振子的系统响应具有频率不变性和相移特性, 并且在适当的参数调节下, 利用分数阶线性振子的随机共振机制, 可以实现对微弱周期信号一阶稳态矩幅值的放大处理. 根据分数阶线性振子的系统响应的表达形式, 构造相应的 Duffing 混沌振子作为微弱信号检测器. 仿真实验证明, 本文方法比较传统的混沌检测方法能有效降低幅值检测门限和信噪比检测门限.

- [1] Wang G Y, Zheng W, He S 2002 *Signal Processing* **82** 103
- [2] Li Y, Lu P, Yang B J, Zhao X P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1672 (in Chinese) [李月, 路鹏, 杨宝俊, 赵雪平 2006 物理学报 **55** 1672]
- [3] Li Y, Xu K, Yang B J, Yuan Y, Wu N 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3353 (in Chinese) [李月, 徐凯, 杨宝俊, 袁野, 吴宁 2008 物理学报 **57** 3353]
- [4] Li Y, Yang B J, Du L Z 2003 *Chin. Phys.* **12** 714
- [5] Benzi R, Sutera A, Vulpiana A 1981 *J. Phys. A* **14** L453
- [6] Soika E K, Mankin R, Ainsaar A 2010 *Phys. Rev. E* **81** 011141
- [7] Jin Y F, Xu W, Li W, Xu M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2562 (in Chinese) [靳艳飞, 徐伟, 李伟, 徐猛 2005 物理学报 **54** 2562]
- [8] Ning L J, Xu W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2889 (in Chinese) [宁丽娟, 徐伟 2009 物理学报 **58** 2889]
- [9] Gitterman M 2005 *Physica A* **352** 309
- [10] Zhou C S, Lai C H 1999 *Phys. Rev. E* **60** 3928
- [11] Du L C, Mei D C 2011 *Phys. Scr.* **84** 015003
- [12] Shapiro V E, Loginov V M 1978 *Physica A* **91** 563
- [13] Hu G, Nicolis G, Nicolis C 1990 *Phys. Rev. A* **42** 2030
- [14] Petracchi D, Gebeshuber L C, DeFelice L J 2000 *Chaos, Solitons and Fractals* **11** 1819
- [15] Sauga A, Mankin R, Ainsaar A 2010 *Wseas Transactions on Systems* **9** 1021
- [16] Li Y, Yang B J, Shi Y W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 526 (in Chinese) [李月, 杨宝俊, 石要武 2003 物理学报 **52** 526]

Weak signal detection based on chaos and stochastic resonance*

Gao Shi-Long¹⁾²⁾ Zhong Su-Chuan²⁾ Wei Kun²⁾ Ma Hong^{2)†}

1) (*College of Mathematics and Information Science, Leshan Normal University, Leshan 614000, China*)

2) (*College of Mathematics, Sichuan University, Chengdu 610064, China*)

(Received 20 February 2012; revised manuscript received 20 March 2012)

Abstract

The frequency invariance and phase shift of the first-order steady state moment of system response are deduced for fractional order linear oscillator. Moreover, through the theoretical analysis, the amplification effect of fractional order linear system on the amplitude of first-order steady state moment is verified in stochastic resonance mechanism. Duffing detector is used to realize weak signal detection based on parameter perturbation sensitivity and noise immunity of chaos. Numerical simulations show that this scheme can effectively extract the weak sinusoidal signal from the strong colored noise background and significantly reduce the signal-to-noise ratio threshold in comparison with traditional chaotic detection method.

Keywords: weak signal detection, stochastic resonance, chaos, fractional order

PACS: 05.45.-a, 02.50.-r, 05.40.-a

* Project supported by National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11171238), and China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 201104693).

† E-mail: mahong@scu.edu.cn