

一种计算非均质大气双向反射比的新方法*

张峰¹⁾²⁾³⁾ 马雷鸣³⁾ 沈钟平^{4)†} 张华⁵⁾ 孙靖⁶⁾ 杨寅⁶⁾

1) (中国气象科学研究院, 北京 100081)

2) (中国科学院研究生院, 北京 100049)

3) (中国气象局上海台风研究所, 上海 200030)

4) (上海市气候中心, 上海 200030)

5) (中国气象局国家气候中心, 北京 100081)

6) (中国气象局国家气象中心, 北京 100081)

(2011年12月2日收到; 2012年3月7日收到修改稿)

在卫星遥感中, 利用单次散射近似获得双向反射比与光学厚度之间的关系为卫星反演气溶胶光学厚度奠定基础. 本文利用渐近积分理论, 在不需要人为垂直分层的情况下, 基于单次散射近似, 提出了一种计算非均质大气的双向反射比的新方法. 结果表明: 新方法得到的解析表达式有非常高的精度, 且该解析解也有助于我们分析辐射传输过程的一些重要特征.

关键词: 辐射传输, 渐近积分, 双向反射比

PACS: 42.68.Ay, 02.30.Mv, 42.68.Mj

1 引言

大气中的辐射传输过程包括大气吸收、散射和热辐射等过程^[1-4]. 它在天气气候数值模拟、卫星遥感反演与资料同化中起着非常重要的作用^[5-15]. 辐射传输过程通常由包含微分积分的辐射传输方程来描述. 即使在平面平行的假设条件下, 辐射传输方程还是很难进行精确求解. 对于遥感应用来说, 通常采用单次散射近似获得双向反射比与光学厚度之间的关系. 这种关系为卫星探测反演气溶胶光学厚度奠定了基础^[16]. 而实际大气是非均匀的, 它的光学特性也随高度发生垂直变化. 实际处理中, 通常把非均匀大气分成多个均匀的层进行数值计算^[16]. 段明征和郭霞^[3]认为这种人为分层计算会造成大气成分分布的不连续性, 并导致在这一界面处大气光学性质的不连续, 从而最终可能会

出现伪极限现象. 本文利用渐近积分理论, 在不需要垂直分层的情况下, 基于单次散射近似, 提出了一种计算非均质大气的双向反射比的新方法, 并对该方法获得的解析表达式的精度进行了验证.

2 理论分析

平面平行大气的辐射传输的基本标量方程可以写为如下形式:^[16]

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu, \phi)}{d\tau} = -I(\tau, \mu, \phi) + J(\tau, \mu, \phi). \quad (1)$$

只考虑单次散射情况下, 源函数 J 为

$$J(\tau, \mu, \phi) = \frac{\varpi(\tau)}{4\pi} F_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \times P(\tau, \mu, \phi, -\mu_0, \phi_0), \quad (2)$$

其中 μ 为出射辐射天顶角的余弦 (向上为正, 向下为负)^[16], μ_0 为太阳入射辐射天顶角的余弦, ϕ 为

* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2009CB421500)、公益性行业 (气象) 科研专项基金 (批准号: GYHY201206006)、中国科学院战略性先导科技专项 (批准号: XDA05090204) 和国家自然科学基金 (批准号: 41075056) 资助的课题.

† E-mail: shenzp@climate.sh.cn

出射辐射方位角, ϕ_0 为太阳方位角, τ 为大气光学厚度, I 为辐射强度, ϖ 为单次散射反照率, P 为单次散射相函数, F_0 为地外太阳辐射通量. 则由 (1) 式和 (2) 式可以很容易导出大气层顶向上的辐射强度为 [16]

$$I(0, \mu, \phi) = I(\tau_*, \mu, \phi) \exp\left(-\frac{\tau_*}{\mu}\right) + \frac{F_0}{4\pi\mu} \int_0^{\tau_*} \omega(t) \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) P(\tau) \times \exp\left(-\frac{\tau}{\mu}\right) d\tau, \quad (3)$$

其中 τ_* 为整个大气层的光学厚度. 为了简化 (3) 式, 我们假定

$$x = 1/\mu_0 + 1/\mu, \quad (4)$$

$$f_1(\tau) = \omega(\tau)P(\tau), \quad (5)$$

$$h(\tau_*) = \int_0^{\tau_*} f_1(\tau) \exp(-x\tau) d\tau. \quad (6)$$

把方程 (4)—(6) 代入 (3) 式, 得

$$I(0, \mu, \phi) = I(\tau_*, \mu, \phi) \exp\left(-\frac{\tau_*}{\mu}\right) + \frac{F_0}{4\pi\mu} h(\tau_*). \quad (7)$$

根据渐近积分理论 [17] 可得

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_0^{\tau_*} f_1(\tau) \exp(-x\tau) dt \\ &= -\frac{1}{x} f_1(\tau) \exp(-x\tau) \Big|_0^{\tau_*} \\ &+ \frac{1}{x} \int_0^{\tau_*} f_2(\tau) \exp(-x\tau) d\tau \\ & \int_0^{\tau_*} f_2(\tau) \exp(-x\tau) dt \\ &= -\frac{1}{x} f_2(\tau) \exp(-x\tau) \Big|_0^{\tau_*} \\ &+ \frac{1}{x} \int_0^{\tau_*} f_3(\tau) \exp(-x\tau) d\tau \\ & \dots \\ & \int_0^{\tau_*} f_n(\tau) \exp(-x\tau) dt \\ &= -\frac{1}{x} f_n(\tau) \exp(-x\tau) \Big|_0^{\tau_*} \\ &+ \frac{1}{x} \int_0^{\tau_*} f_{n+1}(\tau) \exp(-x\tau) d\tau \\ & \dots \end{aligned} \right. \quad (8)$$

其中, $f_n(\tau) = f_1(\tau)^{(n-1)}$, $f_1(\tau)^{(n-1)}$ 表示 $f_1(\tau)$ 的 $n-1$ 阶导数. 由 (6) 和 (8) 式可得

$$h(\tau_*) = -\sum_{n=1}^N \frac{1}{x^n} f_1(\tau)^{(n-1)} \exp(-x\tau) \Big|_0^{\tau_*} + O\left(\frac{1}{x^{N+1}}\right). \quad (9)$$

由于 $x \in [2, +\infty)$, 因此 N 阶近似忽略的高阶小量为 $O\left(\frac{1}{2^{N+1}}\right)$. 由 (9) 和 (7) 式可得, 在 N 阶近似的大气层顶向上辐射强度为

$$I(0, \mu, \phi) = I(\tau_*, \mu, \phi) \exp\left(-\frac{\tau_*}{\mu}\right) + \frac{F_0}{4\pi\mu} \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{1}{x^n} [f_1(\tau)^{(n-1)}]_{\tau=0} - f_1(\tau)^{(n-1)} \Big|_{\tau=\tau_*} \exp(-\tau_* x) \right\}. \quad (10)$$

考虑一个黑体表面, 则向上反射强度 $I(\tau_*, \mu, \phi) = 0$. 由上式可得双向反射比为

$$R(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) = \frac{1}{4\mu\mu_0} \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1/\mu_0 + 1/\mu)^n} \times \{ [\omega(\tau)P(\tau)]^{(n-1)} \Big|_{\tau=0} - [\omega(\tau)P(\tau)]^{(n-1)} \Big|_{\tau=\tau_*} \} \times \exp[-\tau_*(1/\mu_0 + 1/\mu)]. \quad (11)$$

尤其对于一个小的 τ_* , 可得

$$R(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) = \frac{1}{4\mu\mu_0} \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1/\mu_0 + 1/\mu)^n} \times \{ [\omega(\tau)P(\tau)]^{(n-1)} \Big|_{\tau=0} - [\omega(\tau)P(\tau)]^{(n-1)} \Big|_{\tau=\tau_*} \} \times [1 - \tau_*(1/\mu_0 + 1/\mu)]. \quad (12)$$

双向反射比与光学厚度的关系奠定了卫星探测反演气溶胶光学厚度的基础. 关于均质大气的双向反射比已由文献 [16] 给出, 而我们这里给出的是非均质大气的双向反射比. 由此我们可以看出: 对于非均质大气, 大气层顶和大气层底的相函数、单次散射反照率及它们对光学厚度的 n 阶导数对双向反射比都有影响, 且大气层顶的光学特性所起的作用更大. 因此, 该解析解有助于我们分析辐射传输过程中这些重要特征.

3 精度验证

我们选用一个有精确解析解的特例来分析新方法和传统的分层方法之间的差别. 考虑一层光学厚度 $\tau_1 = 1$ 的大气, 其底部和顶部都没有漫射入射光. 我们只考虑分子散射, 即相函数选用瑞利相函数 $P(\tau, \mu, \phi, \mu', \phi') = \frac{3}{4}\{1 + [\mu\mu' + (1 - \mu^2)^{1/2}(1 - \mu'^2)^{1/2} \cos(\phi' - \phi)]^2\}$. 其单次散射反照率 $\omega(\tau)$ 随光学厚度按 $\exp(-\tau)$ 变化. 在实际大气中, 我们一般无法直接获取非均匀光学特性的变化函数, 如 $\omega(\tau) = \exp(-\tau)$. 假定光学厚度每间隔 0.01 对 ω 采样一次. 根据采样得到 ω 进行 3 次多项式拟合得到 $\omega_{\text{appr}}(\tau) = 0.30883\tau^2 - 0.93096\tau + 0.99466$. 为了更清楚地显示近似解和传统均匀分层求解结果之间的差别, 在传统的分层方法中我们分别把它当成一个、三个、十个等光学厚度均匀子层处理. 每一个子层的单次散射反照率用该子层的平均单次散射反照率来表示. 一个均匀子层的单次散射反照率为 $\bar{\omega}_1^1 = 0.6373$. 三个均匀子层的单次散射反照率分别为 $\bar{\omega}_1^3 = 0.8520$, $\bar{\omega}_2^3 = 0.6105$, $\bar{\omega}_3^3 = 0.4374$. 十个均匀子层的单次散射反照率分别为 $\bar{\omega}_1^{10} = 0.95171$, $\bar{\omega}_2^{10} = 0.86114$, $\bar{\omega}_3^{10} = 0.77919$, $\bar{\omega}_4^{10} = 0.70504$, $\bar{\omega}_5^{10} = 0.63795$, $\bar{\omega}_6^{10} = 0.57724$, $\bar{\omega}_7^{10} = 0.52231$, $\bar{\omega}_8^{10} = 0.6105$, $\bar{\omega}_9^{10} = 0.4374$, $\bar{\omega}_{10}^{10} = 0.4374$.

由方程 (3) 提供精确解为

$$I_{\text{exact}}(0, \mu, \phi) = \frac{F_0}{4\pi} \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0 + \mu_0\mu} \times \left[1 - \exp\left(-\left(1 + \frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu}\right)\right) \right] \times P(\mu, \phi, -\mu_0, \phi_0). \quad (13)$$

易得双向反射比为

$$R_{\text{exact}}(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) = \frac{1}{4(\mu + \mu_0 + \mu_0\mu)} \left[1 - \exp\left(-\left(1 + \frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu}\right)\right) \right] P(\mu, \phi, -\mu_0, \phi_0). \quad (14)$$

利用拟合得到的 $\omega_{\text{appr}}(\tau)$ 结合 (11) 式得双向反射比近似解为

$$R_{\text{appr}}(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) = \frac{P(\mu, \phi, -\mu_0, \phi_0)}{4(\mu + \mu_0)} \left\{ 0.9947 - 0.3725 \times \exp\left[-\left(\frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu}\right)\right] + \frac{1}{1/\mu_0 + 1/\mu} \right.$$

$$\left. \times \left[-0.9310 + 0.3133 \exp\left[-\left(\frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu}\right)\right] \right] + \frac{1}{(1/\mu_0 + 1/\mu)^2} \left[0.6177 - 0.6177 \exp\left[-\left(\frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu}\right)\right] \right] \right\}. \quad (15)$$

由于 $\omega_{\text{appr}}(\tau)$ 是二次多项式拟合, 三阶及其以上导数都为零, 故上式采用三阶近似进行计算. 按照传统的分层方法把它当成一个均匀子层处理由 (7) 式易得:

$$R_{\text{mean1}}(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) = \frac{\bar{\omega}_1^1}{4(\mu + \mu_0)} \{1 - \exp[-(1/\mu_0 + 1/\mu)]\} \times P(\mu, \phi, -\mu_0, \phi_0). \quad (16)$$

把它当成三个均匀子层处理, 由 (7) 式易得:

$$R_{\text{mean3}}(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) = \frac{P(\mu, \phi, -\mu_0, \phi_0)}{4(\mu + \mu_0)} \{ \bar{\omega}_1^3 [1 - \exp(-1/3(1/\mu_0 + 1/\mu))] + \bar{\omega}_2^3 [\exp(-1/3(1/\mu_0 + 1/\mu)) - \exp(-2/3(1/\mu_0 + 1/\mu))] + \bar{\omega}_3^3 [\exp(-2/3(1/\mu_0 + 1/\mu)) - \exp(-(1/\mu_0 + 1/\mu))] \}. \quad (17)$$

把它当成十个均匀子层处理, 由 (7) 式易得:

$$R_{\text{mean10}}(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) = \frac{P(\mu, \phi, -\mu_0, \phi_0)}{4(\mu + \mu_0)} \{ \bar{\omega}_1^{10} [1 - \exp(-0.1(1/\mu_0 + 1/\mu))] + \bar{\omega}_3^{10} [\exp(-0.2(1/\mu_0 + 1/\mu)) - \exp(-0.3(1/\mu_0 + 1/\mu))] + \bar{\omega}_4^{10} [\exp(-0.3(1/\mu_0 + 1/\mu)) - \exp(-0.4(1/\mu_0 + 1/\mu))] + \bar{\omega}_5^{10} [\exp(-0.4(1/\mu_0 + 1/\mu)) - \exp(-0.5(1/\mu_0 + 1/\mu))] + \bar{\omega}_6^{10} [\exp(-0.5(1/\mu_0 + 1/\mu)) - \exp(-0.6(1/\mu_0 + 1/\mu))] + \bar{\omega}_7^{10} [\exp(-0.6(1/\mu_0 + 1/\mu)) - \exp(-0.7(1/\mu_0 + 1/\mu))] + \bar{\omega}_8^{10} [\exp(-0.7(1/\mu_0 + 1/\mu)) - \exp(-0.8(1/\mu_0 + 1/\mu))] + \bar{\omega}_9^{10} [\exp(-0.8(1/\mu_0 + 1/\mu)) - \exp(-0.9(1/\mu_0 + 1/\mu))] \}.$$

$$\begin{aligned}
 & - \exp(-0.9(1/\mu_0 + 1/\mu))] \\
 & + \bar{\omega}_{10}^{10} [\exp(-0.9(1/\mu_0 + 1/\mu)) \\
 & - \exp(-(1/\mu_0 + 1/\mu))] \}. \quad (18)
 \end{aligned}$$

双向反射比函数的相对误差为

$$\text{Err} = \frac{R_a - R_{\text{exact}}}{R_{\text{exact}}} \times 100\%,$$

其中 R_a 表示的是 R_{appr} , R_{mean1} , R_{mean3} 和 R_{mean10} 之一.

图 1 给出了近似解计算得到双向反射比相对误差百分比随 μ_0 和 μ 的变化情况. 图 2—4 分别给出了按照传统分层方法, 把它当成一个、三个、十个均匀层处理时, 计算得到的双向反射比的相对误差百分比随 μ_0 和 μ 的变化情况.

从图 1 可以看出, 近似解计算得到的相对误差非常小, 其中最大相对误差在 0.4% 左右. 从图 2—4 可以看出, 由传统分层方法计算得到的相对误差非常大. 随着子层数目的增加, 计算得到的相对误差逐渐减小. 如果我们将某大气层当成一个均匀子层处理, 那么得到的双向反射比相对误差高达 35%. 若当成三个均匀子层处理, 得到的双向反射比相对误差虽有所降低, 但仍达 12%. 且用三个均匀子层计算得到双向反射比的复杂程度和本文给出近似解的复杂程度相当, 但其精度却远远不如近似解. 即使我们把该层大气分成十个均匀子层处理, 其最大相对误差仍旧有 3%, 其精度仍然不如近似解. 从 (18) 式可以看出, 分十个子层所得解的形式过于烦琐. 如果要提高精度, 就必须再增加子层的数目. 如此, 不仅所得解的形式将更为复杂, 而且加大了计算量.

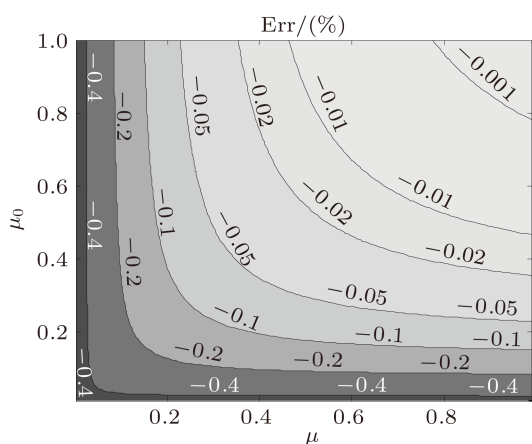


图 1 近似解计算得到双向反射比相对误差随 μ_0 和 μ 变化

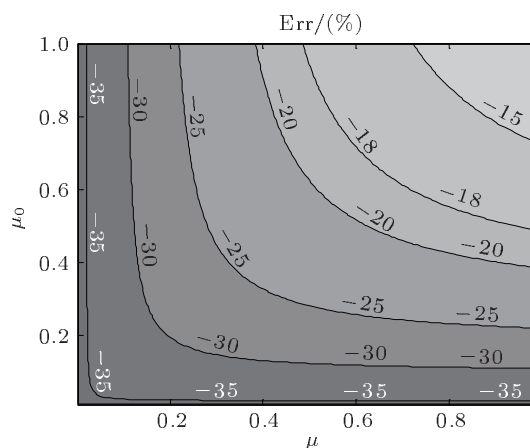


图 2 当成一个均匀子层处理后计算得到双向反射比相对误差随 μ_0 和 μ 变化

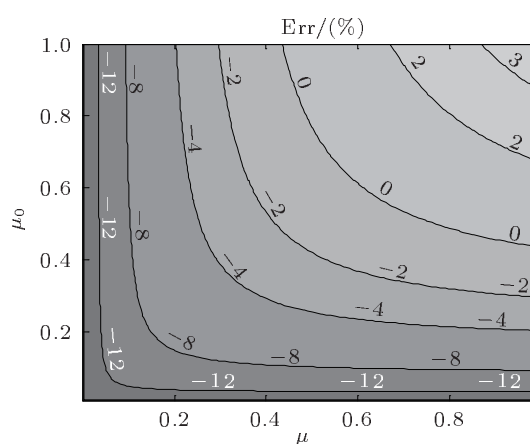


图 3 当成三个均匀子层处理后计算得到双向反射比相对误差随 μ_0 和 μ 变化

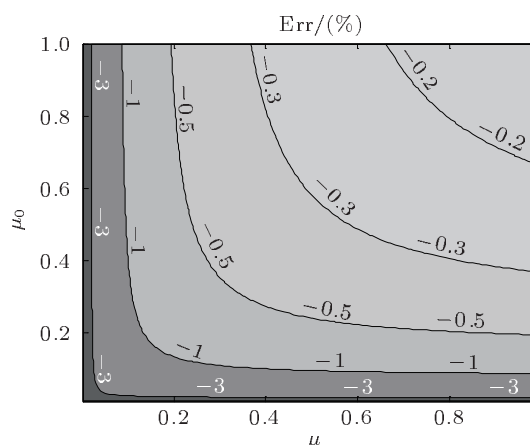


图 4 当成十个均匀子层处理后计算得到双向反射比相对误差随 μ_0 和 μ 变化

由于本文考虑的瑞利相函数 $P(\mu, \phi, -\mu_0, \phi_0)$ 不随光学厚度变化, 因此在计算双向反射比相对

误差时,相函数项已经被消去.而无法讨论相对误差随 ϕ 和 ϕ_0 的变化情况.如果考虑相函数 $P(\mu, \phi, -\mu_0, \phi_0)$ 随光学厚度的变化,那么在一般情况下很难求其精确解,从而无法讨论近似解的精度.因此本文未讨论相对误差随着 ϕ 和 ϕ_0 的变化情况.

4 结论

本文利用渐近积分理论,在不需要人为垂直分

层的情况下,基于单次散射近似,提出了一种计算非均质大气双向反射比的新方法.结果表明:新方法和传统分层方法相比,不仅能获得解析表达式,而且有非常高的精度.由于该方法是一个解析方法,故有助于我们分析辐射传输过程的一些重要特征.本文的解析表达式是在单次散射近似下得到,主要适用于光学厚度比较小的情况.而如何利用二流或四流近似,计算非均质大气在较大光学厚度下的反射率函数的解析表达式,仍是一个挑战.

-
- [1] Liang Z C, Jin Y Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2239 (in Chinese) [梁子长, 金亚秋 2002 物理学报 **51** 2239]
- [2] Liang Z C, Jin Y Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 247 (in Chinese) [梁子长, 金亚秋 2003 物理学报 **52** 247]
- [3] Duan M Z, Guo X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1353 (in Chinese) [段民征, 郭霞 2009 物理学报 **58** 1353]
- [4] Zhang F, Zhang H, Shen Z P, Wei X D 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010702 (in Chinese) [张峰, 张华, 沈钟平, 卫晓东 2011 物理学报 **60** 010702]
- [5] Han Y, Wang T J, Rao R Z, Wang Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7396 (in Chinese) [韩永, 王体健, 饶瑞中, 王英俭 2008 物理学报 **57** 7396]
- [6] Zuo H Y, Yang J G 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6132 (in Chinese) [左浩毅, 杨经国 2007 物理学报 **56** 6132]
- [7] Du H D, Huang S X, Shi H Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7685 (in Chinese) [杜华栋, 黄思训, 石汉青 2008 物理学报 **57** 7685]
- [8] Shen Z P, Zhang H 2009 *Acta Energetica Sol. Sin.* **30** 1389 (in Chinese) [沈钟平, 张华 2009 太阳能学报 **30** 1389]
- [9] Qiu J 1999 *J. Atmos. Sci.* **56** 2955
- [10] Duan M, Min Q, Lu D 2010 *Adv. Atmos. Sci.* **27** 891
- [11] Duan M, Min Q 2005 *J. Quant. Spectrosc. Radiat.* **95** 21
- [12] Lu P, H Zhang, J Li 2009 *J. Quant. Spectrosc. Radiat.* **110** 129
- [13] Zhang H, Zhang F, Fu Q, Shen Z, Lu P 2010 *J. Atmos. Sci.* **67** 3238
- [14] Liu Q, Weng F 2006 *Geophys. Res. Lett.* **33** L22811 doi:10.1029/2006GL027543
- [15] Hovenier J W, Stam D M 2007 *J. Quant. Spectro. Radia. Trans.* **107** 83
- [16] Liou K N 2002 *An Introduction to Atmospheric Radiation* (2nd Ed.) (California: Academic Press) pp31–32, 105, 261, 272
- [17] C M Bender, S A Orszag 1978 *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers* (New York: McGraw-Hill Press) p258

A new approach to dealing with bidirectional reflectance of non-homogeneous atmosphere*

Zhang Feng¹⁾²⁾³⁾ Ma Lei-Ming³⁾ Shen Zhong-Ping^{4)†}
Zhang Hua⁵⁾ Sun Jing⁶⁾ Yang Yin⁶⁾

1) (*Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081, China*)

2) (*Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

3) (*Shanghai Typhoon Institute, China Meteorological Administration, Shanghai 200030, China*)

4) (*Shanghai Climate Center, Shanghai 200030, China*)

5) (*National Climate Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081, China*)

6) (*National Meteorological Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081, China*)

(Received 2 December 2011; revised manuscript received 7 March 2012)

Abstract

In satellite remote sensing, the relationship between bidirectional reflectance and optical depth is the foundation of the retrieval of the aerosols' optical depth. According to asymptotic integral theory, a new approach to dealing with bidirectional reflectance of atmospheric without artificial stratification in the single-scattering approximation. The results show that the accuracy of analytical solution obtained by the new method is high. We formulate the analytical bidirectional reflectance with the vertical continuity of the inherent optical properties. Moreover, analytical solution is relatively easy to explain some of most import features for radiative transfer process.

Keywords: radiative transfer, asymptotic integration, bidirectional reflectance

PACS: 42.68.Ay, 02.30.Mv, 42.68.Mj

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2009CB421500), the Special Scientific Research Fund of Meteorological Public Welfare Profession of China (Grant No. GYHY201206006), CAS Pilot Special Project (Grant No. XDA05090204) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41075056).

† E-mail: shenzp@climate.sh.cn