

# 三参数双模压缩粒子数态的量子特性\*

卢道明<sup>†</sup>

(武夷学院电子工程系, 武夷山 354300)

(2012年4月14日收到; 2012年5月13日收到修改稿)

利用有序算符内的积分技术, 给出了三参数双模压缩算符, 构建了三参数双模压缩粒子数态, 并且研究了该量子态的压缩效应、反聚束效应和对 Cauchy-Schwartz 不等式的违背。给出了量子态产生压缩效应和反聚束效应的条件, 以及三参数双模压缩粒子数态的 Wigner 函数的解析式。讨论了参数变化和光子数变化对压缩效应、反聚束效应和 Cauchy-Schwartz 不等式的违背的影响。研究结果表明: 随光子数的增大, 压缩效应、反聚束效应和光场两模间的非经典相关性减弱; 另一方面, 随参数模的增大, 压缩效应增强, 但反聚束效应和光场两模间的非经典相关性却减弱。

**关键词:** 量子光学, 双模压缩粒子数态, 压缩效应, 反聚束效应

**PACS:** 03.65.Ud, 42.50.Dv.

## 1 引言

光场的量子特性一直是量子光学研究的核心课题之一。光场的压缩效应、反聚束效应和亚泊松分布等所反映的非经典特性, 在超标准量子极限的高精度光学测量、精密光谱、微弱信号检测, 以及量子信息处理和量子计算等领域有着不可估量的潜在应用。至今, 人们已对不同量子态光场的量子特性进行了大量的研究<sup>[1-5]</sup>。例如, 兰海江等<sup>[2]</sup>研究了减光子偶奇相干态的量子统计特性, Ma 和 Luo<sup>[3]</sup>对光子增加和光子减压缩真空态的非经典特性进行了比较, 黄纯青等<sup>[4]</sup>构造了减少光子奇对和偶对相干态, 并讨论了它们的非经典特性, 王晓芹等<sup>[5]</sup>研究了广义 GHZ 态的纠缠与非定域性。另一方面, 范洪义发明了有序(包括正规乘积、反正规乘积和 Weyl 编序)算符内的积分(IWOP)技术, 实现了牛顿-莱布尼兹积分理论直接应用于对 ket-bra 算符积分的目的。利用 IWOP 技术, 人们已构造了许多新的量子态及其表象<sup>[6-12]</sup>。例如, 余海军和杜建明<sup>[6]</sup>构建了  $\hat{x}_2 - \hat{p}_1$  和  $\hat{x}_1 - \hat{p}_2$  的共同

本征态, 并分析了其压缩效应。孙治湖和范洪义<sup>[7]</sup>引入了平移激发压缩真空态, 并讨论了它的基本性质。李洪奇等<sup>[8]</sup>建立了一种称为相干纠缠态的两粒子体系的新表象, 并研究了这种新表象的性质。宋军等<sup>[9]</sup>研究了 Schwinger Bose 实现下自旋相干态 Wigner 函数的特性分析。本文利用 IWOP 技术, 给出了三参数双模压缩算符, 构建了三参数双模压缩粒子数态, 并且研究了该量子态的压缩效应、反聚束效应和对 Cauchy-Schwartz 不等式的违背。研究发现随光子数的增大, 三参数双模压缩粒子数态的压缩效应、反聚束效应和光场两模间的非经典相关性减弱, 它的量子特性还与复参数有关。

## 2 三参数双模压缩粒子数态

利用 IWOP 技术, 范洪义构建了三参数双模压缩算符<sup>[13]</sup>。该算符在双模相干态  $|z_1, z_2\rangle$  表象中可表示为

$$\begin{aligned} U(r, s) = & s \int \frac{1}{\pi^2} d^2 z_1 d^2 z_2 |sz_1 + rz_2^*, rz_1^* \\ & + sz_2\rangle \langle z_1, z_2|, \end{aligned} \quad (1)$$

\* 福建省自然科学基金(批准号: 2011J01018)资助的课题。

† E-mail: daominglu79@hotmail.com

式中  $s$  与  $r$  是复参数,  $r = |r| \exp(i\theta_1)$ ,  $s = |s| \exp(i\theta_2)$ ,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  为参数的复角, 且  $|s|^2 - |r|^2 = 1$ .

$$\begin{aligned} |z_1, z_2\rangle &= \exp\left(-\frac{|z_1|^2}{2} - \frac{|z_2|^2}{2} + z_1 a^+ + z_2 b^+\right) \\ &\times |00\rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $a^+$ ,  $a$  ( $b^+$ ,  $b$ ) 为光场的产生算符和湮没算符. 利用  $|00\rangle\langle 00| = : \exp(-a^+a - b^+b):$  和 IWOP 技术, 可得出:

$$\begin{aligned} U(r, s) &= \exp\left(\frac{r}{s^*} a^+ b^+\right) \exp[(a^+ a + b^+ b + 1) \\ &\times \ln(s^*)^{-1}] \exp\left(-\frac{r^*}{s^*} ab\right), \end{aligned} \quad (3)$$

且具有幺正变换:

$$\begin{aligned} U^+ a U &= sa + rb^+, \\ U^+ a^+ U &= s^* a^+ + r^* b, \\ U^+ b U &= ra^+ + sb, \\ U^+ b^+ U &= r^* a + s^* b^+. \end{aligned} \quad (4)$$

将三参数双模压缩算符作用在双模粒子数态  $|m, n\rangle$  上, 可得三参数双模压缩粒子数态为

$$\begin{aligned} |\psi_{mn}\rangle &= U(r, s)|m, n\rangle \\ &= \sum_{l=0}^n \frac{(-1)^{n-l} \sqrt{m!n!}}{(n-l)!l!(m-n+l)!} \\ &\times \frac{r^{*(n-l)}}{s^{*(m+l+1)}} a^{+(m-n+l)} b^{+l} \\ &\times \exp\left(r \frac{a^+ b^+}{s^*}\right) |00\rangle \\ &= \sum_{l=0}^n \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-l} \sqrt{m!n!}}{(n-l)!l!(m-n+l)!} \\ &\times \frac{r^{*(n-l)} r^j}{s^{*(m+l+j+1)}} \\ &\times \frac{\sqrt{(m-n+j+l)!(j+l)!}}{j!} |m-n \\ &+ l+j, l+j\rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

其正交性为

$$\langle\psi_{mn}|\psi_{m'n'}\rangle = \delta_{mm'}\delta_{nn'}. \quad (6)$$

### 3 光场的压缩效应

为了讨论双模光场的压缩效应, 定义光场的两个正交分量

$$F_1 = \frac{1}{2^{3/2}} (a + b + a^+ + b^+),$$

$$F_2 = \frac{1}{2^{3/2}i} (a + b - a^+ - b^+), \quad (7)$$

它们满足对易关系

$$[F_1, F_2] = \frac{i}{2}, \quad (8)$$

若光场的  $F_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分量满足

$$\Delta F_i^2 = \langle F_i^2 \rangle - \langle F_i \rangle^2 < \frac{1}{4}, \quad (9)$$

则称光场的  $F_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分量被压缩. 定义描述  $F_i$  分量压缩程度的量

$$Q_i = \Delta F_i^2 - \frac{1}{4}, \quad (10)$$

则  $Q_i$  表示光场  $F_i$  分量被压缩. 应用 (7) 式可得出:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{1}{8} [2\langle a^+ a \rangle + 2\langle b^+ b \rangle + 2\langle a^+ b \rangle + 2\langle a b^+ \rangle \\ &+ \langle a^2 + a^{+2} \rangle + \langle b^2 + b^{+2} \rangle + 2\langle a b + a^+ b^+ \rangle] \\ &- \frac{1}{8} [\langle a + a^+ \rangle + \langle b + b^+ \rangle]^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= \frac{1}{8} [2\langle a^+ a \rangle + 2\langle b^+ b \rangle + 2\langle a^+ b \rangle + 2\langle a b^+ \rangle \\ &- \langle a^2 + a^{+2} \rangle - \langle b^2 + b^{+2} \rangle - 2\langle a b + a^+ b^+ \rangle] \\ &+ \frac{1}{8} [\langle a - a^+ \rangle + \langle b - b^+ \rangle]^2. \end{aligned} \quad (11)$$

利用 (4) 和 (5) 式, 通过计算不难得出:

$$\begin{aligned} \langle a \rangle &= \langle a^+ \rangle = \langle b \rangle = \langle b^+ \rangle = 0, \\ \langle a^2 + a^{+2} \rangle &= \langle b^2 + b^{+2} \rangle = 0, \\ \langle a b^+ \rangle &= \langle a^+ b \rangle = 0, \\ \langle a b \rangle &= rs(m+n+1), \\ \langle a^+ b^+ \rangle &= \langle a b \rangle^* = r^* s^* (m+n+1), \\ \langle a^+ a \rangle &= m|s|^2 + (n+1)|r|^2, \\ \langle b^+ b \rangle &= n|s|^2 + (m+1)|r|^2, \\ Q_1 &= \frac{1}{4} [(m+n)|s|^2 + (m+n+2)|r|^2 \\ &+ (rs + r^* s^*)(m+n+1)], \\ Q_2 &= \frac{1}{4} [(m+n)|s|^2 + (m+n+2)|r|^2 \\ &- (rs + r^* s^*)(m+n+1)]. \end{aligned} \quad (12)$$

设  $\theta_1 + \theta_2 = \theta$ , 由 (12) 式可得出:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{1}{4} [(m+n)|s|^2 + (m+n+2)|r|^2 \\ &+ 2(m+n+1)|r||s|\cos(\theta)], \\ Q_2 &= \frac{1}{4} [(m+n)|s|^2 + (m+n+2)|r|^2 \\ &- 2(m+n+1)|r||s|\cos(\theta)]. \end{aligned} \quad (13)$$

$F_1$  分量被压缩的条件为

$$\cos(\theta) \left\langle -\frac{2(m+n+1)|r|^2 + m+n}{2(m+n+1)|r|\sqrt{1+|r|^2}} \right\rangle. \quad (14)$$

$F_2$  分量被压缩的条件为

$$\cos(\theta) \left\langle \frac{2(m+n+1)|r|^2 + m+n}{2(m+n+1)|r|\sqrt{1+|r|^2}} \right\rangle. \quad (15)$$

为简单起见, 取  $\theta = 0$ , 只讨论  $F_2$  分量的压缩特

性.  $(m, n)$  分别取  $(1, 1)$  和  $(4, 4)$  时,  $Q_2$  随参数  $|r|$  的演化如图 1 所示. 从图中可见, 参数  $|r|$  大于一定值后量子态呈现出压缩效应. 图 1(a)  $(m, n)$  取  $(1, 1)$  时,  $|r|$  大于 0.58 时开始压缩, 最大压缩深度为  $-0.24812$ , 而图 1(b)  $(m, n)$  取  $(4, 4)$  时,  $|r|$  大于 1.34 时才开始压缩, 最大压缩深度为  $-0.24438$ . 这表明随光子数的增加压缩效应减弱. 另一方面, 随复参数模  $|r|$  增大压缩效应增强.

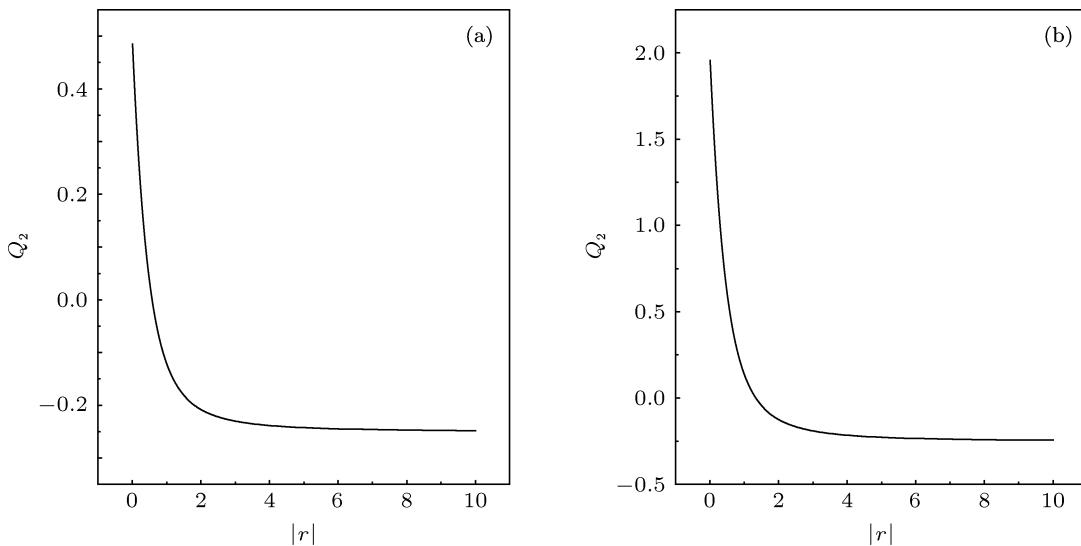


图 1  $Q_2$  随参数  $|r|$  的演化 (a)  $(m, n) = (1, 1)$ ; (b)  $(m, n) = (4, 4)$

#### 4 光场的反聚束效应

在量子理论中, 描述双模光场  $a$  模和  $b$  模的二阶关联函数定义为

$$\begin{aligned} g_a^2 &= \frac{\langle a^{+2}a^2 \rangle}{\langle a^{+}a \rangle^2}, \\ g_b^2 &= \frac{\langle b^{+2}b^2 \rangle}{\langle b^{+}b \rangle^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

定义  $G_i = g_i^2 - 1$  ( $i = a, b$ ), 若  $G_i < 0$ , 则称光场呈现出反聚束效应. 利用(4)和(5)式可得出:

$$\begin{aligned} \langle a^{+2}a^2 \rangle &= |s|^4m(m-1) + |r|^4(n+1)(n+2) \\ &\quad + 4|r|^2|s|^2m(n+1), \\ \langle a^{+}a \rangle &= m|s|^2 + (n+1)|r|^2, \\ \langle b^{+2}b^2 \rangle &= |s|^4n(n-1) + |r|^4(m+1)(m+2) \\ &\quad + 4|r|^2|s|^2n(m+1), \\ \langle b^{+}b \rangle &= n|s|^2 + (m+1)|r|^2. \end{aligned} \quad (17)$$

从(17)式可见光场  $a$  模和  $b$  模的二阶关联函数与复参数的复角无关. 利用(16)和(17)式不难得出  $a$  模出现反聚束效应的条件为

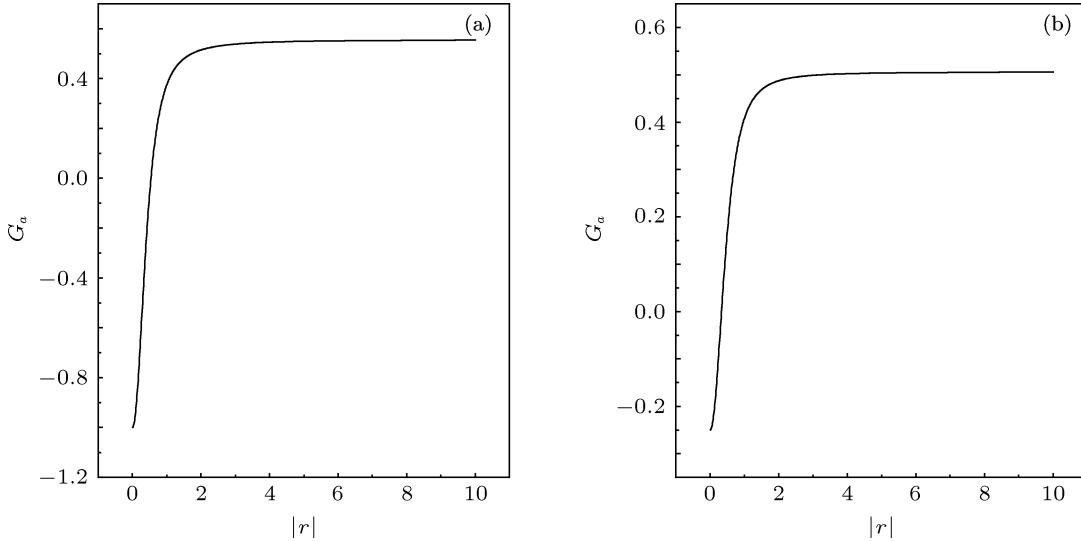
$$m\rangle(m+n+1+2mn)|r|^4 + 2mn|r|^2, \quad (18)$$

$b$  模出现反聚束效应的条件为

$$n\rangle(m+n+1+2mn)|r|^4 + 2mn|r|^2. \quad (19)$$

$(m, n)$  分别取  $(1, 1)$  和  $(4, 4)$  时,  $G_a$  随参数  $|r|$  的演化如图 2 所示.

从图 2 中可见, 参数  $|r|$  大于一定值后量子态的反聚束效应消失. 图 2(a)  $(m, n)$  取  $(1, 1)$  时, 出现反聚束效应的  $|r|$  区间为  $[0, 0.53]$ , 而图 2(b)  $(m, n)$  取  $(4, 4)$  时, 出现反聚束效应的  $|r|$  区间为  $[0, 0.33]$ . 这表明随光子数的增加反聚束效应减弱, 而随  $|r|$  增大反聚束效应也减弱. 另一方面, 因为  $m = n$  时  $G_a = G_b$ , 所以  $m = n$  时  $b$  模的反聚束效应与  $a$  模的反聚束效应一致.

图 2  $G_\alpha$  随参数  $|r|$  的演化 (a)  $(m, n) = (1, 1)$ ; (b)  $(m, n) = (4, 4)$ 

## 5 Cauchy-Schwartz 不等式

对于双模场, Cauchy-Schwartz 不等式定义为

$$\langle a^+ ab^+ b \rangle^2 \leq \langle a^{+2} a^2 \rangle \langle b^{+2} b^2 \rangle. \quad (20)$$

为了反映对上式偏离的相对程度, 引入

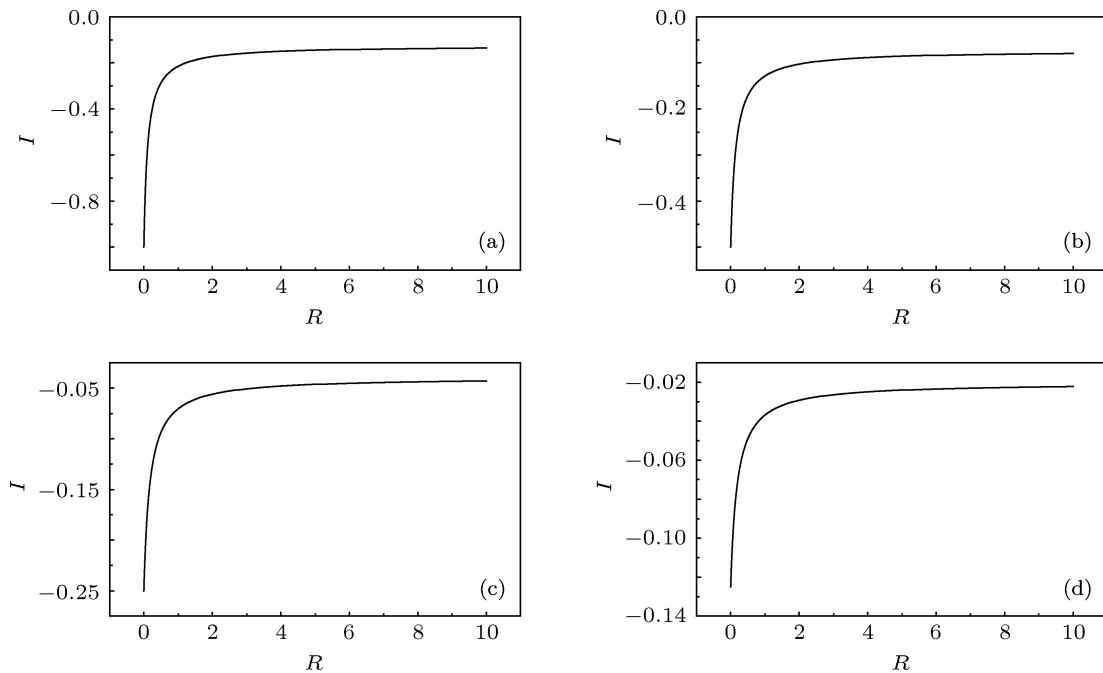
$$I = \frac{[\langle a^{+2} a^2 \rangle \langle b^{+2} b^2 \rangle]^{1/2}}{|\langle a^+ ab^+ b \rangle|} - 1, \quad (21)$$

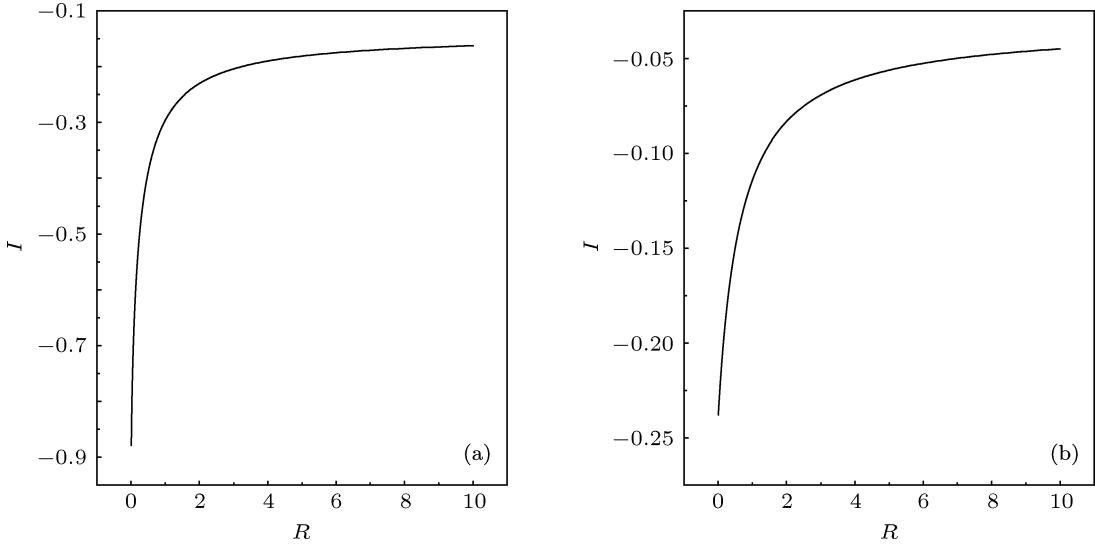
若  $I > 0$ , 光场两模间为经典相关; 若  $I < 0$ , 则 Cauchy-Schwartz 不等式不成立, 光场两模间

为非经典相关. 利用 (4) 和 (5) 式可得出

$$\begin{aligned} \langle a^+ ab^+ b \rangle = & |s|^4 mn + |r|^4(m+1)(n+1) \\ & + |r|^2 |s|^2(n+m+1)^2. \end{aligned} \quad (22)$$

从 (17) 和 (22) 式可见  $I$  也与压缩参数的复角无关, 仅随参数的模  $|r|$  变化.  $m$  和  $n$  取不同值时  $I_0$  随参数的模  $R = |r|^2$  变化曲线如图 3 和 4 所示. 图 3 中 (a), (b), (c), (d) 与  $m = n$  分别取 1, 2, 4, 8 的情况相对应. 图 4 中 (a), (b) 与  $(m, n)$  分别取 (0, 1) 和 (0, 4) 的情况相对应. 从图 3 和图 4 中可见,  $I_0$  均小于

图 3  $I$  随参数  $R$  的演化 (a)  $(m, n) = (1, 1)$ ; (b)  $(m, n) = (2, 2)$ ; (c)  $(m, n) = (4, 4)$ ; (d)  $(m, n) = (8, 8)$

图 4  $I$  随参数  $R$  的演化 (a)  $(m, n) = (0, 1)$ ; (b)  $(m, n) = (0, 4)$ 

0, 这表明光场两模间呈现非经典相关. 另一方面, 随光子数  $m$  和  $n$  的增大, 以及参数的模  $R = |r|^2$  的增大, 光场对 Cauchy-Schwartz 不等式的违背减弱, 即光场两模间的非经典相关性减弱.

## 6 三参数双模压缩粒子数态的 Wigner 函数的解析式

在纠缠态  $|\eta\rangle$  表象中, 双模 Wigner 算符  $\Delta_{1,2}(\rho, \sigma)$  表示为<sup>[14]</sup>

$$\begin{aligned} \Delta_{1,2}(\rho, \sigma) &= \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} |\sigma - \eta\rangle \langle \sigma + \eta| \\ &\times \exp(\eta\rho^* - \eta^*\rho), \end{aligned} \quad (23)$$

那么三参数双模压缩粒子数态的 Wigner 函数为

$$\begin{aligned} w(\rho, \sigma) &= \langle \psi_{mn} | \Delta_{1,2}(\rho, \sigma) | \psi_{mn} \rangle \\ &= \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} \langle \psi_{mn} | \sigma - \eta \rangle \langle \sigma + \eta | \psi_{mn} \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w(\rho, \sigma) &= \sum_{l,l'=0}^n \sum_{j,j'=0}^{\infty} \frac{m!n!}{(n-l)!l!(m-n+l)!} \times \frac{(-1)^{j+j'}}{(n-l')!l'!(m-n+l')!} \times \frac{r^{n-l+j'} r^{*n-l'+j}}{|s|^{2(m+l+1)} s^j s^{*j'} j! j'!} \\ &\times \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} \frac{\partial^{q+2p}}{\partial t_1^{q+p} \partial t_1'^p} \frac{\partial^{q+2p'}}{\partial t_2^{q+p'} \partial t_2'^{p'}} \{ \exp[-|\sigma|^2 - |\eta|^2 + \eta(\rho^* - t_1 + t_2') - \eta^*(\rho + t_1' - t_2)] \\ &\times \exp(-t_1 t_1' + t_1 \sigma + t_1' \sigma^* - t_2 t_2' + t_2 \sigma^* + t_2' \sigma) \} |_{t_1=t_1'=t_2=t_2'=0} \\ &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{l,l'=0}^n \sum_{j,j'=0}^{\infty} \frac{m!n!}{(n-l)!l!(q+l)!} \\ &\times \frac{(-1)^{j+j'}}{(n-l')!l'!(q+l')!} \times \frac{r^{n-l+j'} r^{*n-l'+j}}{|s|^{2(m+l+1)} s^j s^{*j'} j! j'!} \exp(-|\sigma|^2 - |\eta|^2) \end{aligned}$$

$$\times \exp(\eta\rho^* - \eta^*\rho). \quad (24)$$

利用以下公式

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \exp\left(-\frac{|\eta|^2}{2}\right) \\ &\times \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{m!n!}} H_{m,n}(\eta, \eta^*) |m, n\rangle, \\ H_{m,n}^*(\eta, \eta^*) &= H_{n,m}(\eta, \eta^*) = H_{m,n}(\eta^*, \eta), \\ H_{m,n}(\eta, \eta^*) &= \frac{\partial^{m+n}}{\partial t^m \partial t'^n} \\ &\times \exp(-tt' + t\eta + t'\eta^*) |_{t=t'=0}, \\ &\int \frac{d^2\eta}{\pi} \exp(-h|\eta|^2 + s\eta + f\eta^*) \\ &= \frac{1}{h} \exp\left(\frac{sf}{h}\right), \end{aligned} \quad (25)$$

式中  $H_{m,n}(\eta, \eta^*)$  为双变量厄米多项式. 利用 (24) 和 (25) 式可得出 Wigner 函数为

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\partial^{q+2p}}{\partial t_1^{q+p} \partial t_1'^p} \frac{\partial^{q+2p'}}{\partial t_2^{q+p'} \partial t_2'^{p'}} \exp(t_2(\sigma^* - t_1 - \rho^*) + t_2'(\sigma - t_1' - \rho)) \\
& + t_1(\sigma + \rho) + t_1'(\sigma^* + \rho^*))|_{t_1=t_1'=t_2=t_2'=0} \\
= & \frac{1}{\pi^2} \sum_{l,l'=0}^n \sum_{j,j'=0}^{\infty} \frac{m!n!}{(n-l)!l!(q+l)!} \times \frac{(-1)^{q+j+j'}}{(n-l')!l'!(q+l')!} \\
& \times \frac{r^{n-l+j'} r^{*n-l'+j}}{|s|^{2(m+l+1)} s^j s^{*j'} j! j'!} \exp(-|\sigma|^2 - |\rho|^2) \\
& \times \frac{\partial^{q+2p}}{\partial t_1^{q+p} \partial t_1'^p} \{(t_1 - \sigma^* + \rho^*)^{q+p'} (t_1' - \sigma + \rho)^{p'} \exp(t_1(\sigma + \rho) + t_1'(\sigma^* + \rho^*))\}|_{t_1=t_1'=0} \\
= & \frac{1}{\pi^2} \sum_{l,l'=0}^n \sum_{j,j'=0}^{\infty} \frac{m!n!}{(n-l)!l!(q+l)!} \times \frac{(-1)^{q+j+j'}}{(n-l')!l'!(q+l')!} \\
& \times \frac{r^{n-l+j'} r^{*n-l'+j}}{|s|^{2(m+l+1)} s^j s^{*j'} j! j'!} \exp(-|\sigma|^2 - |\rho|^2) \\
& \times \sum_{i=0}^{\min(q+p', q+p)} \frac{(q+p')!(q+p)!}{(q+p'-i)!(q+p-i)!i!} (\rho^* - \sigma^*)^{q+p'-i} (\rho + \sigma)^{q+p-i} \\
& \times \sum_{i=0}^{\min(q+p', q+p)} \frac{p'!p!}{(p'-i)!(p-i)!i!} (\rho^* + \sigma^*)^{p-i} (\rho - \sigma)^{p'-i}, \tag{26}
\end{aligned}$$

式中  $q = m - n, p = l + j, p' = l' + j'$ .

## 7 结 论

本文利用范洪义建立的 IWOP 技术, 利用三参数双模压缩算符在双模相干态  $|z_1, z_2\rangle$  表象中的表示, 给出了三参数双模压缩算符。采用该算符作用在双模粒子数态上的方法, 构建了三参数双模压缩粒子数态, 并且研究了该量子态的压缩效应、反聚束效应和对 Cauchy-Schwartz 不等式的违背。给出了该量子态产生压缩效应和反聚束效应的具体条

件, 以及三参数双模压缩粒子数态的 Wigner 函数的解析式。讨论了复参数变化和光子数变化对压缩效应、反聚束效应和 Cauchy-Schwartz 不等式的违背的影响。研究结果表明: 反聚束效应和反映对 Cauchy-Schwartz 不等式偏离的相对程度的物理量均与复参数的复角无关; 随光子数的增加反聚束效应和压缩效应均减弱; 随复参数模  $|r|$  的增大反聚束效应减弱, 但压缩效应增强; 另一方面, 随光子数的增大, 以及复参数模的增大, 光场两模间的非经典相关性减弱。

- [1] Lu D M 2008 *Chin. Phys. B* **17** 618
- [2] Lan H J, Zeng L H, Wei L F 2002 *Acta Sin. Quantum Opt.* **8** 174 (in Chinese) [兰海江, 曾令宏, 韦联福 2002 量子光学学报 **8** 174]
- [3] Ma S J, Luo W W 2012 *Chin. Phys. B* **21** 024203
- [4] Huang C Q, Han D A, Lu H, Zhou M X 2010 *Acta Sin. Quantum Opt.* **16** 170 (in Chinese) [黄纯青, 韩定安, 路洪, 周民轩 2010 量子光学学报 **16** 170]
- [5] Wang X Q, Lu H X, Zhao J Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110301 (in Chinese) [王晓芹, 逯怀新, 赵加强 2011 物理学报 **60** 110301]
- [6] Yu H J, Du J M 2011 *Acta Sin. Quantum Opt.* **17** 280 (in Chinese) [余海军, 杜建明 2011 量子光学学报 **17** 280]
- [7] Sun Z H, Fan H Y 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 74 (in Chinese) [孙治湖, 范洪义 2000 物理学报 **49** 74]
- [8] Li H Q, Xu S M, Xu X L, Jiang J J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3806 (in Chinese) [李洪奇, 徐世民, 徐兴磊, 蒋继建 2009 物理学报 **58** 3806]
- [9] Song J, Fan H Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6806 (in Chinese) [宋军, 范洪义 2010 物理学报 **59** 6806]
- [10] Fan H Y, Yu G C 2002 *Phys. Rev. A* **65** 033829
- [11] Fan H Y 2002 *Phys. Rev. A* **65** 064102
- [12] Yang M, Wang J S, Meng X G 2011 *Int. J. Theor. Phys.* **50** 3348
- [13] Fan H Y 2005 *From Quantum Mechanics to Quantum Optics* (Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press) p72 (in Chinese) [范洪义 2005 从量子力学到量子光学 (上海: 海交通大学出版社) 第 72 页]
- [14] Meng X G, Wang J S, Fan H Y 2007 *Phys. Lett. A* **363** 12

# The quantum properties of three-parameter two-mode squeezed number state\*

Lu Dao-Ming<sup>†</sup>

(Department of Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan 354300, China)

(Received 14 April 2012; revised manuscript received 13 May 2012)

## Abstract

The three-parameter two-mode squeezed number state is proposed by the technique of integration in an ordered product of operators. Its squeezing, antibunching effect and Cauchy-Schwartz inequality are analysed. The conditions under which squeezing or antibunching effect is displayed, are given. The effects of the complex parameter and photon number on squeezing, antibunching effect and Cauchy-Schwartz inequality of the field are discussed. The results indicate that its squeezing, antibunching effect and the degree of violation of Cauchy-Schwartz inequality of two-mode field are all weakened with the increase of photon number; on the other hand, its antibunching effect and the degree of violation of Cauchy-Schwartz inequality of two-mode field are weakened with the increase of the complex parameter modulus, while its squeezing is strengthened with the increase of the complex parameter modulus.

**Keywords:** quantum optics, two-mode squeezed number state, squeezing, antibunching effect

**PACS:** 03.65.Ud, 42.50.Dv.

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2011J01018).

† E-mail: daominglu79@hotmail.com