

玻色 - 爱因斯坦凝聚体中非线性相互作用对量子共振棘流的影响*

赵文奎^{1)2)3)†} 豆福全¹⁾ 王建忠¹⁾

1) (北京理工大学物理学院, 北京 100081)

2) (北京应用物理与计算数学研究所, 计算物理国家重点实验室, 北京 100088)

3) (北京大学应用物理与技术研究中心, 高能量密度物理数值模拟教育部重点实验室, 北京 100084)

(2012年5月13日收到; 2012年5月31日收到修改稿)

研究了玻色 - 爱因斯坦凝聚体中非线性相互作用对量子共振棘流的影响. 满足量子共振条件的周期驱动使得波包在动量空间出现弹道扩散, 当波包扩散具有特定方向时, 系统就出现定向的动量流. 弱非线性相互作用下的冷原子分成两簇, 它们分别受到方向相反的稳定周期驱动力, 以各自恒定的加速度沿相反方向运动. 波包在动量空间的扩散表现为两个稳定的沿相反方向运动的峰. 非线性相互作用的增强使得正方向运动的冷原子减少, 负方向运动的冷原子增加, 从而系统的动量流减弱甚至反转. 当非线性相互作用足够强时, 动量空间中的波包只有一个稳定的峰, 且峰值对应的动量不随时间变化. 此时冷原子受的周期驱动力为零, 定向的动量流消失.

关键词: 玻色 - 爱因斯坦凝聚, 量子共振, 棘流

PACS: 05.45.-a, 05.60.Gg, 03.75.Kk

1 引言

系统所受外力做功总效果为零时, 系统内粒子的定向输运现象称为棘流^[1-5]. 棘流的产生机理在分子马达^[6,7], 生物运输^[8,9]以及纳米科技^[10-12]等前沿学科中具有广泛应用, 因此研究粒子的定向输运具有重要意义. 棘流出现的原因是系统空间和时间对称性破缺. 在经典动力学中规则区域和混沌区域混合的相空间具有对称性破缺, 这种情况也会出现棘流^[13-16]. 在混沌动力学中典型的模型是受外场周期 δ 驱动的转子^[17-19](δ 表示驱动的持续时间无穷小). 当驱动足够强时, 转子的经典运动出现混沌特征: 轨迹在相空间随机行走, 系统动能的系综平均值随时间线性增长. 这种现象也称为经典扩散. 该系统的量子行为出现两种特征并且与经典

行为完全不同. 当驱动周期与 4π 的比值为无理数时, 量子相干性抑制波包扩散, 也就是动力学局域化现象. 另外一种情况对应于驱动周期与 4π 的比值为有理数. 这时系统从外部驱动持续吸收能量, 动能平均值是时间的二次方函数. 波包这种形式的扩散被称为弹道扩散, 这种现象就是量子共振. 在实验上用激光场囚禁的冷原子可以观察到这两种量子特征^[20,21].

不同量子行为对动量棘流的影响是备受关注的课题^[22-33]. 最近的研究表明; 动力学局域化抑制混沌系统中的定向动量流^[27-30]. 在量子共振情况中波包的弹道扩散有利于出现定向动量流. 最近的研究表明: 在这种情况下中具有空间非对称性的周期驱动导致随时间线性增长的动量流^[32,33]并且动量流的方向随驱动强度的变化周期改变^[34]. 更有意义的是, 对于一些实验上可以制备的初始态, 空

* 国家高技术研究发展计划 (863 计划) (批准号: 2011AA120101) 和国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (批准号: 2011CB921503) 资助的课题.

† E-mail: zwlphys@yahoo.cn

间对称性的驱动仍然导致定向的动量流^[35-37]. 这些有趣的现象在玻色-爱因斯坦凝聚态 (BEC) 的实验中已被证实. 在实验中用驻波激光场周期驱动环形势中的 BEC 原子, 激光场的持续时间远远小于 T , 因此周期驱动近似等效于 δ -kick^[38-44]. 实验上的进展促进了理论上研究非线性相互作用对定向棘流的影响. 最近的研究表明: 周期驱动环形势中 BEC 原子之间的相互作用能够导致定向的动量流^[45,46].

本文研究了 BEC 原子之间的相互作用对量子共振动量流的影响, 考虑的系统是环形势中周期驱动的 BEC. 研究表明: 在弱相互作用下, 波包在动量空间的分布有两个明显的峰值, 它们对应的动量随时间分别线性增长和减小. 这说明非线性相互作用使得 BEC 原子分成两簇, 分别往正和负方向运动. 数值结果表明: 这两部分原子受到的周期驱动力都是稳定值, 分别大于和小于零. 因此这两簇 BEC 原子分别以恒定的加速度往相反方向运动. 它们的运动决定动量流的减弱和反转. 当相互作用足够强时, 概率密度在动量空间只有一个峰, 自囚禁的机理把绝大部分 BEC 原子囚禁在动量空间的一个格点上. 在这种情况下 BEC 原子受到的驱动力几乎为零, 因而定向的动量流消失.

2 非线性作用下的定向动量流

考虑周期驱动 BEC 被限制在一个环形势中, 环形势的半径为 R , 环截面半径为 r , 假设 $r \ll R$, 横向运动可忽略不计, 系统可近似成一维体系^[47-57]. BEC 的动力学由如下无量纲的非线性 GP 方程描述:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(\theta, t) = \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + K \cos(\theta) \delta_T + g |\psi|^2 \right] \psi(\theta, t), \quad (1)$$

其中 $g = \frac{8NaR}{r^2}$ 表示非线性相互作用强度, N 是总原子数, a 是 s 波散射强度, K 表示驱动强度, δ_T 表示为 $\sum_n \delta(t - nT)$, T 是驱动周期, θ 表示角度. 长度和能量的单位分别是 R 和 $\frac{\hbar^2}{mR^2}$. 波函数满足归一化条件 $\int_0^{2\pi} |\psi(\theta, t)|^2 d\theta = 1$ 和周期边界条件 $\psi(\theta, t) = \psi(\theta + 2\pi, t)$.

不考虑非线性相互作用时系统是周期驱动的转子. 系统波函数可以用角动量算符的本征态展

开 $|\psi\rangle = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \psi_n |n\rangle$. 在这种情况下波函数的周期演化可以表示为 $|\psi(t+T)\rangle = U_K U_f |\psi(t)\rangle$, 其中 $U_f = \exp\left(\frac{-ip^2 T}{2}\right)$ 和 $U_K = \exp[-iK \cos(\theta)]$ 分别是自由演化和驱动项演化算符. 驱动项演化算符可以用 Bessel 函数展开

$$\begin{aligned} & \exp[-iK \cos(\theta)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(K) \exp(in\theta), \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $J_n(K)$ 表示整数阶第一类 Bessel 函数. 利用这个展开式我们可以得到 $|\psi(t+T)\rangle$ 在动量空间的表达式

$$\begin{aligned} \psi_n(t+T) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-i)^{n-m} J_{n-m}(K) \\ &\quad \times \exp\left(-i \frac{m^2 T}{2}\right) \psi_m(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Bessel 函数满足性质: 当 $|n-m| \gg K$ 时 $|J_{n-m}(K)| \rightarrow 0$. 因此驱动项只能耦合有限的本征矢, 这就导致动力学局域化现象^[17]. 由方程 (3) 可以看到: $T = 4\pi$ 时相因子 $\exp\left(-i \frac{m^2 T}{2}\right) = 1$, 自由演化算符对波函数没有影响. 那么 N 个周期后的波函数为 $\psi(\theta, NT) = U_K^N \psi(\theta, 0)$. 在这种情况下转子从周期驱动中持续吸收能量, 动能平均值以时间的二次方增长 $\langle E^2 \rangle \propto t^2$. 这种现象就是量子共振, 波函数这种形式的扩散被称为弹道扩散, 随时间演化波包可以遍历整个动量空间. 一般情况下系统的空间对称性导致波包对称扩散, 系统内也就不出现定向的粒子输运.

波包的持续扩散是出现定向输运的前提条件. 最近的理论和实验研究表明^[35]: 如果 BEC 原子的初态是 0 和 -1 动量本征态的叠加 $|\psi\rangle_{\text{ini}} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle + e^{i\phi} |-1\rangle]$, 随着时间演化波函数在动量空间出现定向的扩散, 并且扩散方向依赖于相因子 ϕ . 这就表明了一种调控定向输运的方法. 实验中制备这个初态的步骤是^[35]: 1) 用 Bragg plus 把基态的 BEC 原子激发成 0 和 -1 动量本征态的叠加态; 2) 让系统自由演化一段时间得到相对相因子 ϕ . 利用方程 (3), 由 $|\psi\rangle_{\text{ini}}$ 演化 N 个周期后的波函数为

$$\begin{aligned} \psi_n(NT) &= (-i)^n J_n(NK) \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &\quad + (-i)^{n+1} J_{n+1}(NK) \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 n 表示第 n 个动量本征值. 这个本征值对应的概率为

$$|\psi_n(NT)|^2 = J_{n+1}^2(NK)\frac{1}{2} + J_n^2(NK)\frac{1}{2} + J_n(NK)J_{n+1}(NK)\sin(\phi). \quad (5)$$

等式右边第三项是依赖于相因子 ϕ 的干涉项. 考虑长时间演化 $NK \gg 1$, $J_{n+1}(NK) \approx J_n(NK)$,

$$|\psi_n(NT)|^2 = J_n^2(NK)[1 + \sin(\phi)]. \quad (6)$$

用相同的方法我们可以得到 $-n$ 动量的概率幅

$$|\psi_{-n}(NT)|^2 = J_n^2(NK)[1 - \sin(\phi)] \quad (7)$$

从方程 (6) 和 (7) 可以看到: 当干涉项 $\sin(\phi)$ 导致 $|\psi_n(NT)|^2$ 增加时, $|\psi_{-n}(NT)|^2$ 必定减小 [35]. 因此调节相因子 ϕ 可以控制波包在动量空间的扩散, 从而控制 BEC 原子的定向输运. 图 1(a) 中的数值结果表明: 当 $\phi = \frac{\pi}{2}$ 时波包随着时间演化往正动量方向扩散, 这与上面的分析相一致.

我们研究了非线性相互作用对波包定向扩散的影响. 数值计算中用劈裂算符方法 [58] 积分 GP 方程从而得到每个时刻波函数. 如图 1(b) 所示 $g = 0.5$ 时概率密度在正动量出现一个明显的峰值. 这表明概率的有效值分布在很窄的动量区间内. 实际上仔细观察可以看到, 波包在负动量也有一个峰, 但是该峰的概率远远小于正动量峰值的概率. 比较不同时刻的动量分布可以发现, 随时间增长左右两峰分别沿负和正方向运动. 把图 1(a) 与图 1(b) 相比较, 我们看到 $g = 0.5$ 时波包右峰对应的动量小于 $g = 0$ 的值. 这表明: 非线性相互作用抑制了波包扩散. 有意义的是, 如图 1(c) 所示 $g = 1$ 时, 波包左峰的概率幅甚至大于右峰的值. 上述结果充分证明: 非线性耦合导致 BEC 原子分成两簇分别沿相反方向运动. 随着 g 值增加, 沿负方向运动的 BEC 粒子增多, 正方向运动的 BEC 粒子减少. 因此本来正向增长的动量流会减弱甚至反转后再增长. 如图 1(d) 所示非线性足够强时 ($g = 2$) 概率密度在动量空间只有一个峰值, 并且该峰值的动量不随时间改变. 绝大部分 BEC 原子囚禁在动量空间的某一个格点正是自囚禁现象 [56,57,59–61]. 在这种情况下定向的动量流消失.

我们把动量空间波包峰值的概率定义为 $\rho = \sum_{n=p_0-L}^{p_0+L} |\psi_n|^2$, 其中 p_0 表示峰值对应的动量, L 是刻画波包宽度的参量. 如图 2(a) 所示: 对应于一个确

定的 g 值, 左右两峰的概率随时间演化都很快趋于渐近值. 这说明波包的两个峰稳定存在. 我们还可以看到: 随着 g 值增加, 左峰的概率增加, 同时右峰的概率减小. 这表明: 非线性相互作用导致了左峰增长和右峰减小. 图 2(b) 所示是峰值动量 p_0 随时间的变化. 我们看到: 对应于一个确定的 g 值, 右峰的动量随时间线性增长, 而左峰的动量线性减小. 这说明两簇 BEC 原子往相反的方向运动. 随着 g 值增加, 双峰动量的增加率 $|p_0/t|$ 都减小. 这充分说明非线性相互作用的增加抑制波包扩散. 当非线性足够强时概率密度在动量空间的分布只有一个明显的峰值. 如图 2(c) 所示, 对应于一个确定的 g 值, 峰值的概率幅大于 0.6 并且随时间演化稳定不变. 如图 2(d) 所示这个单峰对应的动量不随时间改变. 这充分证明: 非线性足够强时绝大部分 BEC 原子囚禁在一个动量格点.

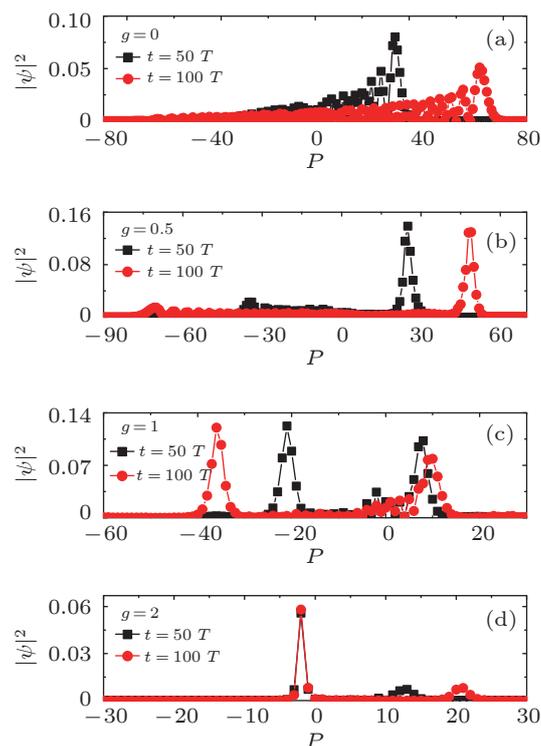


图 1 (color online) 动量空间的概率密度分布 (方形和圆形符号分别对应 $t = 50T$ 和 $100T$) (a)–(d) 分别对应: $g = 0, 0.5, 1, 2$ (其他参量的取值为 $K = 0.74, \phi = \pi/2, T = 4\pi$)

我们进一步研究了动量空间波包峰值对应的周期驱动力 $\langle F \rangle = -\langle K \sin(\theta) \rangle$. 非线性相互作用比较弱时波包在动量空间有两个峰值. 如图 3(a) 所示, 对应于一个确定的 g 值, 双峰的平均力 $\langle F \rangle$ 随着时间演化都很快趋近于稳定值. 因此每个峰值对应的 BEC 原子的加速度都是恒定值. 右峰对应

的 $\langle F \rangle$ 大于零, 这部分 BEC 原子往正动量加速运动. 左峰对应的 $\langle F \rangle$ 小于零, 这部分 BEC 原子往负动量加速运动, 这与图 2 的结果相一致. 周期驱动力具有特定方向是 BEC 原子定向运动的根源, 这与经典定向棘流的机理完全不同. 经典棘流出现时, 外力的总效果为零也可以说外力没有特定的方向, 系统的时空对称性破缺是导致定向棘流的根本原

因. 但是在量子共振条件下具有时间和空间对称性周期驱动仍然导致定向的动量流^[35]. 非线性耦合足够强时动量空间的概率密度分布只有一个峰, 该峰值固定在一个动量格点不随时间改变. 如图 3(b) 所示, 这个峰对应的 $\langle F \rangle$ 在零附近振荡, 对时间平均后为零. 在这种情况下 BEC 原子的加速度为零, 定向的动量流消失.

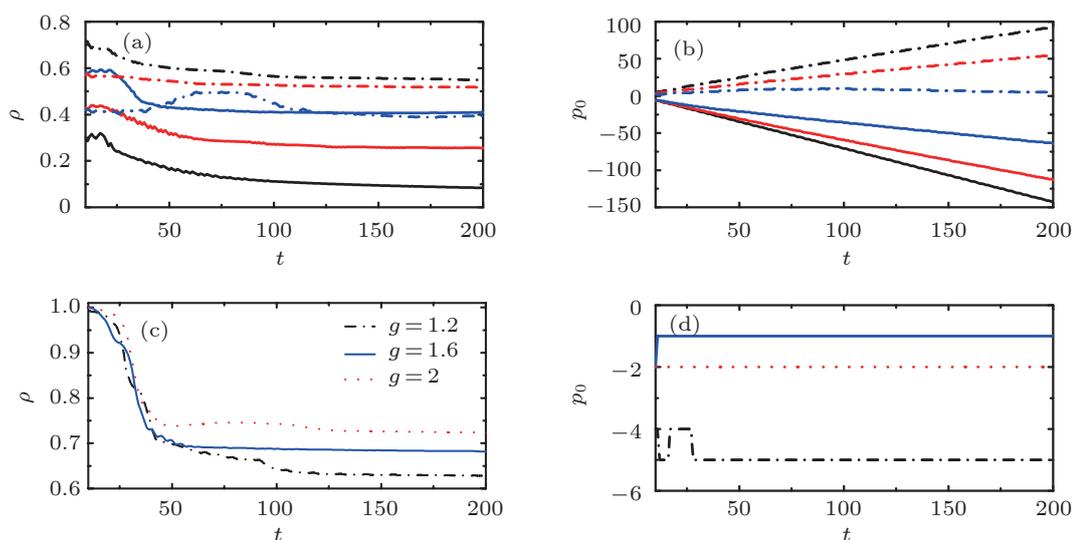


图 2 (color online) 动量空间波包峰值的概率 (ρ) 和动量 (p_0) 随时间的变化. (a) 和 (b): 实线和虚线分别对应左峰和右峰, 不同颜色对应不同 g 值. $g = 0.5$ (黑色), 0.8 (红色), 1 (蓝色). (c) 和 (d): 对应比较强的非线性, 此时波包在动量空间只有一个峰. 其他参量的取值与图 1 相同

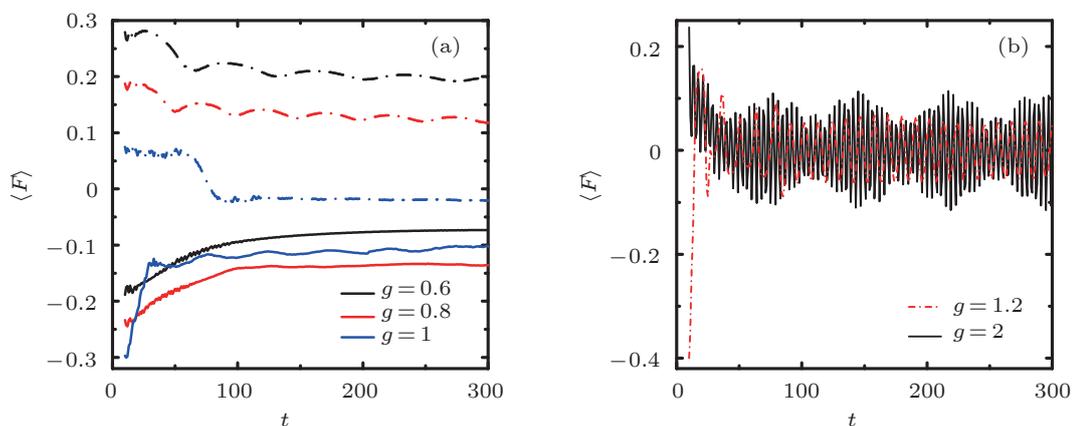


图 3 (color online) 动量空间波包峰值对应的平均力 $\langle F \rangle$ (a) 实线和虚线分别对应左峰和右峰, 不同颜色对应不同 g 值. $g = 0.6$ (黑色), 0.8 (红色), 1 (蓝色); (b) 对应比较强的非线性, 此时波包在动量空间只有一个峰. 其他参量的取值与图 1 相同

3 结论

本文研究了周期驱动环形势中 BEC 原子之间的相互作用对动量流的影响. 在量子共振情况中波包出现弹道扩散, 随时间演化波包可以遍历整个动

量空间. 一般情况下系统的空间对称性导致波包对称扩散, 此时不会出现定向的粒子输运. 理论和实验研究都表明^[35]: BEC 实验中制备的特定初始波函数在量子共振条件下出现定向扩散, 系统出现定向的动量流. 这种非对称的波包扩散是由 BEC 原

子物质波的相干性导致. 本文的数值结果表明: 非线性相互作用比较弱时, 波包在动量空间的分布出现明显的峰值. 每个峰值对应的周期驱动力为稳定值, 因此对应每个峰值的 BEC 原子被恒定加速, 从而导致定向的粒子输运. 非线性相互作用足够强时,

自囚禁机理导致绝大部分 BEC 原子囚禁在动量空间一个格点上. 波包在动量空间只有一个峰值, 并且该峰对应的周期驱动力为零. 此时 BEC 原子的加速度为零, 定向的动量流消失.

- [1] Feynmann R P 1966 *The Feynman Lectures on Physics* (Addison-Wesley, Reading, MA)
- [2] Kohler S, Lehmann J, Hänggi P 2005 *Phys. Rep.* **406** 379
- [3] Sun Y S 2009 *Some Important Problems in Nonlinear Sciences* (University of Science and Technology of China Press) p463 (in Chinese) [孙义燧, 2009 非线性科学若干前沿问题 (合肥: 中国科学技术大学出版社) 第 463 页]
- [4] Reimann P 2002 *Phys. Rep.* **361** 57
- [5] Hänggi P, Marchesoni F 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 1
- [6] Astumian R D 1997 *Science* **276** 917
- [7] Reimann P, Hänggi P 2002 *Appl. Phys. A* **75** 169
- [8] Dittrich T, Naranjo N 2010 *Chem. Phys.* **375** 486
- [9] Jülicher F, Ajdari A, Prost J 1997 *Rev. Mod. Phys.* **69** 1269
- [10] Astumian R D, Hänggi P 2002 *Phys. Today*. **55** 33
- [11] Wambaugh J F 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 5106
- [12] Zhu B Y, Marchesoni F, Nori F 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 180602
- [13] Flach S, Yevtushenko O, Zolotaryuk Y 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2358
- [14] Denisov S, Morales-Molina L, Flach S, Hänggi P 2007 *Phys. Rev. A* **75** 063424
- [15] Schanz H, Otto M, Ketzmerick R, Dittrich T 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 070601
- [16] Schanz H, Dittrich T, Ketzmerick R 2005 *Phys. Rev. E* **71** 026228
- [17] Izrailev F M 1990 *Phys. Rep.* **196** 299
- [18] Hu B, Li B, Liu J, Gu Y 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 4224
- [19] Liu J, Cheng W T, Cheng C G 2000 *Commun. Theor. Phys.* **33** 15
- [20] Moore F L, Robinson J C, Bharucha C F, Sundaram B, Raizen M G 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4598
- [21] Duffy G J, Parkins S, Müller T, Sadgrove M, Leonhardt R, Wilson A C 2004 *Phys. Rev. E* **70** 056206
- [22] Reimann P, Grifoni M, Hänggi P 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 10
- [23] Lehmann J, Kohler S, Hänggi P, Nitzan A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 228305
- [24] Carlo G G, Benenti G, Casati G, Shepelyansky D L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 164101
- [25] Carlo G G 2006 *Phys. Rev. A* **74** 033617
- [26] Cavallasca L, Artuso R, Casati G 2007 *Phys. Rev. E* **75** 066213
- [27] Gong J, Polletti D, Hänggi P 2007 *Phys. Rev. A* **75** 033602
- [28] Gong J, Brumer P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 240602
- [29] Gong J, Brumer P 2004 *Phys. Rev. E* **70** 016202
- [30] Monteiro T S, Dando P A, Hutchings N A C, Isherwood M R 2002 *Phys. Rev. E* **89** 194102
- [31] Jones P H, Goonasekera M, Meacher D R, Jonckheere T, Monteiro T S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 073002
- [32] Lundh E, Wallin M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 110603
- [33] Kenfack A, Gong J, Pattanayak A K 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 044104
- [34] Poletti D, Carlo G G, Li B 2007 *Phys. Rev. E* **75** 01110
- [35] Sadgrove M, Horikoshi M, Sekimura T, Nakagawa K 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 043002
- [36] Dana I, Ramareddy V, Talukdar I, Summy G S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 024103
- [37] Dana I, Roitberg V 2007 *Phys. Rev. E* **76** 015201
- [38] Mennerat-Robilliard C 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 851
- [39] Schiavoni M, Sanchez-Palencia L, Renzoni F, Grynberg G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 094101
- [40] Gommers R, Denisov S, Renzoni F 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 240604
- [41] Dalfovo F, Giorgini S, Pitaevskii L P, Stringari S 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 463
- [42] Pitaevskii L P, Stringari S 2003 *Bose-Einstein Condensation* (Oxford University Press, New York)
- [43] Morales-Molina L, Flach S 2008 *New J. Phys.* **10** 013008
- [44] Lundh E 2006 *Phys. Rev. E* **74** 016212
- [45] Poletti D, Benenti G, Casati G, Li B 2007 *Phys. Rev. A* **76** 023421
- [46] Poletti D, Benenti G, Casati G, Hänggi P, Li B 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 130604
- [47] Gupta S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 143201
- [48] Ryu C 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 260401
- [49] Olson S E, Terraciano M L, Bashkansky M, Fatemi F K 2007 *Phys. Rev. A* **76** 061404
- [50] Liu J, Zhang C, Raizen M B, Niu Q 2006 *Phys. Rev. A* **73** 013601
- [51] Liu J, Wang W, Zhang C, Niu Q, Li B 2005 *Phys. Rev. A* **72** 063623
- [52] Zhang C, Liu J, Raizen M G, Niu Q 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 054101
- [53] Fu L B, Xin G G, Ye D F, Liu J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 103601
- [54] Fu L B 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 130404
- [55] Liu J, Hu B, Li B 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 1749
- [56] Wang G F, Fu L B, Zhao H, Liu J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5003 (in Chinese) [王冠芳, 傅立斌, 赵鸿, 刘杰 2005 物理学报 **54** 5003]
- [57] Ma Y, Fu L B, Yang Z A, Liu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5623 (in Chinese) [马云, 傅立斌, 杨志安, 刘杰 2006 物理学报 **55** 5623]
- [58] Bandrauk A D, Shen H 1994 *J. Phys. A* **27** 7147
- [59] Wang G F, Fu L B, Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **73** 013619
- [60] Wang B, Fu P, Liu J, Wu B 2006 *Phys. Rev. A* **74** 063610
- [61] Kottos T, Weiss M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 190604

Effects of nonlinearity on quantum resonance ratchet*

Zhao Wen-Lei^{1)2)3)†} Dou Fu-Quan¹⁾ Wang Jian-Zhong¹⁾

1) (*School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*)

2) (*National Key Laboratory of Science and Technology on Computation Physics, Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China*)

3) (*HEDPS, Center for Applied Physics and Technology, Peking University, Beijing 100084, China*)

(Received 13 May 2012; revised manuscript received 31 May 2012)

Abstract

We investigate the effect of the nonlinear interaction on the quantum resonance ratchet for the periodically kicked Bose-Einstein condensate that is realized on a ring. In the noninteracting case, the wave packet spreads asymmetrically in momentum space, leading to a directed current. We show that for the weak nonlinear interaction, the probability density distribution in momentum space has two peaks which linearly shift to ward positive and negative momentum, respectively. The force periodically acting on each peak is a constant with time evolution. The competition between the motions of the two parts of cold atoms leads to the reduce or the revival of the momentum current. For the strong nonlinearity, the momentum distribution has only one peak which does not shift with time. The force on this peak is almost zero with time evolution, thus the directed current vanishes.

Keywords: Bose-Einstein condensate, quantum resonance, ratchet

PACS: 05.45.-a, 05.60.Gg, 03.75.Kk

* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No.2011AA120101), and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2011CB921503).

† E-mail: zwlphys@yahoo.cn