

空气湍射流速度时间序列的最大 Lyapunov 指数以及湍流脉动*

姚天亮 刘海峰[†] 许建良 李伟锋

(华东理工大学, 煤气化及能源化工教育部重点实验室, 上海 200237)

(2012年3月16日收到; 2012年6月20日收到修改稿)

用热线风速仪采集了圆喷嘴空气射流的速度时间序列, 并采用一种基于最大 Lyapunov 指数不变性的混沌时间序列分析方法, 计算了出口雷诺数在 $939 \leq Re \leq 3758$ 范围内的速度信号的最大 Lyapunov 指数以及湍流的非拟序脉动. 结果表明, 最大 Lyapunov 指数随着雷诺数的增加而增大, 随着离开喷嘴出口距离的增加而减小, 而且最大 Lyapunov 指数的倒数与关联时间是正相关的. 湍流的非拟序脉动随着雷诺数的增加以及随着离开喷嘴出口距离的增加均是逐渐增大的, 而且湍流的非拟序脉动与 Kolmogorov 尺度是负相关的.

关键词: 湍射流, 混沌, 最大 Lyapunov 指数, 非拟序脉动

PACS: 47.27.wg, 05.45.Tp, 47.52.+j, 05.40.-a

1 引言

自从 1963 年 Lorenz 提出确定性方程存在混沌现象以来, 混沌动力学以及混沌时间序列的方法在流体流动方面得到了广泛的应用, 并已取得了一定的研究进展. Brandstater 等^[1]发现 Taylor-Couette 流动系统中存在低维混沌, 并研究了 Lyapunov 指数、熵和维数随着雷诺数的变化关系. Fin 和 del-Castillo-Negrete^[2]研究了剪切流动中的拉格朗日混沌和欧拉混沌. Zhang 等^[3]通过直接数值模拟发现绕倾斜平板的流体流动可以由稳态转捩至混沌. 钱俭^[4]阐述的混沌动力学和湍流统计理论之间的关系. 肖楠和金宁德^[5]基于混沌吸引子形态描述的非线性动力学表征方法, 提出了将混沌吸引子形态特征量进行组合的气液两相流流型分类的新方法. McMackin 等^[6]分析了空气射流的速度时间序列, 发现离开喷嘴一定距离的射流近场区, 其测量信号是混沌的. 周慧良等^[7]采用混沌动力学的方法对

热射流拟序结构进行了研究. Zhang 等^[8]通过实验研究了水射流的混沌动力学行为. 由于空气射流在近场区具有混沌行为, 因此需要采用混沌时间序列分析的方法对其进行研究.

根据湍流的拟序分解^[9,10]可知, 湍流样本流场可分解为拟序相平均和非拟序脉动之和, 即

$$f = \langle f \rangle + f_r, \quad (1)$$

其中, $\langle f \rangle$ 和 f_r 分别表示拟序相平均和非拟序脉动. 由于湍流的非拟序脉动是随机的, 并且与拟序相平均是相互独立的, 因此, 本文把湍流的非拟序脉动当作时间序列中的随机噪声来处理, 即本文中的非拟序脉动与随机噪声具有相同的含义. 最大 Lyapunov 指数是诊断和描述动力系统混沌的重要参数^[11], 但对随机噪声十分敏感^[12]. 由于湍射流速度时间序列含有随机的非拟序脉动, 因此对该时间序列计算时, 需要考虑随机该随机脉动的影响. 另外, 噪声水平估计本身也是时间序列分析的重要内容^[13-15]. 本文采用姚天亮等^[15]提出的基于最

* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2010CB227005)、国家自然科学基金 (批准号: 20906020) 和教育部新世纪优秀人才计划 (批准号: NCET-08-0775) 资助的课题.

[†] E-mail: hfliu@ecust.edu.cn

大 Lyapunov 指数不变性的混沌时间序列分析方法, 对用热线风速仪 (简称热线) 采集的空气射流信号进行了计算, 并研究了最大 Lyapunov 指数以及湍流非拟序脉动随着雷诺数以及离开喷嘴出口距离的变化关系.

2 实验装置及射流信号采集

实验流程如图 1 所示. 来自罗茨鼓风机的空气, 通入缓冲罐. 缓冲罐释放出的气体, 由转子流量计计量, 通过蜂窝板整流后, 经喷嘴喷出, 并用 DAN-TEC 公司生产的 Streamline 4 型恒温热线风速仪采集射流中心线上的轴向速度时间序列. 喷嘴尺寸如图 2 所示, 出口直径为 $D = 10 \text{ mm}$. 出口雷诺数 Re 按下式计算

$$Re = \frac{UD}{\nu}, \quad (2)$$

其中, U 表示喷嘴出口平均流速, ν 为空气的运动学黏度. 热线的采样频率为 $F = 10^4 \text{ Hz}$, 采样时间为 $T = 100 \text{ s}$. 图 3 给出了 $Re = 2818, x = 3D$ 时热线采集的 0.05 s 的速度信号, 其中, x 表示测量位置离开喷嘴出口的距离, 图 3 中的 u 表示热线测量的瞬时速度. 可以看出, 该信号服从某种确定性的规

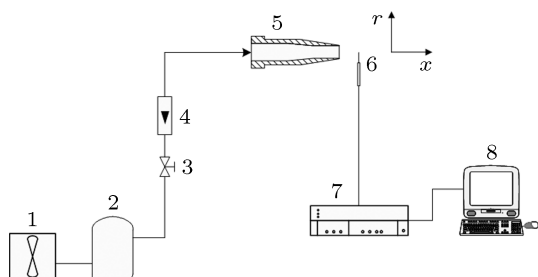


图 1 实验流程图 1 罗茨鼓风机; 2 缓冲罐; 3 阀门; 4 转子流量计; 5 蜂窝板; 6 热线探头; 7 热线主机; 8 电脑

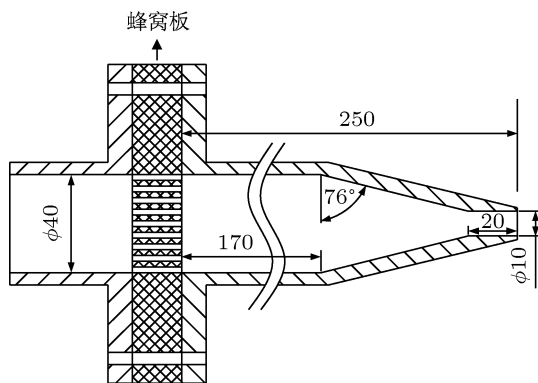


图 2 圆喷嘴尺寸图 (单位: mm)

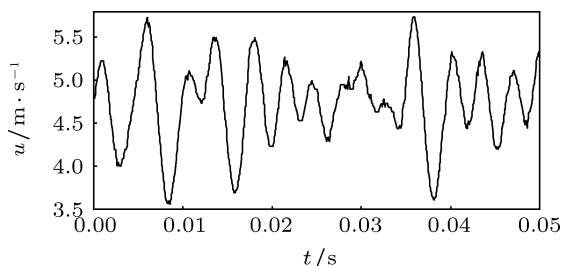


图 3 0.05 s 的速度时间序列, $Re = 2818, x = 3D$

律, 但又不完全是周期的, 并且含有湍流的非拟序脉动, 很类似于含有随机噪声的混沌时间序列.

3 基于最大 Lyapunov 指数不变性的混沌时间序列分析方法 [15] 简介

对于单变量混沌时间序列 $\{x_n : n = 1, 2, \dots, N_s\}$, N_s 为采样点数目, 采样时间间隔为 Δt . 含有随机噪声的测量信号 y_n 为

$$y_n = x_n + e_n, \quad (3)$$

这里, e_n 为随机噪声.

根据 Takens 时间延迟嵌入定理 [16], 将 x_n 进行相空间重构, 得

$$\mathbf{x}_n = [x_n, x_{n+l}, \dots, x_{n+(d-1)l}], \quad (4)$$

l 和 d 分别为时间延迟和嵌入维数, $\{\mathbf{x}_n\}$ 为重构吸引子. 同理, 可以得到, $\mathbf{y}_n = [y_n, y_{n+l}, \dots, y_{n+(d-1)l}]$, $\mathbf{e}_n = [e_n, e_{n+l}, \dots, e_{n+(d-1)l}]$.

对于无噪相空间 $\{\mathbf{x}_n\}$ 中的任意一点 \mathbf{x}_n , 将 \mathbf{x}_n 的所有邻点记为 $\{\mathbf{x}_n^r\}$, 其中, $r = 1, 2, \dots, N$, N 为所有邻点的数目. \mathbf{x}_n^r 经时间 $t = T\Delta t$ 演化得到 $\mathbf{x}_n^r(T)$. 将 N 个邻点分成两部分, $\{\mathbf{x}^i(n)\}$ 以及 $\{\mathbf{x}^{i+s}(n)\}$, 这里, $i = 1, 2, \dots, s$, 其中, s 为 $N/2$ 的整数部分. 由于相邻轨迹的距离按指数规律增长 [12,17], 则

$$|\mathbf{x}_n^i(T) - \mathbf{x}_n^{i+s}(T)| = |\mathbf{x}_n^i - \mathbf{x}_n^{i+s}| \cdot e^{\lambda_1 T \Delta t}, \quad (5)$$

这里, $|\bullet|$ 表示欧拉距离, λ_1 为最大 Lyapunov 指数.

(5) 式两边平方后, 对不同的 i 取平均, 并两边取对数, 可得

$$\ln h(T) = 2\lambda_1 T \Delta t + \ln h(0), \quad (6)$$

这里, $h(T) = \langle |\mathbf{x}_n^i(T) - \mathbf{x}_n^{i+s}(T)|^2 \rangle$, $h(0) = \langle |\mathbf{x}_n^i - \mathbf{x}_n^{i+s}|^2 \rangle$, 其中, $\langle \bullet \rangle$ 表示对所有的 i 值取平均.

对于含有噪声的测量信号, 当 $N_s \rightarrow \infty$ 时, 有

$$h(T) = H(T) - 2d\sigma_e^2, \quad (7)$$

其中, $H(T) = \langle |\mathbf{y}_n^i(T) - \mathbf{y}_n^{i+s}(T)|^2 \rangle$, σ_e 为噪声的标准差. 将 (7) 式代入 (6) 式, 即可得到计算 λ_1 的修正公式, 但实际过程中噪声的 σ_e 事先往往并不知道. 此时假设噪声的标准差为 σ , 并定义二元函数

$$f(d, \sigma^2) = \frac{\ln(H(T_2) - 2d\sigma^2) - \ln(H(T_1) - 2d\sigma^2)}{2\Delta t(T_2 - T_1)}, \quad (8)$$

显然, 当 $\sigma = \sigma_e$ 时, $f(d, \sigma^2) = \lambda_1$ 并且不依赖于嵌入维数 d . (7) 式代入 (8) 式后, 将 $f(d, \sigma^2)$ 对 d 求偏导, 得

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(d, \sigma^2)}{\partial(d)} &= \{(\sigma^2 - \sigma_e^2) [h(T_2) - h(T_1)]\} \\ &\div \{\Delta t(T_2 - T_1) [h(T_1) + 2d\sigma_e^2 - 2d\sigma^2] \\ &\times [h(T_2) + 2d\sigma_e^2 - 2d\sigma^2]\}. \end{aligned} \quad (9)$$

对于混沌系统, $\lambda_1 > 0$, 由 (6) 式得 $\frac{h(T_2) - h(T_1)}{T_2 - T_1} > 0$, 则有如下结论

- (i) 当 $\sigma^2 < \sigma_e^2$ 时, $\frac{\partial f(d, \sigma^2)}{\partial(d)} < 0$, 此时 $f(d, \sigma^2)$ 随着维数的增加而减小;
- (ii) 当 $\sigma^2 = \sigma_e^2$ 时, $\frac{\partial f(d, \sigma^2)}{\partial(d)} = 0$, 此时 $f(d, \sigma^2)$ 不随维数的变化而变化, 并且 $f(d, \sigma_e^2) = \lambda_1$;
- (iii) 当 $\sigma_e^2 < \sigma^2 < \sigma_e^2 + \frac{\min(h(T_1), h(T_2))}{2d}$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C(0) & C(1) & C(2) & \cdots & C(M-1) \\ C(1) & C(0) & C(1) & \cdots & C(M-2) \\ C(2) & C(1) & C(0) & \cdots & C(M-3) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ C(M-1) & C(M-2) & C(M-3) & \cdots & C(0) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中, \mathbf{C} 的第 i 行第 j 列元素为 $C_{ij} = C(|i - j|)$. 记 S_m 是 \mathbf{C} 的从大到小排列的奇异值谱, 其中 $m = 1, 2, \dots, M$, 那么当 m 取值较小时, S_m 随 m 的增大而减小, 当 m 达到某一值时, S_m 突然变为恒定值, 即 $S_m - m$ 曲线开始出现平台. 则此突变点 (刚好出现平台) 处的 m 值就是相空间重构时所需的最小嵌入维数.

以 $Re = 2818$, $x = 3D$ 处采集的速度信号为

时, $\frac{\partial f(d, \sigma^2)}{\partial(d)} > 0$, 此时 $f(d, \sigma^2)$ 随着维数的增加而增大.

因此, 可以根据 $f(d, \sigma^2)$ 随维数的变化趋势, 估计出随机噪声的标准差 σ_e 以及最大 Lyapunov 指数 λ_1 . 当然, 实际计算时, $f(d, \sigma_e^2)$ 在不同维数下依然存在微小波动. 此时, 将 $f(d, \sigma_e^2)$ 对不同的 d 值取平均, 并将该平均值作为最大 Lyapunov 指数的估计值, 即

$$\lambda_1 = \frac{1}{d_M - d_m + 1} \sum_{d=d_m}^{d_M} f(d, \sigma_e^2), \quad (10)$$

其中, d_m 和 d_M 分别为最小嵌入维数和最大嵌入维数. 该算法的详细推导过程以及计算细节, 可参考文献 [15].

4 结果与讨论

采用姚天亮等 [15] 提出的算法计算时, 首先需对时间序列进行相空间重构. 相空间重构时所需的时间延迟采用 Rosenstein 等 [17] 提出的自相关函数第一次下降到初始值的 $1-1/e$ 的时间作为相空间重构的时间延迟 l . 由于相关函数对噪声不敏感, 因此该方法是一种有效的确定噪声信号时间延迟的方法. 对于相空间重构时所需的最小嵌入维数, 本文采用可以清除噪声影响确定嵌入维数的奇异值分析方法 [18]. 奇异值分析法的基本思想如下: 对于离散的时间序列 y_n , 其延迟量为 τ 的自相关函数为 $C(\tau)$, 定义对称的 $M \times M$ 自相关矩阵

例, 该信号的自相关函数 $C(\tau)$ 如图 4 所示, 可以看出, 当 $\tau = 7$ 时, 自相关函数最接近初始值的 $1-1/e$, 因此取 $l = 7$ 作为重构的时间延迟. 该信号的奇异值谱如图 5 所示, 可以看出, 当 m 大于等于 4 时, 奇异值基本不变, 即重构的最小嵌入维数至少为 4. 细节上看, S_5 也要比 S_4 略小, 为了可靠起见, 实际计算时最小嵌入维数取 $d_m = 6$.

根据姚天亮等 [15] 提出的算法的基本思想,

取一系列不同的 σ 值, 计算得到的 $f(d, \sigma^2)$ 随维数 d 的变化如图 6 所示. 可以看出, 当 σ 取值较小时, $f(d, \sigma^2)$ 随着 d 的增加而减小, 而当 σ 较大时, $f(d, \sigma^2)$ 随着 d 的增加而增大, 并且一定存在一个 σ , 使得 $f(d, \sigma^2)$ 基本不随维数 d 变化, 这完全符合含有噪声的混沌时间序列的性质. 也就是说, 射流近场区确实存在具有混沌行为的流动, 但该确定性的混沌运动中含有一定量的随机噪声 (即湍流的非拟序脉动). 对不同的 σ 值, 分别采用线性最小二乘拟合方法计算 $f(d, \sigma^2)$ 随嵌入维数 d 变化的斜率 $k(\sigma)$, $k(\sigma)$ 随 σ 的变化如图 7 所示. 采用线性内插值方法, 计算出使得 $k(\sigma) = 0$ 的 σ 值, 显然, 该 σ 值即为速度时间序列含有的非拟序脉动的标准差 σ_e , 可得 $\sigma_e = 0.0756$ m/s. 得到 σ_e 后, 则可由 (10) 式估计出该信号的最大 Lyapunov 指数, 可得 $\lambda_1 = 364.6$ s⁻¹.

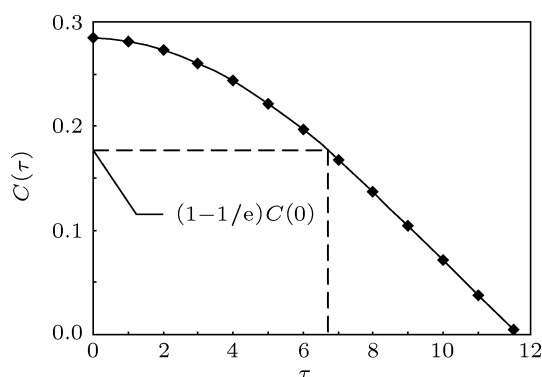


图 4 $C(\tau)$ - τ 曲线, $Re = 2818, x = 3D$

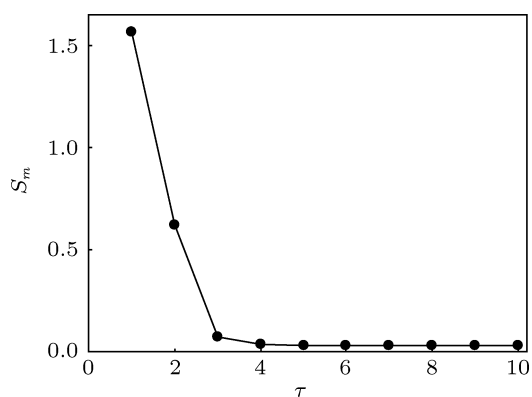


图 5 S_m - m 曲线, $Re = 2818, x = 3D$

采用相同的方法, 对不同出口雷诺数以及不同测量位置采集的速度信号进行计算, 得到的最大 Lyapunov 指数 λ_1 以及湍流非拟序脉动量 σ_e 的值如表 1 所示. 另外, 表 1 还给出了关联时间 τ_c

以及 Kolmogorov 长度尺度 η 的值. 其中 τ_c 定义为自相关函数 $C(\tau)$ 降到初始值 $C(0)$ 的 $1/e$ 时的 τ 值 [19], 而 η 则按下式计算 [20]

$$\eta = \left[\frac{v^2 \langle u \rangle^2}{15 \langle (\partial u / \partial t)^2 \rangle} \right]^{1/4} \quad (12)$$

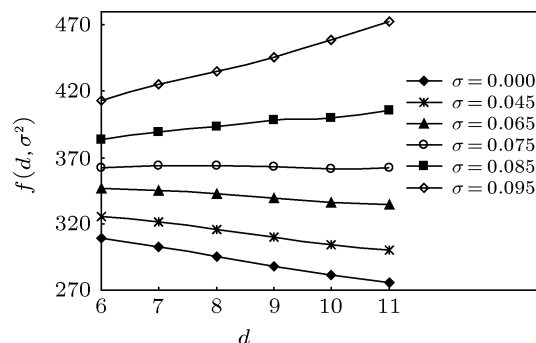


图 6 $f(d, \sigma^2)$ 随 d 的变化曲线, $Re = 2818, x = 3D$

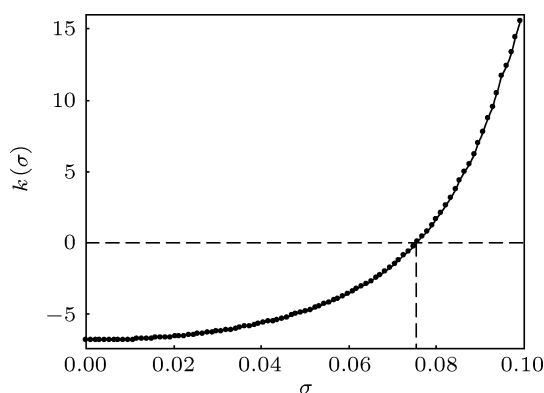


图 7 $k(\sigma)$ 随 σ 的变化曲线, $Re = 2818, x = 3D$

表 1 不同速度时间序列的计算结果

$U/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	Re	x/D	λ_1/s^{-1}	$\tau_c/10^{-4}$ s	$\sigma_e/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	η/mm
1.415	939	3	92.3	21.78	0.0160	0.1757
2.830	1879	3	271.5	11.17	0.0428	0.1670
4.244	2818	2	411.3	7.09	0.0503	0.1651
		3	364.6	9.00	0.0756	0.1440
		4	295.4	10.89	0.1138	0.1356
		5	251.0	11.36	0.1451	0.1206
		5.659	3758	3	488.5	7.03

从表 1 可以看出, 对同一测量位置 $x = 3D$ 而言, 随着雷诺数的增加, 最大 Lyapunov 指数 λ_1 逐渐增加, 关联时间逐渐减小, 说明湍流运动的预报性能逐渐降低, 这与通常对湍射流的认识相符合 [21]. 对于同一出口雷诺数 $Re = 2818$ 的情形, 在离开喷嘴一定距离的近场区内 (即 $2D \leq x \leq 5D$), 随着离开喷嘴出口距离的增加, 最大 Lyapunov 指

数逐渐减小, 关联时间逐渐增大, 说明湍流运动的可预报性能逐渐增加. 这主要是由于随着射流的发展, 更大尺度的大涡旋结构逐渐生成^[22], 使得系统运动的前后相关性更强, 因此湍流运动的可预报性能增加. 需要注意的是, 当 $x > 5D$ 时, 时间序列的重构相空间基本不存在确定性混沌的相邻轨道按指数发散的标度区间, 说明流体逐渐过渡到充分发展的湍流, 偏离了确定性的混沌性质, 此时就不能采用混沌时间序列的分析方法对其进行计算.

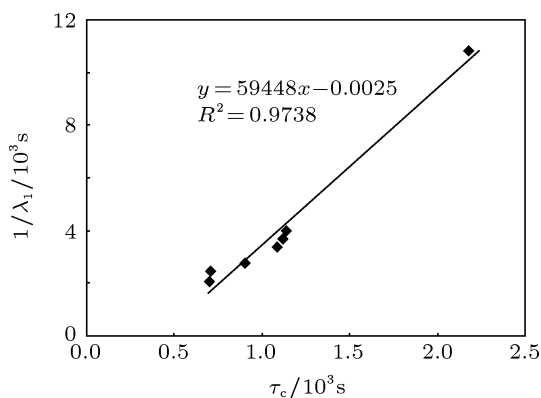


图8 $1/\lambda_1$ 随 τ_c 的变化关系

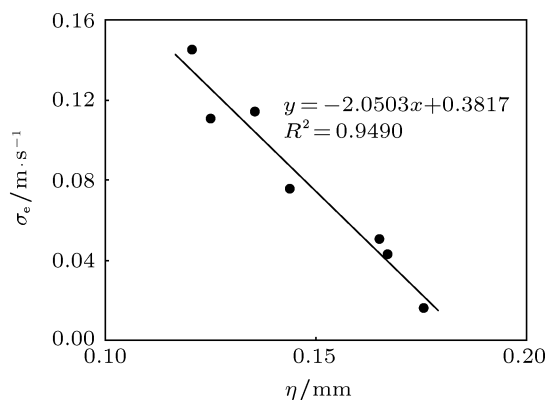


图9 σ_e 随 η 的变化关系

由于混沌运动可预测的最大时间与最大 Lyapunov 指数的倒数成正比^[23], 而关联时间也是表征可预测时间相对大小的量^[19], 因此 $1/\lambda_1$ 与 τ_c 是正相关的. 从图 8 所示可以看出, $1/\lambda_1$ 与 τ_c 基本呈现线性关系, 通过最小二乘拟合, 可得

$$\frac{1}{\lambda_1} = 5.9448\tau_c - 0.0025. \quad (13)$$

从表 1 也可以看出, 速度时间序列均含有一定量的湍流非拟序脉动. 对于同一测量位置 $x = 3D$ 的情形, 非拟序脉动量 σ_e 随着 Re 的增加而增加. 对于同一出口雷诺数 $Re = 2818$ 而言, 随着离开

喷嘴出口距离的增加, 非拟序脉动量 σ_e 也是逐渐增加的. 湍流是由大小不同尺度的涡旋组成, 其中大涡旋做拟序运动, 小涡旋做随机运动, 而湍流的非拟序脉动则是由小涡旋的随机运动引起的^[10]. 设大涡旋与小涡旋的长度尺度分界线为 l_d , Kolmogorov 长度尺度 η 表示湍流能激发出的最小涡旋的长度尺度^[24], 那么对于湍流而言, 有 $l_d > \eta$. 如果 η 较大, 则 l_d 与 η 的差别较小, 说明湍流激发出的小涡旋的层次较少, 此时长度尺度在 l_d 与 η 之间只有少量层次的做随机运动的小涡旋, 那么做随机运动的小涡旋的总能量将较小, 因此湍流的非拟序脉动较小; 反之, 如果 η 较小, 那么湍流的非拟序脉动将较大. 因此, 湍流的非拟序脉动与 Kolmogorov 尺度 η 是负相关的. 从表 1 可以看出, η 随着 Re 的增加以及随着离开喷嘴出口距离的增加均是逐渐减小的, 因此可以推出 σ_e 随着 Re 的增加以及随着离开喷嘴出口距离的增加均是逐渐增加的, 这与通过混沌时间序列分析方法计算得到的结果相符.

由上述分析可知, 湍流非拟序脉动量 σ_e 与 η 呈负相关. 从图 9 可以看出, 非拟序脉动量 σ_e 与 η 基本呈现线性关系, 通过最小二乘拟合, 可得

$$\sigma_e = -2.0503\eta + 0.3817. \quad (14)$$

5 结论

采用姚天亮等^[15]提出的基于最大 Lyapunov 指数不变性的混沌时间序列分析方法, 计算了圆喷嘴空气射流不同出口雷诺数的速度信号的最大 Lyapunov 指数以及湍流的非拟序脉动. 结果表明, 射流近场区确实存在具有混沌行为的流动. 对同一测量位置而言, 最大 Lyapunov 指数随着雷诺数的增加而增大, 而对相同雷诺数而言, 最大 Lyapunov 指数随着离开喷嘴出口距离的增加而减小. 最大 Lyapunov 指数的倒数与关联时间基本呈线性关系, 并且二者拟合关系式为: $\frac{1}{\lambda_1} = 5.9448\tau_c - 0.0025$.

计算结果还发现, 速度时间序列均含有一定量的湍流非拟序脉动, 因此对该时间序列计算时, 需要考虑随机非拟序脉动的影响. 对于同一测量位置而言, 非拟序脉动量随着雷诺数的增加而增大, 对相同雷诺数而言, 非拟序脉动量随着离开喷嘴出口距离的增加也是逐渐增大的. 湍流非拟序脉动量与 Kolmogorov 长度尺度呈负相关, 二者拟合关系式为: $\sigma_e = -2.0503\eta + 0.3817$.

- [1] Brandstater A, Swift J, Swinney H L, Wolf A 1983 *Phys. Rev. Lett.* **51** 1442
- [2] Finn J M, del-Castillo-Negrete D 2001 *Chaos* **11** 816
- [3] Zhang J, Liu N S, Lu X Y 2009 *Phys. Rev. E* **79** 045306
- [4] Qian J 1993 *J. China Univ. Sci. Technol.* **23** 91 (in Chinese) [钱俭 1993 中国科学技术大学学报 **23** 91]
- [5] Xiao N, Jin N D 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5149 (in Chinese) [肖楠, 金宁德 2007 物理学报 **56** 5149]
- [6] McMackin L, Voelz D G, Fender J S 1995 *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* **2580** 183
- [7] Zhou H L, Lu Z M, Ren X T, Xie X L 1999 *Acta Mech. Sin.* **31** 603 (in Chinese) [周慧良, 卢志明, 任道涛, 谢锡麟 1999 力学学报 **31** 603]
- [8] Zhang F, Liu H, Xu J, Tang C 2012 *Appl. Mech. Mater.* **121** 3919
- [9] Zhang Z S, Cui G X, Xu C X 2005 *Theory and Modeling of Turbulence* (Beijing: Tsinghua University Press) p130 (in Chinese) [张兆顺, 崔桂香, 许春晓 2005 湍流理论与模拟 (北京: 清华大学出版社) 第 130 页]
- [10] Hussain A K M F 1986 *J. Fluid Mech.* **173** 303
- [11] Liu H F, Zhao Y Y, Dai Z H, Gong X, Yu Z H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2311 (in Chinese) [刘海峰, 赵艳艳, 代正华, 龚欣, 于遵宏 2001 物理学报 **50** 2311]
- [12] Liu H F, Dai Z H, Li W F, Gong X, Yu Z H 2005 *Phys. Lett. A* **341** 119
- [13] Jayawardena A W, Xu P, Li W K 2008 *Chaos* **18** 023115
- [14] Moriya N 2010 *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **618** 306
- [15] Yao T L, Liu H F, Xu J L, Li W F 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 060603 (in Chinese) [姚天亮, 刘海峰, 许建良, 李伟锋 2012 物理学报 **61** 060603]
- [16] Takens F 1981 *Dynamical System and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics* (Berlin: Springer-Verlag) p366
- [17] Rosenstein M T, Collins J J, de Luca C J 1993 *Physica D* **65** 117
- [18] Liu B Z, Peng J H 2005 *Nonlinear Dynamics* (Beijing: Higher Education Press) p399 (in Chinese) [刘秉正, 彭建华 2005 非线性动力学 (北京: 高等教育出版社) 第 399 页]
- [19] Yang J Q, Liu B Z, Peng J H, Ma Z J 1999 *Space Med. Med. Eng.* **12** 185 (in Chinese) [杨健群, 刘秉正, 彭建华, 马治家 1999 航天医学与医学工程 **12** 185]
- [20] Liu C, Zhou W X, Yuan W K 2010 *Physica A* **389** 2675
- [21] Crow S C, Champagne F H 1971 *J. Fluid Mech.* **48** 547
- [22] Liepmann D, Gharib M 1992 *J. Fluid Mech.* **245** 643
- [23] Lü J H, Lu J A, Chen S H 2002 *Chaotic Time Series Analysis and Applications* (Wuhan: Wuhan University Press) p31 (in Chinese) [吕金虎, 陆君安, 陈士华 2002 混沌时间序列分析及其应用 (武汉: 武汉大学出版社) 第 31 页]
- [24] Pope S B 2000 *Turbulent Flows* (Cambridge: Cambridge University Press) p184

The largest Lyapunov exponent and the turbulent fluctuation of the time series from air turbulent jets*

Yao Tian-Liang Liu Hai-Feng[†] Xu Jian-Liang Li Wei-Feng

(Key Laboratory of Coal Gasification and Energy Chemical Engineering, Ministry of Education, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

(Received 16 March 2012; revised manuscript received 20 June 2012)

Abstract

The velocity time series of round air jets are acquired with the hot-wire anemometer. We compute the largest Lyapunov exponent and the turbulent incoherent perturbation of the velocity signals at $939 \leq Re \leq 3758$ using an analytical method of chaotic time series which is based on the invariant of the largest Lyapunov exponent. The results show that the largest Lyapunov exponent increases with exit Reynolds number, and decreases with the distance away from nozzle exit. The reciprocal of the largest Lyapunov exponent is positively correlated with correlation time. The incoherent perturbation of turbulence increases either with exit Reynolds number or with the distance away from nozzle exit. The incoherent perturbation of turbulence is negatively correlated with Kolmogorov scale.

Keywords: turbulent jets, chaos, the largest Lyapunov exponent, incoherent perturbation

PACS: 47.27.wg, 05.45.Tp, 47.52.+j, 05.40.-a

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2010CB227005), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 20906020) and the Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education of China (Grant No. NCET-08-0775).

[†] E-mail: hfliu@ecust.edu.cn