# 压强与功率对高气压空气微波放电自组织 结构影响的数值研究<sup>\*</sup>

朱国强<sup>1)2)†</sup> Jean-Pierre Boeuf<sup>2)</sup> 李进贤<sup>1)</sup>

1) (西北工业大学航天学院,西安 710072)

2) (Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie (LAPLACE), INPT, UPS, Université de Toulouse, 118 route de Narbonne,

F-31062 Toulouse Cedex 9, France )

(2012年5月27日收到;2012年6月24日收到修改稿)

压强和微波功率是高气压空气微波放电中的两个重要影响因素,取值对放电过程中等离子体动力学特征及自 组织结构有着直接的影响.利用有效扩散模型和双重网格方法,对放电过程中压强和微波功率的影响进行了数值研 究.结果表明,压强降低时放电等离子体将从间隔分明的等离子体斑点结构变为一团呈扩散特性的等离子体,而微 波功率增大时,等离子体向着微波入射方向的传播速度随之快速增大,传播过程中等离子前沿的跳跃性和斑点状的 自组织结构也更加分明.

关键词:微波放电,自组织结构,压强,微波功率

PACS: 52.82.pi, 51.50.+v, 52.38.Hb, 52.40.Db

#### 1引言

20世纪40年代晚期,为解决雷达系统中的微 波击穿放电问题,Brown和MacDonald等首次对自 由空间中的高气压微波放电现象进行了系统的研 究,这些早期研究的成果都被收录在Mac Donald 的专著中<sup>[1]</sup>.20世纪80年代,借助日益成熟的回 旋振荡管技术<sup>[2]</sup>,人们对自由空间的微波放电开展 了广泛的实验研究,并注意到了高气压微波放电过 程中精细自组织结构的存在<sup>[3]</sup>,但由于缺乏有效的 观察手段,研究者们对其动力学过程依然缺乏深入 的了解和认识.最近得益于高速摄影技术以及高功 率微波技术的长足发展,对高气压微波击穿放电中 等离子体动力学过程的细致观察成为可能.近期的 实验研究表明在一定的条件下高气压微波击穿放 电会形成规则的非平衡等离子体自组织结构,并向 着入射波源的方向发展传播<sup>[4-6]</sup>.

由于微波与等离子体之间复杂的相互作用, 解析方法在高气压微波放电问题中的应用受到很 大限制,相关的数值研究也鲜有报道.最近 Nam 和 Verboncoeur<sup>[7]</sup>用一维流体模型对这一问题进行了数值研究,由于模型中选用了不恰当的电子扩散系数,其计算得到的等离子体密度异常偏高(>4.5×10<sup>23</sup> m<sup>-3</sup>).针对这一问题,Boeuf与本文作者等<sup>[8-11]</sup>提出了一种准中性流体模型,模型中用一种新颖的有效扩散系数来描述等离子体传播过程中扩散特性的转变,在相同的条件下模型的数值结果与文献 [4—6]的实验结果有很好的一致性.本文在以往研究的基础上借助这一模型,对压强和功率对微波放电等离子体自组织结构的影响进行数值研究和分析.

#### 2 物理模型

文献 [8] 提出的高气压微波击穿放电等离子体 模型中用 Maxwell 方程

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t},\tag{1}$$

http://wulixb.iphy.ac.cn

<sup>\*</sup>西北工业大学基础研究基金(批准号: JC20120217)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: guoqiang.zhu@nwpu.edu.cn

<sup>© 2012</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{J}_c \tag{2}$$

来描述微波,并通过电导电流项 J<sub>c</sub> 与等离子体模型相耦合,在高碰撞等离子体中离子电流相对于电子电流可以忽略不计,所以电导电流可以写为

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{c}} = -en\boldsymbol{u},\tag{3}$$

其中 u 为电子名义速度,可由电子的动量迁移方程

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} = -\frac{e}{m_{\rm e}}\boldsymbol{E} - \nu_{\rm m}\boldsymbol{u}$$
 (4)

求得,其中 ν<sub>m</sub> 为电子和中性粒子之间的动量转移 碰撞频率.电流项中的电子数密度 *n* 由描述高碰撞 等离子体的连续方程给出,

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \nabla \cdot (D\nabla n) = S. \tag{5}$$

当扩散系数 D 为常数, 且源项中仅考虑电离效 应 (即  $S = \nu_i n_e$ ) 时, 方程 (5) 的高斯渐进解可写为

$$n\left(\boldsymbol{r},t\right) = At^{-2/3}\exp\left[\nu_{\mathrm{i}}t - \boldsymbol{r}/4Dt\right],\qquad(6)$$

其中**r**为位置矢量.

密度方程(6)的前沿传播具有自相似性,传播 速度为

$$V = 2\sqrt{\nu_{\rm i}}D,\tag{7}$$

前沿特征宽度可定义为

$$L = \left|\frac{n}{\nabla n}\right| = \sqrt{D/\nu_{\rm i}}.\tag{8}$$

当方程 (5) 的源项中考虑电子与离子的复合时, 即  $S = \nu_i n - r_{ei} n^2$ , 方程 (6) 将具有更加复杂的形式 <sup>[12]</sup>.

由方程 (7) 和 (8) 可知扩散系数直接影响等离 子体前沿的传播速度和自组织结构的外观. Nam 和 Verboncoeur<sup>[7]</sup>使用双极扩散系数计算得到了过 高的等离子体密度,是因为双极扩散仅适用于密度 较高的区域,在等离子体的边缘由于电子密度较低, Debye 长度较大,电子的自由扩散应占主导地位. 为描述这一扩散特性的转变,文献 [8]提出了一种 有效扩散系数

$$D_{\text{eff}} = \frac{\alpha D_{\text{e}} + D_{\text{a}}}{\alpha + 1},$$
  
$$\alpha = \nu_{\text{i}} \tau_{\text{M}} = \lambda_{\text{D}}^2 / L^2, \qquad (9)$$

其中  $\tau_{\rm m} = \varepsilon_0/en (\mu_{\rm i} + \mu_{\rm e})$  为介电松弛时间 (或 Maxwell 松弛时间),  $\lambda_{\rm D} = (\varepsilon_0 k T_{\rm e}/e^2 n_{\rm e})^{1/2}$ 为 Debye 长度,  $D_{\rm e}$  和  $D_{\rm a}$  分别为自由扩散系数和双 极扩散系数. 对于高频场中的高碰撞等离子体,在本地场假 设下,电离频率  $\nu_i$  仅取决于有效电场  $E_{\text{eff}}$  (更确切 地说是约化有效电场  $E_{\text{eff}}/p$ )<sup>[1]</sup>:

$$E_{\rm eff} = \frac{E_{\rm rms}}{\sqrt{1 + \omega^2 / \nu_{\rm m}^2}},\tag{10}$$

其中 E<sub>rms</sub> 为均方根微波电场, ω 为微波角频率.

#### 3 数值方法

## 3.1 时域有限差分法 (finite-differencetime-domain FDTD)

FDTD 是求解 Maxwell 方程的经典方法, 被广 泛应用于电磁学问题中. 在散射问题中通常将入射 场和散射场分离,  $E_t = E_i + E_s$ ,  $H_t = H_i + H_s$ , 下 标 i, s 和 t 分别表示入射场、散射场和总场, 入射 场由精确解析方程给出, 散射场通过 FDTD 方法计 算, 这样处理可以有效地降低计算误差的积累<sup>[13]</sup>.

电子动量迁移方程 (4) 直接离散为积分格 式<sup>[14]</sup>

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} + \nu_m \frac{u^{n+1} + u^n}{2} = -\frac{e}{m_{\rm e}} \frac{E_{\rm t}^{n+1} + E_{\rm t}^n}{2}.$$
(11)

综合方程 (11) 和方程 (2) 的 FDTD 中的蛙跳格式, 可得:

$$E_{\rm s}^{n+1} = E_{\rm s}^n \frac{1-\beta}{1+\beta} + \frac{en\Delta t}{2\varepsilon_0} \frac{1+\alpha}{1+\beta} u^n - \frac{\beta}{1+\beta} \left( E_{\rm i}^{n+1} + E_{\rm i}^n \right) + \frac{\Delta t}{(1+\beta)\varepsilon_0} \nabla \times H,$$
(12)

$$u^{n+1} = \alpha u^n - \frac{e\Delta t}{2m_{\rm e}\gamma} \left( E_{\rm t}^{n+1} + E_{\rm t}^n \right),$$
 (13)

$$\alpha = \frac{1-a}{1+a}, \beta = \frac{\omega_{\rm p}^2 \Delta t^2}{4\gamma},$$
  
$$\gamma = 1+a, a = \frac{\nu_{\rm m} \Delta t}{2},$$
 (14)

其中ω<sub>p</sub>为等离子体频率,上标 n 表示时间步.

方程 (12)—(14) 与方程 (1) 的传统离散格式相结合即可在 Yee 氏网格上交替求解微波电场和磁场<sup>[15]</sup>.

自由空间的散射问题中需要对散射场设置外 辐射边界,本文使用了 Mur<sup>[16]</sup> 提出的吸收边界.

#### 3.2 等离子体连续方程的离散

利用有效扩散系数 D<sub>eff</sub>,并在源项中同时考虑 电离 v<sub>i</sub>和复合 r<sub>ei</sub>,等离子体连续方程 (5)可重写为

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \nabla \cdot (D_{\text{eff}} \nabla n) = n\nu_{\text{i}} - r_{\text{ei}} n^2.$$
(15)

方程离散时扩散和电离项可用简单显格式,而损失项 r<sub>ei</sub>n<sup>2</sup>则要使用半隐格式来处理,以避免出现负的密度值,

$$n_{\mathrm{e}(k,l)}^{n+1} = \frac{1}{1 + \Delta t_{\mathrm{p}} r_{\mathrm{ei}} n_{\mathrm{e}(k,l)}^{n}} \times \left\{ n_{\mathrm{e}(k,l)}^{n} \left[ 1 + \Delta t_{\mathrm{p}} \nu_{\mathrm{i}} \right] + \frac{D_{\mathrm{eff}}}{\Delta^{2} s_{\mathrm{p}}} \left[ n_{\mathrm{e}(k+1,l)}^{n} + n_{\mathrm{e}(k-1,l)}^{n} + n_{\mathrm{e}(k,l+1)}^{n} + n_{\mathrm{e}(k,l+1)}^{n} + n_{\mathrm{e}(k,l-1)}^{n} - 4 n_{\mathrm{e}(k,l)}^{n} \right] \right\}.$$
(16)

自由空间问题中若计算区域远大于等离子体 区,在计算边界可对密度使用复合边界,即将边界 处的体密度设定为0值.

#### 3.3 双重网格

在高气压微波放电过程中,由于微波电场和等 离子体之间强烈的非线性耦合,等离子体传播前沿 部分的密度梯度非常大,连续方程 (15) 对网格精细 度的要求 (λ/1000) 远高于 FDTD (λ/50). 二维问题 中,当微波电场方向垂直于计算平面时,可以用双 重网格来满足密度方程和 Maxwell 方程对网格尺 寸的不同要求.

本文计算中 Maxwell 方程 (FDTD) 使用较粗糙 网格尺寸记为  $\Delta S_{\rm M}$ , 等离子体连续方程使用较精 细网格尺寸记为  $\Delta S_{\rm P}$ . 求解过程中, 当等离子连续 方程 (15) 中的输运参数需要由  $E_{\rm eff}$  来确定时, 通过 线性插值来获得精细网格上的  $E_{\rm eff}$  值, 得到精细网 格上最新的密度值之后, 再通过相应的插值方法来 更新粗糙网格上的密度, 以进行下一个时间步  $E_{\rm eff}$ 的求解.

4 数值结果与分析

计算中采用了空气作为放电气体,并假定电子 温度为常值 2 eV,漂移系数之比  $\mu_e/\mu_i = 200$ ,忽略 离子扩散.

图 1 所示为计算区域和初始条件, 计算区域大 小为 2.5λ×2.5λ, 110 GHz 的 *z*-极化平面 TEM 波从 左侧入射, 初始电子位于轴线靠右的位置, 初始电 子具有 Gaussian 密度分布, 最大值 10<sup>15</sup> m<sup>-3</sup>, 标准 差 20  $\mu$ m. 图 2 给出了本文计算中所用的电离频 率  $\nu_i$  与有效电场  $E_{eff}$  之间的关系 <sup>[17,18]</sup>.



#### 4.1 压强的影响

如图 2 所示, 电离频率同时受压强和入射 功率的影响, 计算中使用了相同的约化有效 入射场强  $E_{i,eff}/p = 6.9 \times 10^3$  V/m·Torr (1 Torr = 133.322 Pa), 以尽量分离两者之间的交叉影响, 复合 系数  $r_{ei}$  取常值为  $0.5 \times 10^{-13}$  m<sup>3</sup>·s<sup>-1</sup>.



图 2 约化电离频率随约化有效电场的变化

图 3 为不同压强下自组织结构随时间的变化. 计算结果显示,随着压强的降低,微波放电等离子体的传播速度基本保持一致,而自组织结构却从边 界清晰的斑点状图案 (图 3(a))逐步变为边界模糊 不清的等离子体团 (图 3(c)).通过自相似前沿传播 速度  $V = 2\sqrt{\nu_i D_e}$  及前沿特征宽度  $L \approx \sqrt{D_e/\nu_i}$ 可以很好地理解图 3 中的结果.扩散系数与压强成 反比,当约化有效电场保持不变时电离频率与压强 成正比,所以当压强降低时 L 增大,前沿密度降低. 密度的降低削弱了等离子体对微波的反射,前沿的 传播也从跳跃性变为连续性,从图 4(b) 中可以更加清晰地看出这一转变.这些结果与 Vikharev 等<sup>[3]</sup> 早期的实验研究及 Cook 等<sup>[6]</sup> 近期利用高速摄像 机的实验观察具有很好的一致性.



图 3 不同压强下微波放电等离子体自组织结构随时间的变化 (a) p = 800 Torr, max =  $4.2 \times 10^{21}$  m<sup>-3</sup>; (b) p = 400 Torr, max =  $2.2 \times 10^{21}$  m<sup>-3</sup>; (c) p = 200 Torr, max =  $7.1 \times 10^{20}$  m<sup>-3</sup>

图 4 分别给出了轴线上前沿最大密度和前沿 相对于初始电子分布中心的位置随时间的变化. 由图 4(a) 可知,随压强的降低,前沿最大密度减 小,其震荡幅度也被削弱.图 4(b) 中高压强情况 下 (800 Torr) 的阶梯状曲线代表了等离子体前沿向 着入射波源的跳跃性传播,其中的垂直部分对应新 等离子体斑点的形成,其后的水平部分则代表新斑 点的发展,图中曲线显示压强为 800 Torr 时在整个 模拟过程中等离子体前沿都保持跳跃性传播,而对 于压强较低的情况,400 Torr 和 200 Torr 前沿仅在 开始的几十纳秒内呈跳跃性传播.从图 4(b) 中还可 以得知,相同的约化有效入射场强下等离子体前沿 的传播速度基本不随压强变化.

#### 4.2 入射功率的影响

高气压微波放电过程中的自组织结构对微 波功率/入射电场振幅 ( $E_0$ ) 也非常敏感, 在压强 一定的情况下, 入射功率增大时前沿宽度  $L \approx \sqrt{D_e/\nu_i}$  将减小, 而传播速度  $V = 2\sqrt{D_e\nu_i}$  则



图 4 不同压强下等离子前沿 (a) 最大密度和 (b) 相对于初始电 子分布中心的位置随时间的变化



图 5 不同入射场强下等离子体自组织结构随时间的变化 (a)  $E_0 = 4.5$  MV/m, max =  $1.4 \times 10^{21}$  m<sup>-3</sup>; (b)  $E_0 = 5.3$  MV/m, max =  $2.8 \times 10^{21}$  m<sup>-3</sup>; (c)  $E_0 = 6.0$  MV/m, max =  $3.5 \times 10^{21}$  m<sup>-3</sup>

将增大.由前沿宽度和传播速度随入射功率的变化 趋势可以预期当入射功率增加时,将得到传播速度 更快边界也更加分明的自组织结构. 文献的一维计 算结果还显示,相邻等离子斑点之间的距离会随微 波功率的增加而减小.

图 5 所示为压强为 710 Torr 时, 三个不同入 射振幅 4.5, 5.3 和 6.0 MV/m (对应微波功率分别 为 2.6, 3.4 和 4.7 MW/cm<sup>2</sup>)下自组织结构随时间的 演化过程.



图 6 不同功率下等离子前沿 (a) 最大密度和 (b) 相对于初始电 子分布中心的位置随时间的变化

图 5 的计算结果显示: 1) 当入射微波功率较 小 (*E*<sub>0</sub> = 4.5 MV/m) 时自组织结构中等离子体斑点 之间的边界十分模糊,在 180 ns 之后整个结构蜕变 为一个向前连续传播的等离子体层; 2) 当入射电场 振幅增加到 5.3 MV/m 时, 斑点之间的边界变得较为明晰; 3)  $E_0 = 6.0$  MV/m 时, 等离子体的前沿变得更加陡峭, 等离子体斑点之间的间隔也更加明显.

图 6 为计算区域轴线上等离子体前沿的密度 最大值以及前沿相对于初始电子分布中心的位置 随时间的变化.图 6(a) 中  $E_0 = 4.5$  MV/m 和  $E_0 = 5.3$  MV/m 曲线显示,功率越大前沿最大密度随时 间的震荡越显著,  $E_0 = 6.0$  MV/m 曲线没有直接显 现出随时间的震荡,这是因为高入射功率导致了高 的传播速度,如图 6(b) 所示,在最大密度表现出震 荡特性之前,前沿已经到达了计算区域左边界.

如前所述,等离子体前沿位置曲线中的垂直部 分对应新等离子体斑点的形成,而水平部分则代表 新斑点的发展过程.更加确切地说曲线垂直部分的 长度代表了等离子体斑点之间的距离,而水平部分 的长度则反映了斑点发展的时间周期.由图 6(b)可 知,当入射功率越大,前方等离子体斑点的密度上 升得越快,而斑点之间的距离则略有减小.

### 5 结 论

在高气压空气微波击穿放电过程中,压强和入 射功率直接决定了放电等离子体自组织结构的形 态及其前沿的传播特性.相同的约化有效入射场强 下,压强的降低将导致自组织结构从彼此间隔分明 的等离子体斑点变为呈扩散特性、边界模糊不清 的等离子体团,而等离子体的传播速度则几乎不受 压强影响.压强不变时,入射微波功率同时对等离 子体自组织结构和传播速度有着强烈的影响,功率 较小时放电等离子体仅在初始阶段呈现跳跃性传 播和间隔明显的斑点结构,而后就演变成为一个连 续传播的等离子体层,随着功率的增加等离子体传 播速度很快提高,结构也更加分明并能在整个放电 过程中保持跳跃性传播.本文所有的计算和分析都 只是针对超临界微波击穿放电,亚临界情况将在后 续论文中予以讨论.

- MacDonald D 1966 Microwave Breakdown in Gases (New York: John Wiley & Sons)
- [2] Litvak A 1994 Freely localized gas discharges in microwave beams. in Applications of High Power Microwaves, edited by Gaponov-Grekhov A V, Granatstein V L (Boston: Artech House) pp145–167
- [3] Vikharev A L, Gil'denburg V B, Golubev S V, Eremin B G, Ivanov O A, Litvak A G, Stepanov A N, Yunakovskii A D 1988 Sov. Phys.

JETP 67 724

- [4] Hidaka Y, Choi E M, Mastovsky I, Shapiro M A, Sirigiri J R, Temkin R J 2008 Phys. Rev. Lett. 100 035003
- [5] Hidaka Y, Choi E M, Mastovsky I, Shapiro M A, Sirigiri J R, Temkin R J, Edmiston G F, Neuber A A, Oda Y 2009 *Phys. Plasma* 16 055702
- [6] Cook A, Shapiro M, Temkin R 2010 Appl. Phys. Lett. 97 011504
- [7] Nam S K, Verboncoeur J P 2009 Phys. Rev. Lett. 103 055004

- [8] Boeuf J P, Chaudhury B, Zhu G Q 2010 Phys. Rev. Lett. 104 015002
- [9] Chaudhury B, Boeuf J P, Zhu G Q 2010 Phys. Plasma 17 123505
- [10] Zhu G Q, Boeuf J P, Chaudhury B 2011 Plasma Sources Sci. Technol. 20 035007
- [11] Chaudhury B, Boeuf J P, Zhu G Q 2011 J. Appl. Phys. 110 113306
- [12] Ebert U, Saarloos W 2000 Physica D: Nonlinear Phenomena 164 1
- [13] Kunz K S, Luebbers R J 1993 The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics (Baca Raton, Ann Arbor, London, Tokyo: CRC Press) p13
- [14] Cummer S A 1997 IEEE Trans. on Antennas and Propagation 45 3
- [15] Yee K K 1966 IEEE Trans. on Antennas and Propagation AP-14 3
- [16] Mur G 1981 IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility EMC-23 4
- [17] Raizer Y P 1991 Gas Discharge Physics (Berlin: Springer) pp53– 57
- [18] Warne L K, Jorgenson R E, Nicolaysen S D 2003 Ionization Coefficient Approach to Modeling Breakdown in Nonuniform Geometries Sandia Report SAND 2003–4078

## Effects of pressure and incident power on self-organization pattern structure during microwave breakdown in high pressure air\*

Zhu Guo-Qiang<sup>1)2)†</sup> Jean-Pierre Boeuf<sup>2)</sup> Li Jin-Xian<sup>1)</sup>

 (School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)
 (Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie (LAPLACE), INPT, UPS, Université de Toulouse, 118 Route de Narbonne, F-31062 Toulouse Cedex 9, France)

(Received 27 May 2012; revised manuscript received 24 June 2012)

#### Abstract

Pressure and microwave power are the most important parameters during microwave breakdown in air and affect the selforganization plasma pattern structure and its propagation directly. In order to study the effects of pressure and microwave power, an effective-diffusion fluid plasma equation is solved together with Maxwell's equations, and the double grid method is also used to meet the different grid size requirement of plasma equation and finite-difference-time-domain for Maxwell's equations. The numerical results show that with lower pressure the plasma behaves as a more diffuse plasmoid instead of a well defined plasma pattern structure under higher pressure, and the increase of incident microwave power will lead to a rapid growth of the front propagation velocity and a well separated and sharp pattern structure, and the higher incident power also results in jump-like front propagation.

**Keywords:** microwave breakdown, self-organization pattern structure, pressure, microwave power **PACS:** 52.82.pi, 51.50.+v, 52.38.Hb, 52.40.Db

<sup>\*</sup> Project supported by the Fundamental Research Fund of Northwestern Polytechnical University, China (Grant No. JC20120217).

<sup>†</sup> E-mail: guoqiang.zhu@nwpu.edu.cn