

## 考虑人类流动行为的动态复杂网络研究\*

丁益民<sup>†</sup> 杨昌平

(湖北大学物理学与电子技术学院, 武汉 430062)

(2012年5月2日收到; 2012年6月13日收到修改稿)

现实的复杂网络往往具有动态的结构特征. 考虑人类流动行为的特点, 提出一种随机行走网络模型对人类流动网络进行模拟研究. 从度分布、聚类系数、最短路径距离以及位移分布等方面对该模型进行模拟分析, 结果表明, 该动态复杂网络度分布服从泊松分布, 呈现随机网络特征; 当通信半径大于某一较小数值时, 具有高的聚类系数和短的平均路径长度, 呈现小世界网络特征; 而位移分布则满足幂律分布, 这一结论与近年来人们对人类流动行为的实证研究结果相符合.

**关键词:** 复杂网络, 随机行走, 动态网络, 小世界

**PACS:** 89.75.-Hc, 89.75.-k, 05.40.Fb, 02.50.-r

## 1 引言

自从 Watts 和 Strogatz 在 Nature 上发表了小世界网络的研究论文<sup>[1]</sup>, Barabási 和 Albert 等在 Science 上发表了无标度网络的论文之后<sup>[2,3]</sup>, 复杂网络的研究受到各个领域的研究人员的重视<sup>[4-7]</sup>. 在复杂网络的研究中, 平均路径长度、聚类系数和度分布是描述复杂网络特征的重要物理量. 大量的实证研究表明, 许多复杂网络同时具有高的聚类系数和短的平均路径长度, 呈现小世界特征 (如电影演员网络、电力网络和代谢网络等). 还有一些复杂网络的度分布满足幂律分布, 呈现无标度网络的特征 (如 Internet, WWW 网络和蛋白质网络等). 人们还发现有些网络 (如蛋白质网络) 还具有模块化的结构特征<sup>[8,9]</sup>, Song 等<sup>[10]</sup> 通过把盒计数法推广用于复杂网络, 指出对于许多复杂网络也存在类似于分数维的自相似指数, 从而也具有某种内在的自相似性.

先前人们对复杂网络的研究主要集中在具有固定结构的复杂网络, 对于具有动态结构的复杂网络则较少涉及. 近年来, 人们对社会网络、生物

网络和技术网络等复杂网络的社团结构进行了大量的研究<sup>[7-14]</sup>, 研究发现, 这些网络往往具有动态结构特征. 例如, 在社会网络中, 人们之间的相互接触和联系总是不断地变化着, 随着人口的流动, 人们之间不断地建立新联系、失去旧联系<sup>[15,16]</sup>. Brockmann 等<sup>[15]</sup> 在 Nature 上发表对人们的流动行为的实证研究论文, 通过对美国 464, 670 个银行支票的消费纪录的跟踪调查研究发现, 人类旅游的距离分布满足幂律分布, 表明人类的流动行为与动物迁移的“Lévy flights”行为<sup>[17,18]</sup> 类似. 人类的流动行为具有这样的特征, 多数时间人们只做短距离的移动, 往往发生在家里和工作场所之间, 有时间也做些长距离的移动, 如外出旅游、出差以及回老家过节等<sup>[16]</sup>. 随后, Buscarino 等<sup>[19]</sup> 对考虑人类流动行为特征的病毒传播进行了研究, 发现很小数量的人类长距离的移动, 会破坏网络的局部联系, 并使病毒传播速度迅速地加快, 这种行为与静态的 WS 网络的小世界特征极为相似, 很小数量的长距离的连接, 会改变网络局部特性, 并使其平均路径长度快速地下降. 基于这些考虑, Tang 等<sup>[20]</sup> 引入了动态复杂网络的时间路径距离和时间小世界的概念. 最近, Yang 等<sup>[21]</sup> 对动态复杂网络的传输动力学特

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11074067) 资助的课题.

† E-mail: dymhubu@sina.com

征进行了研究, 并提出了一个物理模型进行了解释.

近年来, 人们对动态复杂网络进行了大量的实证与理论研究 [15-27], 在动态复杂网络中, 节点不再是固定的, 随着节点的移动, 有些边会产生, 有些边会消失, 边也不再是固定的. 因此, 动态复杂网络可能呈现出与静态复杂网络不同的特征. 近年研究发现, 动态复杂网络主要显示以下两个方面的特征: 一是某些动态复杂网络具有时间小世界特征, 即具有小的时间路径距离和大的时间聚类系数. Tang 等 [19,20] 引入了一个随机行走网络模型对这一行为进行了解释. 二是人类或动物的移动距离分布服从幂律分布 [15-18]. 本文在考虑人类流动行为的基础上, 引入一个随机行走网络模型对动态复杂网络进行研究. 通过数值模拟研究该动态复杂网络的度分布、平均路径长度、聚类系数和位移分布.

## 2 模型

考虑人类流动行为特征, 并受 Manna 对空间网络 [28] 和 Buscarino 和 Jiang 对随机行走网络 [19,29] 研究的启发, 提出了以下的随机行走网络模型: 设有  $N$  个节点在一个边长为  $D$  的正方形二维平面区间内动态移动; 对于节点数量一定的系统, 边长固定则节点的密度  $\rho = N/D^2$  固定; 在某个时刻  $t$ , 节点  $i$  的位置和速度可表示为  $r_i(t)$  和  $v_i(t) \equiv (v_i \cos \theta_i(t), v_i \sin \theta_i(t))$ ,  $i = 1, \dots, N$ ; 在时刻  $t = 0$ ,  $N$  个节点随机分布在  $D$  平面内, 在每个时间步, 每个节点随机地改变移动的方向. 节点  $i$  的移动角度和位移为

$$\begin{aligned} \theta_i(t) &= \psi_i, \\ \mathbf{r}_i(t+1) &= \mathbf{r}_i(t) + \Delta \mathbf{r}_i(t) = \mathbf{r}_i(t) + \mathbf{v}_i(t), \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $\psi_i$  是每个时间步在区间  $[-\pi, \pi]$  随机选取的  $N$  个独立的随机变量,  $\Delta \mathbf{r}_i$  是节点  $i$  在每个时间步的位移. 节点  $i$  移动距离  $\Delta r_i$  的概率满足

$$\prod(\Delta \mathbf{r}_i, \alpha) = \frac{\Delta r_i^{-\alpha}}{\sum_j \Delta r_j^{-\alpha}}, \quad (2)$$

其中  $\Delta \mathbf{r}_i$  表示位移矢量  $\Delta \mathbf{r}_i$  的大小,  $\alpha$  是一个指数参量. 对于该动态网络, 假设各个节点都有一个相同的通信半径  $a$ , 当两个节点之间的距离小于该通

信半径  $a$  时, 则认为它们之间建立了联系, 即这两个节点之间有边相连. 由于节点是不停地移动的, 这种边的连接也是随时变化的. 一个典型的动态复杂网络就是无线移动网络, 当两无线移动终端的距离小于某个有效距离时, 它们才能建立联系. 该随机行走网络模型的演化过程可概括为: 在  $t = 0$  时刻,  $N$  个节点在平面  $D$  中随机分布, 在每个时间步, 节点  $i$  随机地选择移动方向并以概率  $\prod(\Delta \mathbf{r}_i, \alpha)$  移动距离  $\Delta r_i$ , 以此类推网络随着时间发生演化.

网络的演化过程可用图 1 简要地说明. 在  $t$  时间步, 节点 1 和节点 2 由于之间的距离小于通信半径  $a$  而建立了联系. 而节点 3 和节点 4 由于之间的距离大于通信半径  $a$  而处于分离状态 ( $t$  时间步的节点以红色标记). 在  $t + 1$  时间步, 每个节点位置发生改变, 节点 1 和节点 2 由于之间的距离大于通信半径  $a$  而失去联系, 节点 2 和节点 4 由于之间的距离小于通信半径  $a$  而建立了联系 ( $t + 1$  时间步的节点以蓝色标记). 这两个时间步的网络拓扑结构可用图 1(b) 表示.

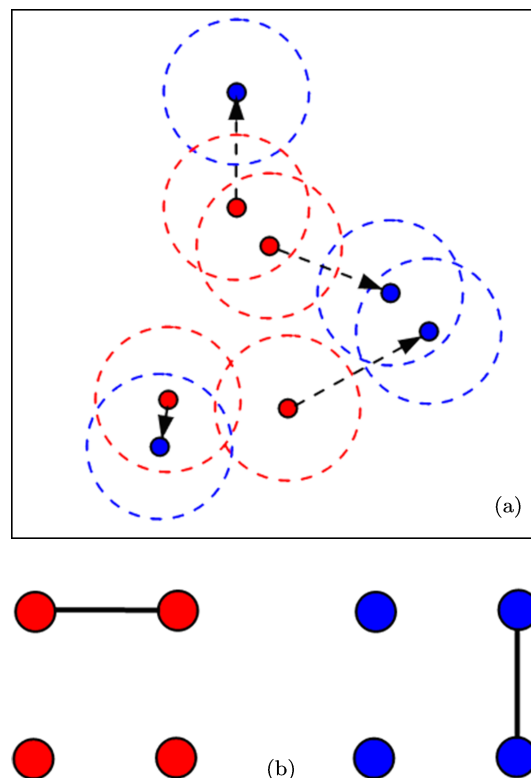


图 1 (a) 网络模型演化图, 圆的半径表示通信半径  $a$ , 带箭头的直线表示节点的位移,  $t$  时间步、 $t + 1$  时间步节点分别用红色和蓝色表示; (b)  $t$  时间步和  $t + 1$  时间步网络拓扑结构图

### 3 数值模拟

#### 3.1 度分布

首先用蒙特卡罗方法模拟该网络的度分布情况. 图 2 是该网络模型的度分布的数值模拟图. 在这里取网络的节点数  $N = 1400$ , 节点分布的正方形区域的边长为  $D = 10$ .

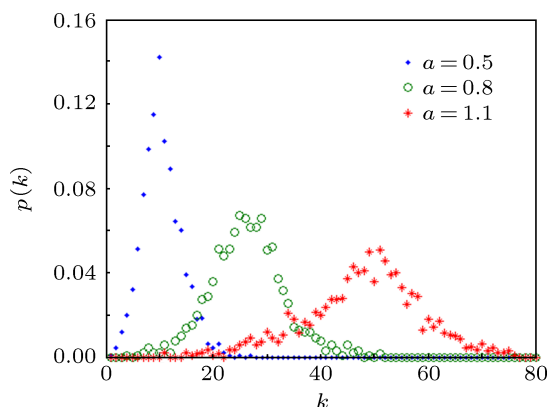


图 2 网络模型度分布模拟图 节点数为  $N = 1400$ , 节点分布的正方形区域的边长为  $D = 10$ ; 当通信半径为  $a = 0.5, 0.8$  和  $1.1$  时的度分布分别用点、圆和星表示

从图 2 可以看出该网络的度分布近似满足泊松分布

$$P(k) = \frac{e^{-\langle k \rangle} \langle k \rangle^k}{k!}, \quad (3)$$

这里,  $k$  表示节点的度,  $P(k)$  表示一个随机选定的节点的度恰好为  $k$  的概率,  $\langle k \rangle$  表示网络的平均度. 由于该网络模型初始时刻节点是随机分布的, 而在每个时间步, 每个节点又是随机地选择方向, 所以度分布呈现出与 ER 随机网络相类似的度分布特征.

从图 2 还可以看出: 当网络的通信半径  $a$  增大时, 网络的平均度  $k$  随之增大, 而  $P(k)$  的峰值却随之减小. 这是因为, 随着网络的通信半径增大, 更多的节点间的距离小于通信半径, 从而节点间的边增加, 网络的平均度增大.

#### 3.2 聚类系数

聚类系数是描述复杂网络的一个重要的物理量. 网络中某个节点  $i$  的聚类系数  $c_i$  定义为该节点的  $k_i$  个邻居节点中有  $e$  条边相连的数目与这  $k_i$  个

邻居节点之间最多可能的边数  $k_i(k_i - 1)/2$  的比值, 即

$$c_i = \frac{2e_i}{k_i(k_i - 1)}. \quad (4)$$

网络的聚类系数  $C$  则是该网络所有节点的聚类系数的平均值

$$C = \langle c \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i \in N} c_i, \quad (5)$$

图 3(a) 显示了当网络节点数取  $N = 1000$  时, 在不同分布空间 ( $D = 5, 7, 10$ ) 下, 网络的聚类系数  $C$  随着通信半径  $a$  的变化规律.

从图 3(a) 中可以看出, 在节点分布区间不同时, 网络的聚类系数都随着通信半径的增大而增大, 并且当通信半径  $a$  增大到某一值时 (如当  $D = 5$  时,  $a = 0.2$ ), 网络的聚类系数  $C$  将趋近于某一较大的值 (如  $C = 0.6$ ).

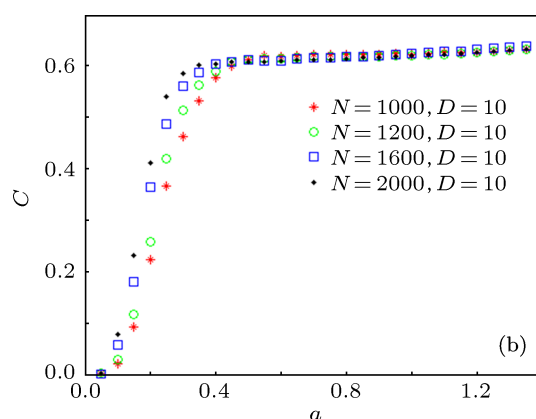
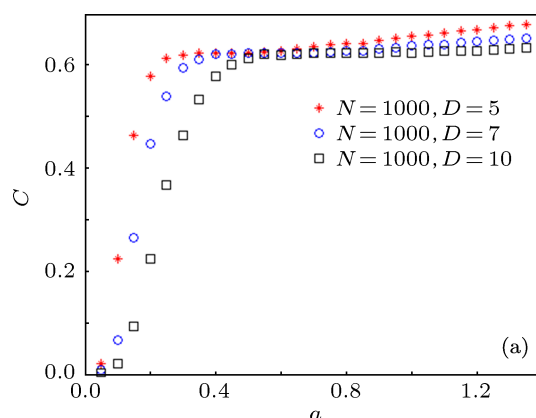


图 3 聚类系数  $C$  随通信半径  $a$  变化 (a) 网络节点数为  $N = 1000$ , 节点分布区间分别为  $D = 5$  (星),  $D = 7$  (圆), 和  $D = 10$  (矩形); (b) 节点分布区间为  $D = 10$ , 网络节点数为分别  $N = 1000$  (星),  $N = 1200$  (圆),  $N = 1600$  (矩形), 和  $N = 2000$  (点)

当网络节点数  $N$  取不同数值时, 网络的聚类系数随着通信半径  $a$  的变化规律如图 3(b) 所示. 图中, 节点的分布区间  $D = 10$ . 从图可以看出, 当通信半径达到某一数值时, 不论节点数  $N$  取多少, 网络的聚类系数均趋近某一较大的值 (如  $C = 0.6$ ). 从图 3(a) 和 (b) 可以看出, 网络的聚类系数随着通信半径的增大而增大, 当网络的通信半径达到某一数值时, 网络的聚类系数取较大的值, 网络显示出高聚类的特征.

### 3.3 平均路径长度

网络的平均路径长度是反映复杂网络的小世界性质的重要物理量, 一个复杂网络的平均路径长度  $L$  定义为网络中任意两个节点的距离的平均值, 即

$$L = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j \in N, i \neq j} d_{ij}, \quad (6)$$

其中,  $N$  为网络节点数,  $d_{ij}$  为节点  $i$  与节点  $j$  之间的距离.

图 4(a) 显示了当网络节点数取  $N = 1000$  时, 在不同分布空间 ( $D = 5, 7, 10$ ) 下, 网络的平均路径长度  $L$  随着通信半径  $a$  的变化规律. 从图 4(a) 中可以看出, 在节点分布区间不同时, 网络的平均路径长度  $L$  都随着通信半径  $a$  的增大而减小, 并且当通信半径  $a$  增大到某一值时 (如当  $D = 5$  时,  $a = 0.8$ ), 网络的平均路径长度  $L$  将趋近于某一较小的值 (如  $L = 4.0$ ).

当网络节点数  $N$  取不同数值时, 网络的平均路径长度  $L$  随着通信半径  $a$  的变化规律如图 4(b) 所示. 图中, 节点的分布区间  $D = 10$ . 从图中可看出, 当通信半径达到某一数值时, 不论节点数  $N$  取多少, 网络的平均路径长度  $L$  均趋近某一较小的值 (如  $L = 4$ ). 从图 4(a) 和 (b) 可以看出, 网络的平均路径长度随着通信半径的增大而减小, 当网络的通信半径达到某一数值时, 网络的平均路径长度取较小的值, 网络显示出小世界的特征.

模拟研究表明, 该动态网络模型在网络的通信半径达到某一较小的数值时, 同时具有大的聚类系数和小的平均路径长度, 显示出与静态的 WS 小世界网络相类似的小世界特征, 这一结论与大量的实证研究的结果“现实世界中的大多数静态的或动态

的复杂网络具有小世界特征”相一致.

### 3.4 位移分布

人们在研究人类的流动以及动物的迁移行为时, 发现其移动的距离满足幂律分布. Brockmann 在 Nature 上的发表了对人们旅游中所携带的银行支票的消费记录的实证研究报告. 在对美国 20540 个银行支票的消费记录的跟踪调查中, 测量了在 1—4 d 的时间间隔内, 人们移动  $\Delta r$  距离的概率  $P(\Delta r)$  变化规律 (见文献 [15] 中的图 2(c)), 实证研究表明: 当移动距离  $\Delta r < 10$  km 时, 人们发生移动的位移为  $\Delta r$  的概率  $P(\Delta r)$  随着  $\Delta r$  的增加而增大并呈线性关系. 当  $10$  km  $< \Delta r < 3200$  km 时,  $P(\Delta r)$  随  $\Delta r$  的变化满足呈现幂律分布, 即

$$P(\Delta r) \sim \Delta r^{-(1+\beta)}, \quad (7)$$

其中,  $\beta = 0.59 \pm 0.02$ .

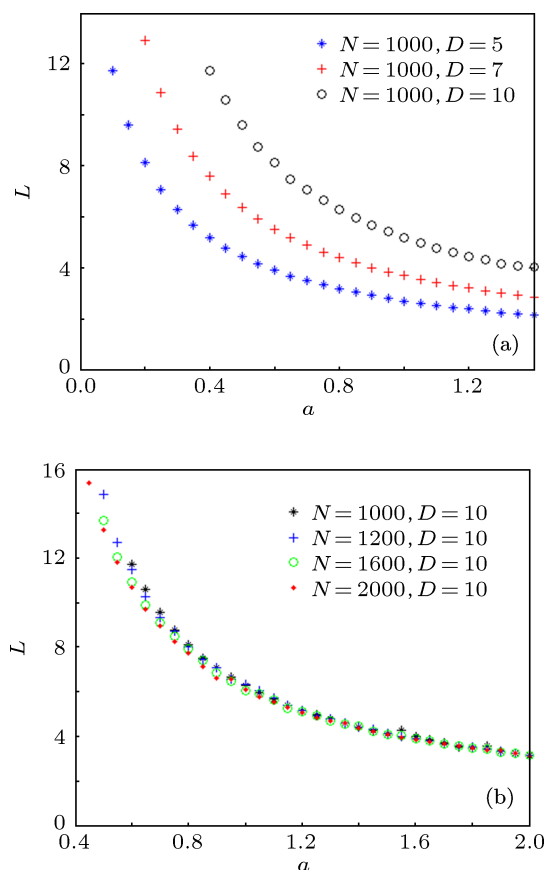


图 4 平均路径长度  $L$  随网络半径  $a$  变化 (a) 网络节点数为  $N = 1000$ . 节点分布区间分别为  $D = 5$  (星号),  $D = 7$  (加号), 和  $D = 10$  (圆); (b) 节点分布区间为  $D = 10$ . 网络节点数分别为  $N = 1000$  (星号),  $N = 1200$  (加号),  $N = 1600$  (圆), 和  $N = 2000$  (点)

下面对动态复杂网络的位移分布进行模拟研究. 图 5 为根据本网络模型进行计算机模拟得到的网络节点在某一时间  $\delta t$  时, 节点发生移动的位移分布. 其中网络节点数  $N = 5000$ , 节点分布的平面为边长为  $D = 1200$  的正方形, 模拟时, 指数参数取  $\alpha = 3$ , 时间间隔取  $\delta t = 1$ .

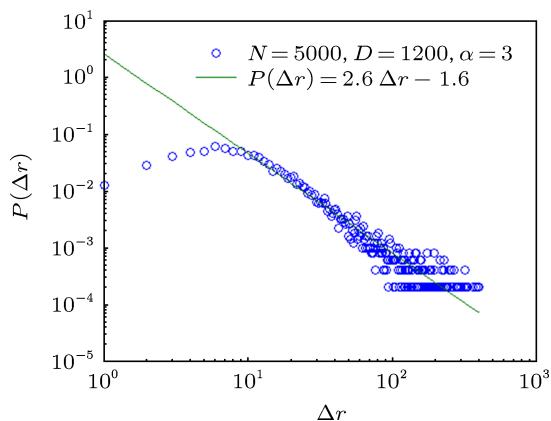


图 5 动态复杂网络位移分布 网络节点数  $N = 5000$ , 节点分布的平面边长  $D = 1200$ , 指数参数取  $\alpha = 3$ , 时间间隔取  $\delta t = 1$ , 模拟数据用圆表示, 拟合直线用线表示

由图 5 可以看出, 当移动距离较小时 ( $\Delta r < 6$ ), 节点发生移动的位移为  $\Delta r$  的概率  $P(\Delta r)$  随着  $\Delta r$  的增加而增大且呈线性关系. 这一结论与实证研究结果相符合, 而当位移较大时 ( $6 < \Delta r < 300$ ),

$P(\Delta r)$  随  $\Delta r$  的变化满足幂律分布, 即

$$P(\Delta r) = b\Delta r^{-(1+\beta)}, \quad (8)$$

其中  $b = 2.6 \pm 0.2$ ,  $\beta = 0.60 \pm 0.02$ .

比较 (8) 式和 (7) 式可以看出, 在位移较大时, 模拟结果与实证研究结果也相符合得很好. 由此可见, 该网络模型的模拟结果与对人类流动行为的实证研究的结果是相符合的.

## 4 结论

本文从复杂网络的角度出发, 对具有移动节点的动态复杂网络进行模拟研究. 在分析近年来人们在动态复杂网络研究的基础上, 总结了动态复杂网络的特征, 提出了考虑人类流动行为特征的随机行走网络模型, 并对该网络从度分布、聚类系数、最短路径距离以及位移分布等方面进行了模拟分析. 模拟结果表明: 该动态复杂网络度分布服从泊松分布, 呈现随机网络特征; 当通信半径  $a$  大于某一较小数值时, 具有高的聚类系数和短的平均路径长度, 呈现出与静态的 WS 小世界网络相类似的特征; 而位移分布则满足幂律分布, 这些结论与近年来人们对人类流动行为的实证研究结果相符合.

- [1] Watts D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 440
- [2] Barabási A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [3] Barabási A L, Albert R, Joeng H 1999 *Physica A* **272** 173
- [4] Strogatz S H 2001 *Nature* **410** 268
- [5] Albert R, Barabasi A L 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 47
- [6] Newman M E J 2003 *SIAM Rev.* **45** 167
- [7] Boccaletti S, Latora V, Moreno Y, Chavez M, Hwang D U 2006 *Physics Reports* **424** 175
- [8] Milo R, Shen-Orr S, Itzkovitz S, Kashan N, Chklovskii D, Alon U 2002 *Science* **298** 824
- [9] Milo R, Itzkovitz S, Kashtan N, Levitt R, Shen-Orr S, Ayzenshtat I, Sheffer M, Alon U 2004 *Science* **303** 1538
- [10] Song C, Havlim S, Makse H A 2005 *Nature* **433** 392
- [11] György S, Gábor F 2007 *Physics Reports* **446** 97
- [12] Szolnoki A, Perc M, Danku Z 2008 *EPL* **84** 50007
- [13] Szolnoki A, Perc M 2009 *EPL* **86** 30007
- [14] Fortunato S 2010 *Physics Reports* **486** 75
- [15] Brockmann D, Hufnagel L, Geisel T 2006 *Nature* **439** 462
- [16] Gonzalez M C, Hidalgo C A, Barabási A L 2008 *Nature* **453** 779
- [17] Klafter J, Shlesinger M F, Zumofen G 1996 *Phys. Today* **49** 33
- [18] Viswanathan G M, Afanasyev V, Buldyrev S V, Murphy E J, Prince P A, Stanley H E 1996 *Nature* **381** 413
- [19] Buscarino A, Fortuna L, Frasca M, Latora V 2008 *EPL* **82** 38002
- [20] Tang J, Scellato S, Musolesi M, Mascolo C, Latora V 2010 *Phys. Rev. E* **81** 055101
- [21] Yang H X, Wang W X, Xie Y B, Lai Y C, Wang B H 2011 *Phys. Rev. E* **83** 016102
- [22] Valencia M, Martinerie J, Dupont S, Chavez M 2008 *Phys. Rev. E* **77** 050905
- [23] Fallani F, de Vico Latora V, Astolfi L, Cincotti F, Mattia D, Marciani M G, Salinari S, Colosimo A, Babiloni F 2008 *J. Phys. A: Math. Theor.* **41** 224014
- [24] Stehlé J, Barrat A, Bianconi G 2010 *Phys. Rev. E* **81** 035101
- [25] Reichenbach T, Mobilia M, Frey E 2007 *Nature* **448** 1046
- [26] Edwards A M, Phillips R A, Watkins N W, Freeman M P, Murphy E J, Afanasyev V, Buldyrev S V, Luz M G E, Raposo E P, Stanley H E, Viswanathan G M 2007 *Nature* **449** 1044
- [27] Sims D W, Southall E J, Humphries N E, Hays G C, Bradshaw C J A, Pitchford J W, James A, Ahmed M Z, Brierley A S, Hindell M A, Morritt D, Musyl M K, Righton D, Shepard E L C, Wearmouth V J, Wilson R P, Witt M J, Metcalfe J D 2008 *Nature* **451** 1098
- [28] Manna S S, Sen P 2002 *Phys. Rev. E* **66** 066114
- [29] Jiang Z H, Wang H, Gao C 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 058903 (in Chinese) [姜志宏, 王晖, 高超 2011 物理学报 **60** 058903]

# The network model of mobile agents with the human mobility\*

Ding Yi-Min<sup>†</sup> Yang Chang-Ping

(Faculty of Physics and Electronic Engineering, Hubei University, Wuhan 430062, China)

(Received 2 May 2012; revised manuscript received 13 June 2012)

## Abstract

Based on the research of the human mobility patterns, a random-walker network model is used to explain the empirical results on the networks of mobile agents, and shows a possible evolution mechanism of these networks. The simulation results show that the degree distribution of this network takes Poisson distribution, and it exhibits the small-world behavior. Moreover, we present a numerical investigation on the displacements of the mobile agents, and find that the distribution of displacements takes power-law. Our numerical results are in good agreement with the empirical results on the human travel from the trajectories of human bank notes.

**Keywords:** complex networks, random-walkers, mobile network, small-world

**PACS:** 89.75.-Hc, 89.75.-k, 05.40.Fb, 02.50.-r

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11074067).

<sup>†</sup> E-mail: dymhubu@sina.com