

## 利用热平衡态超导电荷量子比特实现量子隐形传态\*

乔盼盼<sup>1)</sup> 艾合买提·阿不力孜<sup>1)†</sup> 蔡江涛<sup>2)</sup> 路俊哲<sup>1)</sup>  
 麦麦提依明·吐孙<sup>1)</sup> 日比古·买买提明<sup>1)</sup>

1) (新疆师范大学物理与电子工程学院, 乌鲁木齐 830054)

2) (中国科学院半导体研究所, 半导体超晶格国家重点实验室, 北京 100083)

(2012年6月8日收到; 2012年7月16日收到修改稿)

本文利用处于热平衡态的两个相同超导电荷量子比特纠缠态作为量子隐形传态的信道, 给出标准量子隐形传态协议下传递单量子比特态和两量子比特态的纠缠以及非标准协议下传递单量子比特态时平均保真度的解析表达式, 研究其随温度、约瑟夫森能等系统参数的变化情况. 计算结果表明, 在标准量子隐形传态协议下传递两量子比特之间的纠缠以及非标准量子隐形传态协议下传递单量子比特态时可以实现接近理想的量子隐形传态.

**关键词:** 超导电荷量子比特, 量子隐形传态, 平均保真度

**PACS:** 03.65Ud, 03.67.-a, 74.50.+r

## 1 引言

作为量子纠缠特性的典型应用, 量子隐形传态理论方案自 1993 年由 Bennett 等<sup>[1]</sup> 提出以后, 就引起了广大理论物理学家和实验物理学家的兴趣. 量子隐形传态可以利用两个分隔两地的纠缠粒子和局域操作将未知量子态以优于任何经典协议的保真度传递给接收者, 此方案先后在光子比特<sup>[2-4]</sup> 和原子比特<sup>[5,6]</sup> 中实现.

超导电荷量子比特是利用超导约瑟夫森结系统的量子特性制成的人造量子体系, 其最大的优点是具有良好的可集成性和广泛的可设计性<sup>[7]</sup>. 近年来, 超导量子电路在量子信息科学中应用的报道有很多<sup>[8-11]</sup>. 对各种超导电荷量子比特系统纠缠特性的研究更是不胜枚举<sup>[12-17]</sup>. 比如文献<sup>[12]</sup> 研究了一个约瑟夫森结耦合两个超导电荷量子比特系统的纠缠特性; 文献<sup>[14]</sup> 研究了两个电荷量子比特耦合纳米机械振荡器系统的量子纠缠的产生和

演化; 文献<sup>[15]</sup> 研究了两个超导电荷量子比特与固定电容器耦合系统的量子纠缠特性, 结果显示, 在 20 mK 的低温情况时两个完全相同的电荷量子比特纠缠度的最大值可以达到 0.9, 而两个不同的电荷量子比特纠缠度只能达到 0.1, 这说明相同的两个电荷量子比特具有更加丰富的纠缠资源. 还有文献<sup>[16,17]</sup> 研究了超导电荷量子比特与耗散腔耦合时纠缠的演化. 同时利用超导电路实现信息的传输和量子隐形传态的方案也相继被提出<sup>[18-21]</sup>. 例如文献<sup>[18]</sup> 研究了利用相位量子比特实现量子态传输的方案; 文献<sup>[20]</sup> 报道了利用超导电路实现标准量子隐形传态的方案.

本文利用具有丰富纠缠资源的两个相同超导电荷量子比特纠缠态作为量子隐形传态信道, 研究标准和非标准量子隐形传态协议下, 平均保真度的解析表达式及其受温度和约瑟夫森能等系统参数的影响. 计算结果表明, 适当调整温度等系统参数, 在标准量子隐形传态协议下传递两比特量子纠缠态以及非标准量子隐形传态协议下传递单比特量

\* 教育部科学技术研究重点项目 (批准号: 212193)、新疆师范大学研究生科技创新基金 (批准号: 20121213)、新疆维吾尔自治区理论物理重点学科研究生科技创新项目 (批准号: LLWLY201103) 和新疆维吾尔自治区自然科学基金 (批准号: 2012211A052) 资助的课题.

† E-mail: aahmad@126.com

子态时, 隐形传态的平均保真度可以接近最大值 1. 这说明在不同量子隐形传态协议下, 选取与实验条件相符的系统参数, 利用热平衡态的两个相同超导电荷量子比特纠缠态作为量子信道可以实现接近理想的量子隐形传态.

## 2 与固定电容耦合的两个相同电荷量子比特系统模型

超导电荷量子比特一般由超导库伯对盒 (Cooper-pair box)、约瑟夫森结和超导电极三部分组成. 为了使两个电荷量子比特之间产生相互作用, 最简单的方法就是用电容直接将两个电荷量子比特连接起来. 由于易于实现两个电荷量子比特间的强耦合, 此系统已经在实验和理论上得到普遍关注 [15,22,23], 其中 Qin 等对此系统的纠缠特性做了较为全面的研究. 这时系统具有  $\sigma_z^i \otimes \sigma_z^j$  形式的哈密顿量 [15]:

$$\begin{aligned}
 H = & -\frac{1}{2} \left\{ \left[ 4E_{C1} \left( \frac{1}{2} - n_{g1} \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. + 2E_m \left( \frac{1}{2} - n_{g2} \right) \right] \sigma_{z1} \right. \\
 & \left. + \left[ 4E_{C2} \left( \frac{1}{2} - n_{g2} \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. + 2E_m \left( \frac{1}{2} - n_{g1} \right) \right] \sigma_{z2} \right. \\
 & \left. + E_{J1} \sigma_{x1} + E_{J2} \sigma_{x2} - 2E_m \sigma_{zz} \right\}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中  $E_{Cj}$  和  $E_{Jj}$  分别是第  $j$  个量子比特的约瑟夫森充电能和约瑟夫森能,  $E_m$  是两个量子比特间的耦合能;  $\sigma_{x1} = \sigma_x \otimes I$ ,  $\sigma_{x2} = I \otimes \sigma_x$ ,  $\sigma_{z1} = \sigma_z \otimes I$ ,  $\sigma_{z2} = I \otimes \sigma_z$ ,  $\sigma_{zz} = \sigma_z \otimes \sigma_z$ , 其中  $\sigma_x, \sigma_z$  是泡利矩阵,  $I$  是单位矩阵;  $n_{gj} = C_{gj} V_{gj} / 2e$ ,  $C_{gj}, V_{gj}$  分别是第  $j$  个量子比特的门电容和门电压. 我们除了选取电荷量子比特对外界噪声不敏感的能级简并点  $n_{g1} = n_{g2} = 1/2$  外, 还选取相同的两个电荷量子比特作为研究对象, 这是因为相同的两个电荷量子比特比不同的两个电荷量子比特具有更加丰富的纠缠资源 [15]. 此时有  $E_{C1} = E_{C2} = E_C$ ,  $E_{J1} = E_{J2} = E_J$ , 则系统哈密顿量为

$$H = -\frac{1}{2} (E_J \sigma_{x1} + E_J \sigma_{x2} - 2E_m \sigma_{zz}). \quad (2)$$

以上哈密顿量的本征值为  $E_{1,2} = \pm E_m$ ,  $E_{2,3} = \pm \sqrt{\mu}$ ,  $\mu = E_m^2 + E_J^2$ , 对应的本征矢分别为

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|11\rangle - |00\rangle),$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle - |10\rangle),$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{N_-} [(|11\rangle + |00\rangle) + \frac{E_m - \sqrt{\mu}}{E_J} (|01\rangle + |10\rangle)],$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{N_+} [(|11\rangle + |00\rangle) + \frac{E_m + \sqrt{\mu}}{E_J} (|01\rangle + |10\rangle)].$$

其中  $N_{\pm}$  是归一化常数.

当系统处在热平衡态时, 密度矩阵为  $\rho(T) = e^{-\beta H} / Z$ , 其中  $\beta = 1/kT$ ,  $k$  为波尔兹曼常数,  $T$  为温度,  $H$  为系统的哈密顿量,  $Z = \text{Tr}[e^{-\beta H}]$  是系统的配分函数. 对于我们所选取的系统, 有

$$\rho(T) = \frac{1}{4\zeta_+} \begin{pmatrix} \zeta_+ - \eta_- & \tau & \tau & \zeta_- - \eta_- \\ \tau & \zeta_+ + \eta_+ & \zeta_- + \eta_- & \tau \\ \tau & \zeta_- + \eta_- & \zeta_+ + \eta_+ & \tau \\ \zeta_- - \eta_- & \tau & \tau & \zeta_+ - \eta_+ \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中

$$\zeta_{\pm} = \pm \cosh \frac{E_m}{kT} + \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT},$$

$$\tau = \frac{E_m \sinh \frac{\sqrt{\mu}}{kT}}{\sqrt{\mu}}, \quad \eta_{\pm} = \pm \sinh \frac{E_m}{kT} + \tau.$$

## 3 传递单比特量子态时的平均保真度

### 3.1 标准量子隐形传态协议下传递单比特量子态的平均保真度

我们在标准量子隐形传态协议下, 使用以上两个超导电荷量子比特的热平衡态作为信道传递任意单粒子纯态. 被传输的任意未知单粒子纯态在布洛赫球上可表示为:  $|\varphi\rangle_{\text{in}} = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\varphi} \sin(\theta/2)|1\rangle$ , 其中极化角  $0 \leq \theta \leq \pi$ , 方位角  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ . 经过量子信道后的输出态可表示为 [24]

$$\rho_{\text{out}} = \sum_{i=0}^3 \text{Tr}[E_i \rho(T)] \sigma^i |\phi\rangle_{\text{in}} \langle \phi| \sigma^i, \quad (4)$$

其中  $E_0 = |\Psi^-\rangle\langle\Psi^-|$ ,  $E_1 = |\Phi^-\rangle\langle\Phi^-|$ ,  $E_2 = |\Phi^+\rangle\langle\Phi^+|$ ,  $E_3 = |\Psi^+\rangle\langle\Psi^+|$ , 而  $|\Psi^{\pm}\rangle$ ,  $|\Phi^{\pm}\rangle$  为 Bell

态:  $|\Psi^\pm\rangle = 1/\sqrt{2}(|01\rangle \pm |10\rangle)$ ,  $|\Phi^\pm\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle \pm |11\rangle)$ . 计算可得输出态为

$$\rho_{\text{out}} = \begin{pmatrix} \frac{\Gamma_+}{4\zeta_+\sqrt{\mu}} & \frac{\Omega_-}{\Delta} \\ \frac{\Omega_+}{\Delta} & \frac{\Gamma_-}{4\zeta_+\sqrt{\mu}} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中

$$\Gamma_\pm = \pm (3 \cos \theta \mp 1) E_m \sinh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} + \left( 2 \cosh \frac{E_m}{kT} \mp (\cos \theta \mp 3) \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} \pm 2 \cos \theta \sinh \frac{E_m}{kT} \right) \sqrt{\mu},$$

$$\Omega_+ = e^{-i\varphi} \sin \theta \left[ e^{\frac{E_m}{kT}} (e^{2i\varphi} - 1) E_m \sinh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} + \sqrt{\mu} \left( e^{2i\varphi} + e^{2\frac{E_m}{kT}} - e^{\frac{E_m}{kT}} (1 + 2e^{2i\varphi}) \times \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} \right) \right],$$

$$\Omega_- = e^{-i\varphi} \sin \theta \left[ -e^{\frac{E_m}{kT}} (e^{2i\varphi} - 2) E_m \sinh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} + \sqrt{\mu} \left( 1 + e^{2i\varphi+2\frac{E_m}{kT}} - e^{\frac{E_m}{kT}} (2 + e^{2i\varphi}) \times \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} \right) \right],$$

$$\Delta = 2 \left( 1 + e^{2\frac{E_m}{kT}} + 2e^{\frac{E_m}{kT}} \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} \right) \sqrt{\mu}.$$

保真度描述量子隐形传态中信息丢失或是保存的多少, 其定义为

$$F = {}_{\text{in}}\langle \psi | \rho_{\text{out}} | \psi \rangle_{\text{in}}, \quad (6)$$

$F$  的取值范围是  $[0, 1]$ , 其中  $F = 0$  表示被传送的量子态完全失真;  $F = 1$  表示输出态和输入态是完全一样的, 信息没有丢失. 通过计算, 我们可以得到此时的保真度为

$$F_1 = \left\{ 2(\cos 2\theta + \cos 2\varphi \sin^2 \theta) E_m \sinh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} - 2e^{-2i\varphi} (\cos 2\varphi + i\sqrt{\mu} \sin 2\varphi) \times \left[ \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} (\cos 2\varphi \sin^2 \theta - 1) - e^{\frac{E_m}{kT}} \times (e^{2\frac{E_m}{kT}} + \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi) \right]^{-1} \right\} / (4\zeta_+\sqrt{\mu}),$$

下标 1 表示传递单量子态的保真度. 由于量子隐形传态的输入态是完全未知的, 可以处于任意的可能

态, 所以计算包括所有可能被传输态的平均保真度更能准确地度量量子信息的传送质量<sup>[25,26]</sup>:

$$\bar{F} = \int F d\psi_{\text{in}} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi F \sin \theta d\theta. \quad (7)$$

根据 (7) 式可以得到标准隐形传态协议下传递单量子态时的平均保真度为

$$\bar{F} = \frac{4 \cosh \frac{E_m}{kT} + 3 \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} + 2 \sinh \frac{E_m}{kT} - \tau}{6\zeta_+}. \quad (8)$$

上式说明平均保真度与温度  $T$  和约瑟夫森能  $E_J$  有关. 不失一般性, 可以设两个电荷量子比特间的耦合能  $E_m$  为能量单位 1, 并取波尔兹曼常数  $k = 1$ . 此时可以认为  $E_m/k = 1$ , 单位是 mK. 为简单起见, 以下内容中我们将省略  $E_m$  和  $E_J$  的单位, 只写数值大小. 平均保真度随温度  $T$  和约瑟夫森能  $E_J$  变化的关系如图 1 所示.

从图 1 中可以看到, 此时的量子隐形传态没有显示出相对于经典情况的优越性, 平均保真度的值均小于  $2/3$  (经典情况下的最大保真度). 图 1(a) 表明: 当温度一定时, 平均保真度随着约瑟夫森能先减小后增加, 最终趋于稳定值. 虽然平均保真度不会超过  $2/3$ , 但是从图 1(b) 中我们发现, 随着温度的升高平均保真度逐渐变大. 在一般情况下, 纠缠度会因为热涨落的增大而减小. 因此可以得出结论: 在这种情况下, 平均保真度和纠缠度不成正比关系. 平均保真度随温度和约瑟夫森能的变化三维图如图 1(c) 所示.

### 3.2 非标准量子隐形传态协议下传递单比特量子态的平均保真度

非标准量子隐形传态协议下传递单比特量子态情况将会有所不同. 此时  $E'_0 = |\Pi^-\rangle\langle\Pi^-|$ ,  $E'_1 = |\Lambda^-\rangle\langle\Lambda^-|$ ,  $E'_2 = |\Lambda^+\rangle\langle\Lambda^+|$ ,  $E'_3 = |\Pi^+\rangle\langle\Pi^+|$ , 其中  $|\Pi^\pm\rangle = 1/\sqrt{2}(e^{i\gamma}|01\rangle \pm |10\rangle)$ ,  $|\Lambda^\pm\rangle = 1/\sqrt{2}(e^{i\gamma}|00\rangle \pm |11\rangle)$ ,  $\gamma$  是作为量子信道的两个电荷量子比特间的相位角. 根据 (4), (6), (7) 式, 可以得到此时的平均保真度为

$$\bar{F}'_1 = \frac{(1 - 3 \cos \gamma) \sinh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} E_m + \left( (7 + \cos \gamma) \cosh \frac{E_m}{kT} - (\cos \gamma - 7) \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} + (1 + 3 \cos \gamma) \sinh \frac{E_m}{T} \right) \sqrt{\mu}}{12\zeta_+\sqrt{\mu}}.$$

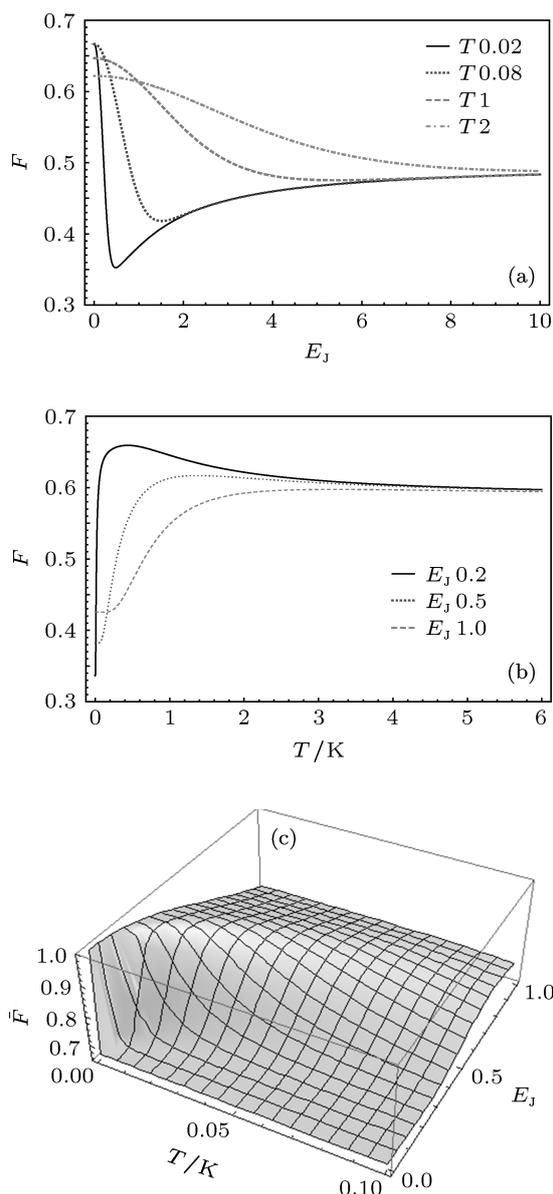


图1 标准量子隐形传态协议下两个相同电荷量子比特传递单比特量子态时的平均保真度 (a) 不同温度下平均保真度随约瑟夫森能的变化; (b) 不同约瑟夫森能下平均保真度随温度的变化; (c) 平均保真度随温度和约瑟夫森能变化的三维图

可以看出这种情况下的平均保真度除了受温度和约瑟夫森能的影响外还会受到相位角  $\gamma$  的控制. 从图 2 中我们可以看到当  $\gamma = \pi$  时平均保真度取得最大值, 因此在以下的计算中我们均取  $\gamma = \pi$ .

图 3 给出了非标准量子隐形传态协议下平均保真度随各个变量之间变化的关系. 图 3(a) 是当温度一定时, 平均保真度随约瑟夫森能的变化情况. 从图中我们可以看出, 平均保真度始终大于  $2/3$ , 说

明此时的量子隐形传态优于经典情况. 在温度一定的情况下, 平均保真度随着约瑟夫森能的增加迅速增至最大值然后缓慢的趋于稳定值. 图 3(b) 是当电荷量子比特的约瑟夫森能一定的情况下, 平均保真度随温度的变化情况. 结果显示随着约瑟夫森能的增加, 平均保真度的最大值逐渐减小. 从解析结果不难发现, 在  $T = 1$  mK,  $E_J = 0.2$  时, 平均保真度为 0.99. 众所周知, 超导电荷量子比特工作在充电区极限下, 要求其约瑟夫森能要远小于充电能 [11]. 另外, 实验上实现该方案所需要的温度也是比较低的 [27]. 我们的计算结果表明较小的约瑟夫森能以及较低的温度恰好给出了较高的平均保真度. 平均保真度随温度和约瑟夫森能变化的关系如图 3(c) 所示, 从图中我们可以非常容易地找出较高的平均保真度所对应的温度和约瑟夫森能的取值范围.

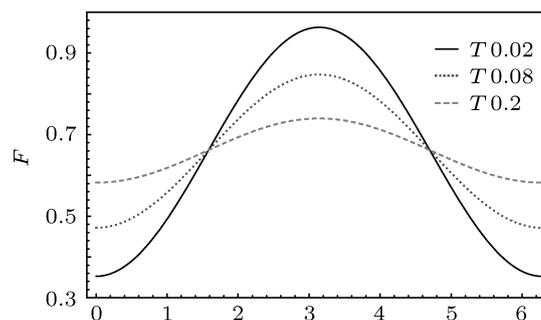


图2 当温度和约瑟夫森能给定时, 平均保真度随相位角的变化情况

#### 4 用标准量子隐形传态协议传递两个量子比特间纠缠的平均保真度

标准量子隐形传态协议下传递两量子比特间的纠缠, 实际就是两量子比特纠缠态的部分量子隐形传态 (partial teleportation of entanglement). 此时输入态是两量子比特的纠缠态  $|\Psi\rangle_{in} = \cos(\alpha/2)|01\rangle + e^{i\beta} \sin(\alpha/2)|10\rangle$ , 极角和相位角的取值范围分别为  $0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \beta \leq 2\pi$ . 通过纠缠转移的过程, 输出态可以表示为 [24,28]

$$\rho_{out} = \sum_{ij} p_{ij} (\sigma_i \otimes \sigma_j) \rho_{in} (\sigma_i \otimes \sigma_j), \quad (9)$$

其中  $p_{ij} = \text{Tr}[E^i \rho(T)] \text{Tr}[E^j \rho(T)]$ ,  $\sum_{ij} p_{ij} = 1$ ,  $\rho_{in} = |\Psi\rangle_{in} \langle \Psi|$  这里的  $E^i$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) 与标准

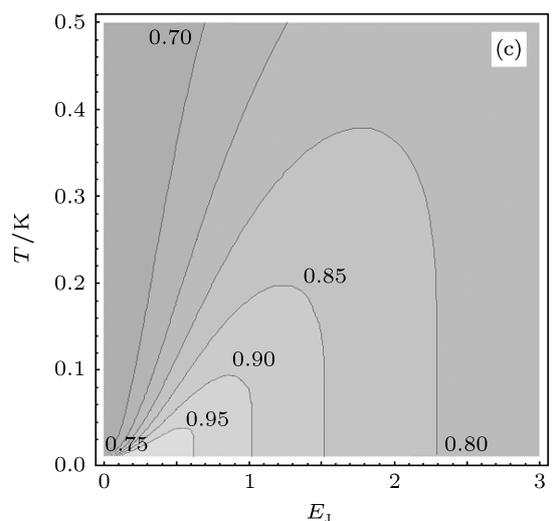
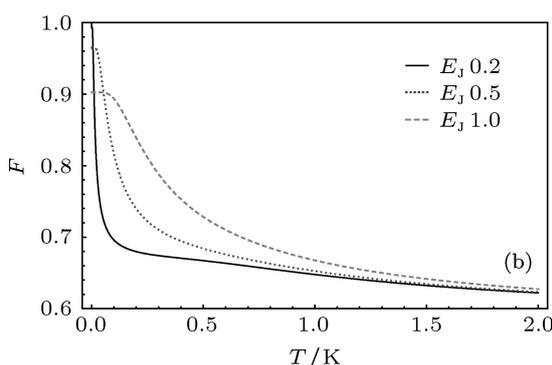
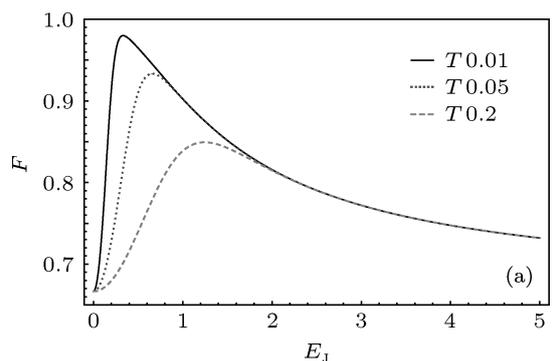


图3 非标准量子隐形传态协议下两个相同的电荷量子比特传递单比特量子态时的平均保真度 (a) 不同温度下平均保真度随约瑟夫森能的变化情况; (b) 不同约瑟夫森能下平均保真度随温度的变化情况; (c) 平均保真度随温度和约瑟夫森能变化图

量子隐形传态协议下传递单比特量子态时一致. 通过计算我们可以得到此时的平均保真度为  $\bar{F}_2 = \frac{E_J^2[A + B + E_m^2(A + C)]}{6\zeta_+^2\mu^{3/2}}$ . 下标 2 表示传递两

量子比特间的纠缠, 并且有

$$A = 2 \sinh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} E_m \left( \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} + \sinh \frac{E_m}{kT} \right),$$

$$B = \left( 2 \left( \cosh \frac{2E_m}{kT} + \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} \zeta_+ \right) \right),$$

$$C = \left( 2 \left( \cosh \frac{2E_m}{kT} + \cosh \frac{\sqrt{\mu}}{kT} \cosh \frac{E_m}{kT} \right) + \sinh \frac{2E_m}{kT} \right) \sqrt{\mu}.$$

图4 给出了在标准量子隐形传态协议下传递两比特间纠缠时, 平均保真度随温度和约瑟夫森能

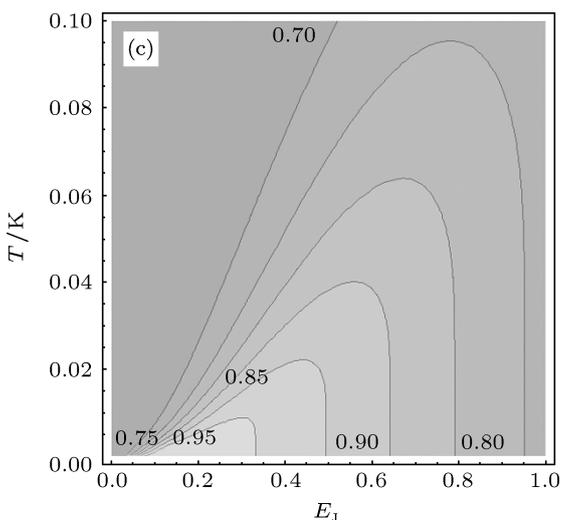
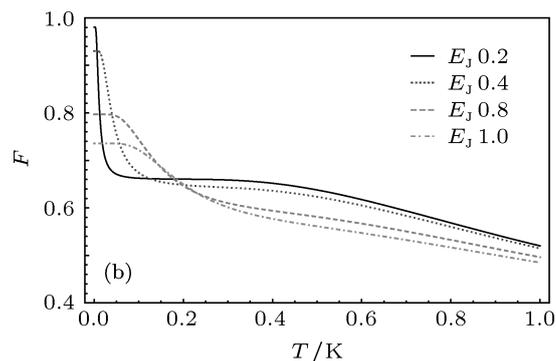
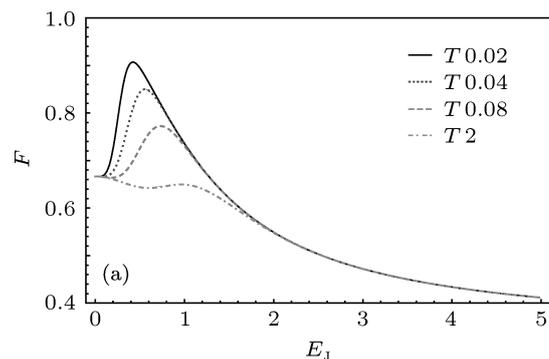


图4 标准量子隐形传态协议下两个相同的电荷量子比特传递两比特量子纠缠的平均保真度 (a) 不同温度下平均保真度随约瑟夫森能的变化情况; (b) 不同约瑟夫森能下平均保真度随温度的变化情况; (c) 平均保真度随温度和约瑟夫森能变化关系

的变化情况. 当温度一定时, 平均保真度随约瑟夫森能的变化情况如图 4(a) 所示. 从图中我们可以看出, 在温度一定的情况下, 平均保真度随着约瑟夫森能的增加先增加至最大值然后逐渐趋于稳定值; 当温度升高时, 平均保真度的最大值会减小. 这与两个电荷量子比特纠缠的变化情况类似<sup>[15]</sup>, 说明此时平均保真度与电荷量子比特间的纠缠度成正比. 当约瑟夫森能一定时, 平均保真度随温度的变化情况如图 4(b) 所示. 从图中我们可以看出当约瑟夫森能一定时, 平均保真度随着温度的增加迅速的减小, 然后缓慢的增加至有限值后又减小; 随着约瑟夫森能的增加, 平均保真度的最大值将会减小. 平均保真度随温度和约瑟夫森能变化的关系如图 4(c) 所示. 从图 4(c) 可以看出低温及较小的约瑟夫森能有助于提高平均保真度. 根据数值计算, 当  $T = 1 \text{ mK}$ ,  $E_J = 0.2$  时, 平均保真度为 0.98, 接近理想量子隐形传态的平均保真度 1. 同样, 这些参数值也恰好符合实验所需要的条件.

## 5 结论

本文利用处于热平衡态下的两个相同超导电荷量子比特纠缠态作为量子隐形传态信道, 给出平均保真度的解析表达式, 讨论了在不同量子隐形传态协议下传递单比特量子态和两比特量子态间的纠缠时, 各系统参数对平均保真度的影响. 结果表明, 在标准量子隐形传态传递单比特量子态的情况下, 平均保真度最大值为  $2/3$ , 没有表现出比经典协议更加优越的性质. 但是在此协议下传递两比特之间的纠缠时, 适当调整温度和约瑟夫森能, 平均保真度的最大值可以达到 0.98. 在非标准量子隐形传态协议下, 相位角对平均保真度起到了一定的制约作用. 选择适当的相位角 ( $\gamma = \pi$ ) 和其他系统参数, 平均保真度的最大值可以达到 0.99. 这说明利用热平衡状态下的两个相同且相互耦合的电荷量子比特作为隐形传态信道理论上可以实现接近理想的量子隐形传态. 而且, 此时的温度和约瑟夫森能恰好符合该方案的实验条件.

- [1] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [2] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eibl M, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575
- [3] Pan J W, Daniell M, Gasparoni S, Weihs G, Zeilinger A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4435
- [4] Ursin R, Jennewein T, Aspelmeyer M, Kaltenbaek R, Lindenthal M, Walther P, Zeilinger A 2004 *Nature* **430** 849
- [5] Riebe M, Häffner H, Roos C F, Hänsel W, Benhelm J, Lancaster G P T, Körber T W, Becher C, Schmidt K F, James D F V, Blatt R 2004 *Nature* **429** 734
- [6] Barrett M D, Chiaverini J, Schaetz T, Britton J, Itano W M, Jost J D, Knill E, Langer C, Leibfried D, Ozeri R, Wineland D J 2004 *Nature* **429** 737
- [7] Makhlin Y, Schon G, Shnirman A 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 357
- [8] Yu Y 2005 *Acta Phys. Sin.* **34** 578 (in Chinese) [于扬 2005 物理学报 **34** 578]
- [9] You J Q, Nori F 2005 *Phys. Today* **58** 42
- [10] Clacke J, Wilhelm F K 2008 *Nature* **453** 1031
- [11] You J Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **39** 810 (in Chinese) [游建强 2010 物理学报 **39** 810]
- [12] Liao Q H, Fang G Y, Wang J C, Ahmad M A, Liu S T 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 060307
- [13] Ge G Q, Qin C, Yin M, Huang Y H 2011 *Chin. Phys. B* **20** 080304
- [14] Zhang F Y, Shi Y 2011 *Commun. Theor. Phys.* **56** 385
- [15] Tian L J, Qin L G, Zhang H B 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 050308
- [16] Paternostro M, Falci G, Kim M, Palma G M 2004 *Phys. Rev. B* **69** 214502
- [17] Li J G, Zou J, Xu B M, Shao B 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 090301
- [18] Strauch F W, Williams C J 2008 *Phys. Rev. B* **78** 094516
- [19] Metwally N, El-Amin A A 2009 *Phys. E* **44** 718
- [20] Baur M, Fedorov A, Steffen L, Filipp S, Silva M P, Wallraff A 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 040502
- [21] Strauch F W, Williams C J 2008 *Phys. Rev. B* **78** 094516
- [22] Pashkin Y A, Yamamoto T, Astafiev O, Nakamura Y, Averin D V, Tsai J S 2003 *Nature* **421** 823
- [23] Storcz M J, Wilhelm F K 2003 *Phys. Rev. A* **67** 042319
- [24] Bowen G, Bose S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 267901
- [25] Pan C J, Fang J S, Peng X F, Liao X P, Fang M F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 090303 (in Chinese) [潘长宁, 方见树, 彭小芳, 廖湘萍, 方卯发 2011 物理学报 **60** 090303]
- [26] Zhang G F 2007 *Phys. Rev. A* **75** 034304
- [27] Pashkin Y A, Astafiev O, Yamamoto T, Nakamura Y, Tsai J S 2009 *Quantum. Inf. Process* **8** 55
- [28] Cai J T, Abliz A, Zhang G F, Bai Y K 2010 *Opt. Commun.* **283** 4414

# Quantum teleportation using superconducting charge qubits in thermal equilibrium\*

Qiao Pan-Pan<sup>1)</sup> Ahmad Abliz<sup>1)†</sup> Cai Jiang-Tao<sup>2)</sup> Lu Jun-Zhe<sup>1)</sup>  
Maimaitiyiming Tusun<sup>1)</sup> Ribigu Maimaitiming<sup>1)</sup>

1) (School of Physics and Electronic Engineering, Xinjiang Normal University, Urumchi 830054, China)

2) (State Key Laboratory of Superlattices and Microstructures, Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China)

(Received 8 June 2012; revised manuscript received 16 July 2012)

## Abstract

In this paper we mainly investigate the effects of the temperature and Josephson energy on teleportation of one qubit state in both the standard and the non-standard protocols as well as the partial teleportation of an entangled state under the standard protocol via two identical superconducting charge qubits in thermal equilibrium as the teleportation channel, and give the analytical expression of the average fidelity. Our results show that the teleportation of one qubit state in non-standard protocol and the partial teleportation of entanglement in standard protocol can be almost perfect, indicating that quantum teleportation, with using superconducting charge qubits in thermal equilibrium as a quantum channel, is feasible in theory.

**Keywords:** superconducting charge qubit, quantum teleportation, average fidelity

**PACS:** 03.65Ud, 03.67.-a, 74.50.+r

---

\* Project supported by the Foundation for Key Program of Ministry of Education, China (Grant No. 212193), the Science and Technology Innovation Foundation for Graduate Students of XJNU (Grant No. 20121213), the Innovative Foundation for Graduate Students granted by the Key Subjects of Theoretical Physics of Xinjiang, China (Grant No. LLWLL201103), and the Natural Science Fund of XUAR (Grant No. 2012211A052).

† E-mail: aahmad@126.com