

# 基于稀疏分解的大功率半导体激光器 $1/f$ 噪声参数估计的新方法\*

李扬 郭树旭<sup>†</sup>

(吉林大学电子科学与工程学院, 长春 130012)

(2011年5月6日收到; 2011年6月30日收到修改稿)

结合  $1/f$  噪声信号功率谱随频率成反比变化的关系, 以及稀疏分解可以根据信号灵活构造原子库的特点, 提出一种基于稀疏分解估计大功率半导体激光器  $1/f$  噪声的新方法, 构造了具备  $1/f$  噪声特点的过完备库. 在该过完备库中通过 Matching Pursuit 算法完成了白噪声与  $1/f$  噪声混叠信号的稀疏分解. 实验结果显示: 该方法估计出淹没在白噪声环境中  $1/f$  噪声的  $\gamma$  参数, 与频谱分析仪的测量结果有较好的一致性, 通过对比不同的过完备库证明了所构造的过完备库的优越性.

**关键词:**  $1/f$  噪声, 稀疏分解, 参数估计

**PACS:** 42.55.Px, 72.70.+m, 43.40.Le

## 1 引言

$1/f$  噪声是自然界普遍存在的一种非平稳随机过程, 作为一种有效的器件可靠性评价工具,  $1/f$  噪声参数估计在半导体器件的质量和可靠性评价中得到了广泛的应用<sup>[1-3]</sup>. 大功率半导体激光器的噪声中,  $1/f$  噪声常淹没在白噪声中, 由于白噪声强度和  $1/f$  噪声强度相当, 普通去噪方法无法实现信号分离, 因此  $1/f$  噪声的提取方法一直是研究热点. Wornell 等为  $1/f$  噪声的参数估计工作, 证明了其小波系数方差随尺度变化的特点, 提出了最大似然 (ML) 参数估计方法<sup>[4]</sup>, 在此之后, 文献<sup>[5]</sup>提出了在已知信噪比前提下的估计方法, 文献<sup>[6]</sup>提出由相邻尺度下的小波系数方差进行一系列运算进行参数估计. 本实验室也曾曾在小波提取  $1/f$  噪声方法中提出了一种基于小波最小二乘法的噪声参数估计方法<sup>[7]</sup>. 以上方法都是以小波分解为前提, 而本文采用了一种全新的数学方法, 即稀疏分解 (sparse decomposition). 稀疏分解是由 Mallat 和 Zhang 在 1993 年首先提出的, 他们指

出通过信号在过完备库 (over-complete dictionary) 上的分解<sup>[8]</sup>, 分解过程中用来表示信号的基可以自适应的根据信号本身的特点灵活选取, 从而将信号分解得到一个非常简洁的稀疏表示 (sparse representation). 稀疏分解已经在微弱信号检测方面得到了广泛应用<sup>[9]</sup>. 淹没在白噪声中的  $1/f$  噪声参数估计也属于微弱信号检测问题, 本文结合  $1/f$  噪声信号功率谱随频率成反比变化的鲜明特点, 利用稀疏分解成功估计了  $1/f$  噪声的  $\gamma$  参数, 与传统的小波方法完全不同.

## 2 大功率半导体激光器中的 $1/f$ 噪声模型

大功率半导体激光器中的低频噪声通常包括白噪声、 $1/f$  噪声和  $g-r$  噪声, 是由器件中的杂质和缺陷所引起, 如氧化层陷阱、晶格位错、界面态陷阱等<sup>[10,11]</sup>, 其中  $1/f$  噪声是粒子集体运动中的一个普遍涨落现象, 同时也是系统内部特性的一个反映, 因此成为了半导体器件可靠性分析中的重要

\* 国家自然科学基金 (批准号:60976065) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: guosx@jlu.edu.cn

工具.

根据 van der Ziel 和 Harder 等人对低频噪声的分析, 低频噪声主要分为扩散  $1/f$  噪声和复合  $1/f$  噪声两类 [12]. 扩散  $1/f$  噪声主要是器件迁移率涨落造成少子扩散电流涨落引起的, 其功率谱密度遵循迁移率涨落模型 [12]; 而复合  $1/f$  噪声主要是由表面氧化层、空间电荷区、界面态等处的陷阱中心对载流子的随机俘获与发射引起的, 其噪声取决于陷阱密度大小, 其功率谱密度遵循载流子涨落模型 [12].

根据迁移率涨落机理, 扩散  $1/f$  噪声功率谱密度与输入电流有如下关系:

$$S_{I_D}(f) = \frac{\alpha q I_D}{f \tau}, \quad (1)$$

其中  $S_{I_D}(f)$  为扩散  $1/f$  噪声功率谱,  $I_D$  为扩散电流,  $\alpha$  为 Hooge 常数,  $q$  为电子电量,  $\tau$  为少子寿命,  $f$  为频率.

根据载流子数涨落理论, 其复合速率  $G_R$  涨落功率谱  $S_{G_R}(f)$  及复合电流  $I_R$  功率谱  $S_{I_R}(f)$  可分别表示为

$$S_{G_R}(f) = B \cdot \frac{kTN_t}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \cdot \frac{1}{f}, \quad (2)$$

$$S_{I_R}(f) = (qn_1 A) \cdot B \cdot \frac{kTN_t}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \times \frac{1}{f} \cdot \left(\frac{I_R}{I_0}\right)^{2\beta V_a/V}, \quad (3)$$

其中对称结表面分量  $V_a = 0.5$  V, 界面符合电流理想因子  $\beta = 2$ ,  $B$  为常数, 故上式可简化为

$$S_{I_R}(f) = \left(\frac{qn_1 A}{I_0}\right)^2 \cdot B \cdot \frac{kTN_t}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \cdot \frac{1}{f} \cdot I_R^2. \quad (4)$$

由于低频  $1/f$  噪声主要有上述两部分组成, 则电流  $1/f$  噪声可表示为

$$S_I(f) = \frac{\alpha q I_D}{f \tau} + \left(\frac{qn_1 A}{I_0}\right)^2 \cdot B \cdot \frac{kTN_t}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \cdot \frac{1}{f} \cdot I_R^2. \quad (5)$$

根据电流噪声和电压噪声的关系可知

$$S_V(f) = \left(\frac{dV}{dI}\right)^2 \cdot S_I(f) = (R_d)^2 \cdot S_I(f), \quad (6)$$

其中  $R_d$  为微分电阻, 可表示为  $R_d = \frac{nkT}{Iq} + R_S$ , 理想情况下  $n = 2$ ,  $R_S$  为串联电阻, 将  $S_I(f)$  表达式带入上式, 可得到电压  $1/f$  噪声谱

$$S_V(f) = A + B \frac{I^{\beta V}}{f^\gamma} + \frac{C}{1 + (f/f_0)^2}, \quad (7)$$

其中  $A$  为白噪声的幅度,  $B$  和  $\gamma$  分别为  $1/f$  噪声的幅度和频率指数因子,  $\beta V$  为电压噪声的电流指数,

$C$  和  $f_0$  分别为  $g-r$  噪声的幅度和特征频率. 通常认为只有重金属杂质和位错等在半导体器件禁带中引入深能级时, 才会观测到明显  $g-r$  噪声, 因此 (7) 式中第三部分可以忽略, 同时当电流值固定时, (7) 式中第二部分的分子成为常数, 因此将 (7) 式重写为

$$S(f) = A + \frac{B}{f^\gamma}, \quad (8)$$

此表达式就是本文中使用的  $1/f$  噪声模型.

### 3 $1/f$ 噪声的稀疏分解

稀疏分解的算法已经提出了很多种, 本文采用的是 Mallat 提出的 MP 方法. 为了得到信号的稀疏分解, 基的构造必须在信号空间足够密, 也就意味着基的正交性不再被保证, 基的个数也不再需要和原信号的维数保持一致, 将这样的基改称为原子, 由这些原子组成的集合, 称为过完备库 [8,13], 我们用  $D = \{g_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma}$  表示, 其中  $g_\gamma$  为由参数  $\gamma$  定义的原子,  $\Gamma$  为参数组  $\gamma$  的集合. MP 算法的分解过程如下:

首先从过完备库中选出与待分解的  $N$  维信号  $f$  最匹配的原子  $g_{\gamma_0}$ , 使其满足

$$|\langle f, g_{\gamma_0} \rangle| = \sup_{\gamma_i \in \Gamma} |\langle f, g_{\gamma_i} \rangle|, \quad (9)$$

此时, 原信号  $f$  被分解为

$$f = \langle f, g_{\gamma_0} \rangle g_{\gamma_0} + R^1 f, \quad (10)$$

其中第一部分为  $f$  在最佳匹配原子  $g_{\gamma_0}$  上的投影, 第二部分为投影后  $f$  的残余, 继续对最佳匹配后的残量寻找最佳匹配原子, 重复以上的分解过程, 即

$$R^l f = \langle R^l f, g_{\gamma_l} \rangle g_{\gamma_l} + R^{l+1} f, \quad (11)$$

其中  $g_{\gamma_l}$  需满足

$$|\langle R^l f, g_{\gamma_l} \rangle| = \sup_{\gamma_i \in \Gamma} |\langle R^l f, g_{\gamma_i} \rangle|, \quad (12)$$

经过多次分解后, 信号就被分解为

$$f = \sum_{l=0}^{L-1} \langle R^l f, g_{\gamma_l} \rangle g_{\gamma_l} + R^L f, \quad (13)$$

由于  $\|R^L f\|$  的衰减特性, 一般情况下, 迭代  $L \ll N$  次后, 就能用  $L$  个原子表达信号的主要成分, 即

$$f \approx \sum_{l=0}^{L-1} \langle R^l f, g_{\gamma_l} \rangle g_{\gamma_l}, \quad (14)$$

从而完成了信号的稀疏分解,  $L \ll N$  也体现了信号稀疏分解的思想.

由以上过程可以看出, MP 算法的每一次迭代过程都要和过完备库中的原子产生内积运算, 因此原子的构造对稀疏分解的实现起着至关重要的作用. 在通过稀疏分解提取信号的过程中, 根据信号的自身特点, 将过完备库中原子构造具有与待提取信号类似特点的信号, 才能有效的提取出目标信号. 由 (8) 式可知:  $1/f$  噪声的结构特点是其功率谱密度随频率  $f$  按  $1/f^\gamma$  的规律变化, 而混叠在一起的白噪声是随机的, 不相关的, 并没有明显的结构特点. 因此, 结合稀疏分解可以灵活构造原子的特点, 以及  $1/f$  噪声功率谱密度随频率  $f$  按  $1/f^\gamma$  规律变化的特点, 提出了稀疏分解估计  $1/f$  噪声参数的方法, 具体步骤如下

**步骤一** 通过数据采集卡采集大功率半导体激光器的时域信号, 并求其功率谱密度, 记为  $S$ .

**步骤二** 根据 (8) 式  $1/f$  噪声功率谱密度的结构特点, 将过完备库中原子构造为  $1/f^i$  模样, 即

$$g_i = 1/s^i, \quad (15)$$

让  $i$  在  $\gamma$  的取值范围内均匀取值, 形成具有  $1/f$  噪声特点的过完备库  $D$ .

**步骤三** 根据 (9) 和 (10) 式, 在  $D$  中选取最匹配原子  $g_0$ , 将  $S$  分解为投影与残余:

$$S = \langle S, g_0 \rangle g_0 + S^1. \quad (16)$$

**步骤四** 在满足式 (12) 的前提下, 对残余重复步骤三, 即

$$S^l = \langle S^l, g_l \rangle g_l + S^{l+1}, \quad (17)$$

经过多次重复,  $S$  被分解为

$$S = \sum_{l=0}^{L-1} \langle S^l, g_l \rangle g_l + S^L. \quad (18)$$

**步骤五** 根据  $\|S^L\|$  的衰减特性, 当  $\|S^L\|$  足够小时, 停止迭代, 完成  $S$  的稀疏分解:

$$S = \sum_{l=0}^{L-1} \langle S^l, g_l \rangle g_l. \quad (19)$$

**步骤六** 观察稀疏分解后的系数及其对应的原子, 分析各个最匹配原子在分解后所占的权重, 以此为依据, 估计出  $1/f$  噪声的  $\gamma$  参数.

## 4 实验结果与讨论

由数据采集卡采集的某大功率半导体激光器的时域信号如图 1 所示, 采样周期  $\Delta T = 77.67 \mu s$ ,

采样点  $N = 2^{10}$ , 其功率谱密度如图 2 所示, 可以明显看出  $1/f$  噪声很微弱, 完全淹没在白噪声背景下. 根据上文的理论基础, 将过完备库中的原子构造  $g_i = 1/f^i$ , 频率指数  $\gamma$  的取值范围为  $[0.8, 1.2]$ , 为了更精确的估计信号, 将  $i$  的取值范围夸大至  $[0, 2]$ ,  $i$  在次范围内均匀取 4000 个值构造过完备库, 精度为  $5 \times 10^{-4}$ .

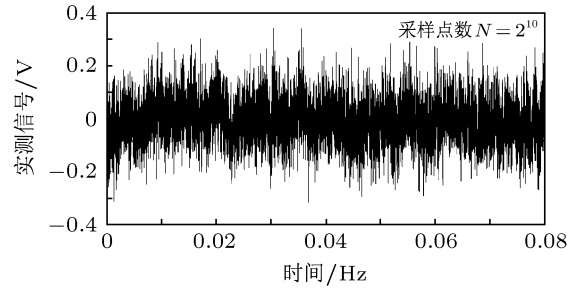


图 1 实际观测信号

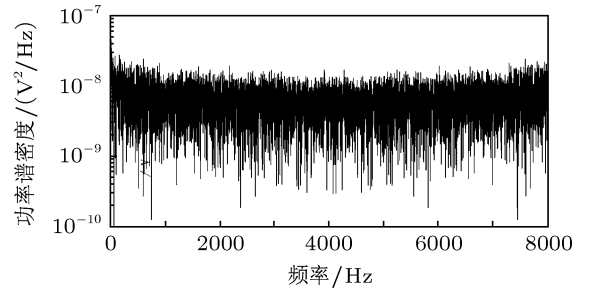


图 2 功率谱密度

表 1 稀疏表达式的系数

频率指数	系数	权重/%
0.00005	0.2630	0.19
0.048	-1.8253	1.33
0.0920	-3.6795	2.68
0.1550	-3.2911	2.40
0.3305	4.3063	3.14
0.4605	-7.1744	5.22
0.6320	8.5856	6.25
0.8915	-18.9486	13.80
1.0445	29.7337	21.65
1.2305	-26.9006	19.59
1.4365	18.2844	13.32
1.6495	-9.4597	6.89
1.8670	3.8058	2.77
1.9995	-1.0586	0.77

建立 (15) 式构造的过完备库, 经过 MP 算法对混叠信号进行稀疏分解, 分解后得到了原始信号的稀疏表达, 稀疏点对应的频率以及相应的系数和该

系数在所有系数中所占的比重, 如表 1 所示. 其中第一列为 MP 算法选出的最匹配原子所对应的频率指数, 其余频率指数处的系数都为 0, 充分体现了稀疏性; 第二、三列分别为概频率指数处所对应的系数以及所占权重. 将非稀疏点的频率指数与对应权重相乘, 最后求和, 便得到了  $\gamma$  参数的估计值:  $\hat{\gamma} = 1.0431$ .

对原始信号稀疏分解后的功率谱密度如图 3 所示. 图中细实线为原始信号功率谱密度, 粗实线为估计信号的功率谱, 可以看出估计信号的振幅随频率的增大而显著减小, 已表现出明显的  $1/f$  噪声特性, 粗实线估计出了  $1/f$  噪声的曲线, 去除了大量白噪声. 粗虚线是以上文中估计出的  $\hat{\gamma}$  的负数即  $-1.0431$  为斜率做出的直线, 通过和原始信号及估计信号的相对位置可以看出, 在低频段该功率谱的幅度按照  $\hat{\gamma} = 1.0431$  的规律随频率而改变, 进

一步说明了估计出的信号为  $1/f$  噪声.

此外, 在不知原始信号特征的情况下, 稀疏分解常采用 Gabor 原子库<sup>[14]</sup> 作为提取信号的万能原子库, 即

$$g_{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) \cos(vt+w), \quad (20)$$

其中  $g(t) = e^{-\pi t^2}$  是高斯窗函数,  $\gamma = (s, u, v, w)$  是时频参数, 在原子库中, 一个原子由上述 4 个参数决定, 其中  $s$  是尺度因子,  $u$  是位移因子,  $v$  是原子频率,  $w$  是原子相位, 按照一下方法离散化:

$$\gamma = (a^j, N/2, ka^{-j}\Delta v, i\Delta w), \quad (21)$$

其中  $a = 2; \Delta v = \pi; \Delta w = \pi/6; 0 < j < \log_2 N; 0 < k < 2^{j+1}; 0 < i < 12, N$  为信号长度.

按照 (20)、(21) 两式构造 Gabor 原子库作为对比实验, 实验结果如图 4 所示.

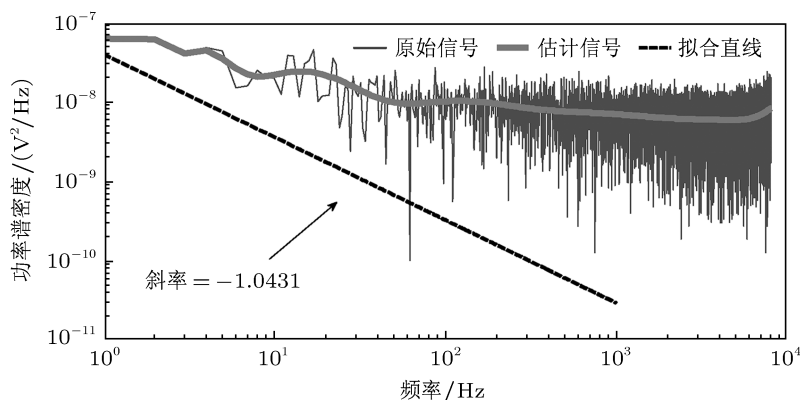


图 3 估计信号的功率谱密度

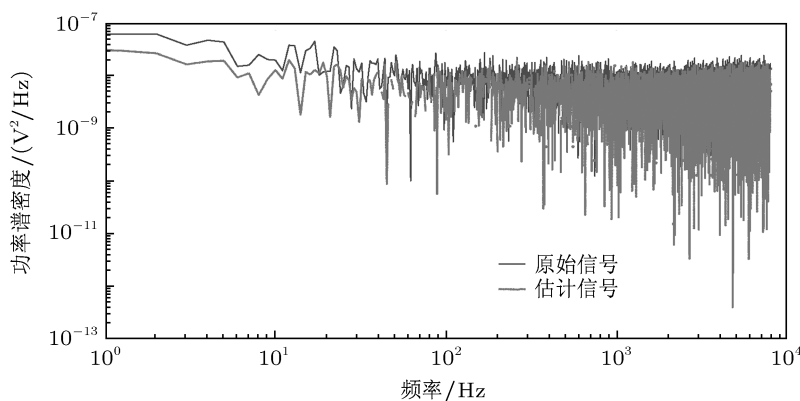


图 4 Gabor 原子库下的估计信号功率谱密度

图 4 中实线为原始信号功率谱密度, 虚线为估计信号的功率谱. 可以看出估计信号与原始信号相比, 并未产生明显变化, 即未能提取出原始混叠信号中具有明显特征的  $1/f$  噪声信号, 充分说明了在

稀疏分解中原子库构造的重要性, 也证明了本文中构造的原子库非常有效的区分开了  $1/f$  噪声信号和白噪声.

为了进一步验证估计参数的准确性, 在相同

的测试条件下,用低频频谱分析仪测量了激光器的  $1/f$  噪声功率谱,测试结果  $\hat{\gamma} = 1.07$ ,与本文估计出的参数有较好的一致性,充分说明本文提出的参数估计方法是有效可行的,可以在白噪声覆盖环境下准确估计出  $1/f$  噪声的参数.

## 5 结论

本文根据  $1/f$  噪声功率谱随频率有规律变化

的特点,构造了具有相似特征的原子以及过完备库,并提出用稀疏分解估计淹没在白噪声中  $1/f$  噪声参数的方法.实验结果证明,本文构造的原子库以及提出稀疏分解方法准确有效的估计出了  $1/f$  噪声的  $\gamma$  参数,且所估计出的参数与低频频谱分析仪的测量结果具有较好的一致性,验证了本方法的可行性,为后续半导体激光器  $1/f$  噪声的参数检测提出了新的方向.

- 
- [1] Hu J, Du L, Zhuang Y Q 2007 *Journal of Semiconductors* **28** 597 (in Chinese) [胡瑾, 杜磊, 庄奕琪 2007 半导体学报 **28** 597]
- [2] Peng S Q, Du L, Zhuang Y Q, Bao J L, He L, Chen W H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5205 (in Chinese) [彭绍泉, 杜磊, 庄奕琪, 包军林, 何亮, 陈伟华 2008 物理学报 **57** 5205]
- [3] Lin L Y, Du L, Bao J L, He L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 047202 (in Chinese) [林丽艳, 杜磊, 包军林, 何亮 2011 物理学报 **60** 047202]
- [4] Wornell G W 1993 *Proc. IEEE* **81** 1428
- [5] He K, Wang S X, Dai Y S 2009 *J. Jilin Univ. (Engin. Tech. Ed.)* **33** 77 (in Chinese) [何凯, 王树勋, 戴逸松 2009 吉林大学学报 (工学版) **33** 77]
- [6] Lu W H, Lu P F 2005 *Journal of Electronics and Information Technology* **27** 1527 (in Chinese) [陆伟宏, 卢鹏飞 2005 电子与信息学报 **27** 1527]
- [7] Zhang Z G, Guo S X, Gao F L, Yu S Y, Li X Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **58** 2772 (in Chinese) [张振国, 郭树旭, 郜峰利, 于思瑶, 李雪研 2008 物理学报 **58** 2772]
- [8] Mallet S, Zhang Z 1993 *IEEE Trans. Signal Processing* **41** 3397
- [9] Wang J Y, Yin Z K 2007 *Journal of the China Railway Society* **29** 114 (in Chinese) [王建英, 尹忠科 2007 铁道学报 **29** 114]
- [10] Hu J, Du L, Zhuang Y Q, Bao J L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1384 (in Chinese) [胡瑾, 杜磊, 庄奕琪, 包军林 2006 物理学报 **55** 1384]
- [11] Kong L Q, Wang A B, Wang H H, Wang Y C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2266 (in Chinese) [孔令琴, 王安邦, 王安邦, 王海红, 王云才 2008 物理学报 **57** 2266]
- [12] Zhuang Y Q, Sun Q 1993 *Noise and Minimizing Technology in Semiconductor Devices* (Beijing: National Defense Industry Press) p172 (in Chinese) [庄奕琪, 孙青 1993 半导体器件中的噪声及其低噪声化技术 (北京: 国防出版社) 第 172 页]
- [13] Chen S, Donoho D, Sauners M 1990 *SIAM Journal on Scientific Computing* **20** 33
- [14] Arthur P L, Philipos C L 2003 *International Conference Acoustics, Speech, and Signal Processing* IEEE **1** 820

# A new method to estimate the parameter of $1/f$ Noise of high power semiconductor laser diode based on sparse decomposition\*

Li Yang Guo Shu-Xu<sup>†</sup>

(College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China)

(Received 6 May 2011; revised manuscript received 3 June 2011)

## Abstract

Considering that the power spectral density of  $1/f$  noise signal varies inversely with frequency and sparse decomposition is able to create dictionaries according to signals' own features, in this paper we propose a new method to estimate the parameter of  $1/f$  noise of high power semiconductor laser diode based on sparse decomposition, and create a dictionary whose feature is similar to  $1/f$  noise. Sparse decomposition of white noise and  $1/f$  noise aliased signal is implemented by Matching-Pursuit (MP) algorithm. The experimental results indicate that sparse decomposition could effectively estimate the parameter  $\gamma$  of  $1/f$  noise signal covering white noise and the estimated parameter is in accordance with the measured result of spectrum analyzer. Finally, the superiority of the dictionary created in this paper is illustrated by comparing with a different dictionary.

**Keywords:**  $1/f$  noise, sparse decomposition, parameter estimation

**PACS:** 42.55.Px, 72.70.+m, 43.40.Le

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60976065).

<sup>†</sup> E-mail: guosx@jlu.edu.cn