一类大气等离子体反应扩散模型的解法*

石兰芳[1)†] 欧阳成[2)] 陈丽华[3)] 莫嘉琪[4)]

1) (南京信息工程大学数学与统计学院, 南京 210044)

2) (湖州师范学院理学院, 湖州 313000)

3) (福建师范大学福清分校数学与计算机科学系, 福清 350300)

4) (安徽师范大学数学系, 芜湖 241003)

(2011 年 4 月 14 日收到; 2011 年 6 月 23 日收到修改稿)

研究了一类大气等离子体反应扩散模型. 利用奇摄动方法得到了问题的渐近解, 并用微分不等式理论证明了解的一致有效性.

关键词: 大气等离子体, 反应扩散, 渐近解

PACS: 02.30.Mv

1 引 言

大气等离子体广泛地应用于化工、环保、材料等学科领域 [1,2]. 在大气环境下, 载体需提供足够的功率, 以保持一定浓度和厚度的等离子体所需的流量. Ouyang 等 [3] 考虑了化学反应的零维大气等离子体的演化过程, Fang 等 [4] 讨论了在扩散过程中重复放电模式的等离子体的衰减的演化规律. 从物理上和实际问题中来看, 更有意义的是需要有足够的等离子体流量, 因而应是半无界空间下解一维扩散的反应速率问题, 这往往涉及到较复杂的非线性偏微分方程. 解决这类问题有时需要用近似方法去求得近似解. Ouyang 等 [5] 和 Yin 等 [6] 利用数值方法讨论了一维大气等离子反应扩散问题的解. 目前, 渐近方法有了进一步的改进, 包括边界层校正法、匹配方法和多重尺度法等 [7,8]. 利用渐近方法, 莫嘉琪等也研究了数学物理、理论物理、大气物理等一类非线性问题 [9−20]. 本文是考虑在近代物理中的一类扰动大气等离子体反应扩散问题, 并利用奇摄动方法得到问题的渐近解析解.

2 等离子体反应扩散模型

为了研究一维大气等离子体扩散、迁移、反应共同作用下的粒子数密度的演化规律, 需研究纯扩散和迁移的作用. 在一定的情况下, 一维情形的通量可表示为 [5,6]

$$\Gamma_k = \pm\mu_k n_k E - D_k\frac{\partial \mu_k}{\partial x}, \tag{1}$$

其中 Γ_k 为第 k 种粒子的通量, μ_k, D_k 分别为第 k 种粒子的迁移率和扩散系数, n_k 为第 k 种粒子数的密度, E 为电场强度, (1) 式右端第一项前的 “+” 号表示对应于正离子体的情形, “−” 号表示对应于负离子体的情形, 而中性粒子由于没有电场作用的迁移, 因而这时 $\mu_k = 0$. 再考虑到在一定的情况下的反应作用, 可得一维大气等离子体的反应扩散模型的基本方程 [6]

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = -\frac{\partial \Gamma_k}{\partial x} + P_k - L_k n_k, \tag{2}$$

其中 P_k 为单位时间、单位体积内第 k 种成分的反应生成量, $L_k n_k$ 为单位时间、单位体积内第 k 种成分的反应消耗量. 这里反应项 $P_k - L_k n_k$ 应由此

* 国家自然科学基金 (批准号：40876010)、中国科学院战略性先导科技专项 —— 应对气候变化的碳收支认证及相关问题项目 (批准号：XDA01020304)、浙江省自然科学基金项目 (批准号：Y6110502)、安徽高校省级自然科学研究项目 (批准号：KJ2011A135) 和福建省教育厅基金项目 (A 类) 项目 (批准号：JA10288) 资助的课题.

† E-mail: shilf108@163.com

成分的反应关系和其他成分的浓度和反应速率系数来决定. 今不妨设研究的等离子体为正离子, 并设等离子体的粒子密度的时间变化率远低于扩散系数且反应过程为微扰反应的情况. 这时由 (1), (2) 式, 一维半无界空间下的大气等离子体扰动反应扩散模型的基本方程可以归纳为如下的一类非线性偏微分方程

$$\varepsilon\frac{\partial n}{\partial t}-D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}+a\,n=f(t,x,n,\varepsilon),\quad t>0,\ x>0,\tag{3}$$

其中 ε 为正的小参数, n 为等离子体粒子数密度, D 为等效的扩散系数, $a>0$ 为迁移率系数, f 为与 $P_k-L_kn_k$ 的相关的反应项. 我们假设 f 为关于其自变量为充分光滑的函数, 且 $f(t,x,n,0)=0$, $f_n(t,x,n,\varepsilon)\geqslant\delta$, 其中 δ 为正常数.

3 模型的摄动外部解

设等离子体粒子数密度 n 在左边界 $x=0$ 处有持续的粒子流输入, 输入的粒子密度为 $Q(t)$, 且初始时刻具有均匀分布的粒子数密度 N. 故模型的边界条件和初始条件可表示为

$$n\,|_{x=0}=Q(t)\,,\quad \lim_{x\to+\infty}n\,(t,x)=0,\quad t\geqslant 0,\tag{4}$$

$$n\,|_{t=0}=N\,,\quad x\geqslant 0.\tag{5}$$

现利用奇摄动方法求出模型 (3)—(5) 式的渐近解. 设模型的外部解 $U(t,x,\varepsilon)$ 为

$$U(t,x,\varepsilon)=\sum_{i=0}^{\infty}U_i(t,x)\,\varepsilon^i.\tag{6}$$

将 (6) 式分别代入 (3), (4) 式, 按 ε 展开其中非线性的项, 并令方程两边 ε 的同次幂项的系数相等. 由 ε 的零次幂项有

$$D\frac{\partial^2U_0}{\partial x^2}-aU_0=0,\quad x>0,\tag{7}$$

$$U_0\,|_{x=0}=Q(t),\quad \lim_{x\to+\infty}U_0\,(t,x)=0.\tag{8}$$

不难得到问题 (7), (8) 的解为

$$U_0(t,x)=Q(t)\exp\Big(-\sqrt{\frac{a}{D}}\,x\Big).\tag{9}$$

将 (6) 式分别代入 (3), (4) 式, 由 ε 的第 i 次幂项有

$$D\frac{\partial^2U_i}{\partial x^2}-aU_i=\frac{\partial U_{i-1}}{\partial t}-F_i(t,x),\quad x>0,\quad i=1,2,3,\cdots,\tag{10}$$

$$U_i\,|_{x=0}=\lim_{x\to+\infty}U_i\big|_{t=0}=0,\quad i=1,2,3,\cdots,\tag{11}$$

其中 $F_i(t,x)$ $(1,2,3,\cdots)$ 为

$$F_i(t,x)=\frac{1}{(i-1)\,!}\Big\{\frac{\partial^{i-1}}{\partial\,\varepsilon^{i-1}}\times f\Big[t,x,\sum_{j=0}^{\infty}U_j(t,x)\varepsilon^j,\varepsilon\Big]\Big\}_{\varepsilon=0},\quad i=1,2,3,\cdots.$$

问题 (10), (11) 的解为

$$U_i(t,x)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{D}{a}}\int_x^{+\infty}\Big[\frac{\partial\,U_{i-1}(t,\xi)}{\partial\,t}-F_i(t,\xi)\Big]\times\Big\{\exp\Big[\sqrt{\frac{a}{D}}(\,\xi-x)\Big]-\exp\Big[-\sqrt{\frac{a}{D}}\,(\xi-x)\Big]\Big\}\mathrm{d}\xi,\quad i=1,2,\cdots.\tag{12}$$

将 (9), (12) 式代入 (6) 式, 我们便得到一维大气等离子体反应扩散问题 (3)—(5) 式的外部解的渐近表示式. 但外部解未必满足初始条件 (5) 式. 为此尚需构造初始层校正项 V.

4 初始层校正项

利用奇摄动理论, 引入伸长变量 $\tau=t/\varepsilon$, 并设

$$n(t,x,\varepsilon)=U(t,x,\varepsilon)+V(\tau,x,\varepsilon).\tag{13}$$

这时方程 (3) 为

$$\frac{\partial\,V}{\partial\,\tau}-D\frac{\partial^2V}{\partial\,x^2}+a\,V=f(\varepsilon\,\tau,x,\,U+V,\varepsilon)-f(\varepsilon\,\tau,x,U,\varepsilon).\tag{14}$$

设

$$V(\tau,x,\varepsilon)=\sum_{i=0}^{\infty}V_i(\tau,x)\,\varepsilon^i,\tag{15}$$

将 (15) 式分别代入 (4), (5), (14) 式, 按 ε 展开其中非线性的项, 并令方程两边 ε 的同次幂项的系数相等. 由 ε 的零次幂项有

$$\frac{\partial\,V_0}{\partial\,\tau}-D\frac{\partial^2V_0}{\partial\,x^2}+a\,V_0=0,\tag{16}$$

$$V_0\,|_{x=0}=\lim_{x\to+\infty}v_0=0,\quad t\geqslant 0,\tag{17}$$

$$V_0\,|_{\tau=0}=N-U_0(0,x)\,,\quad x\geqslant 0.\tag{18}$$

利用延拓理论和 Fourier 变换法, 问题 (16)—(18) 的解为

$$V_0(\tau,x)=\frac{1}{\sqrt{D\,\pi\,\tau}}\int_0^{+\infty}(N-U_0(0,\xi))\times\Big\{\exp\Big[-\frac{(x-\xi)^2}{4D\,\tau}-a\,\tau\Big]$$

$$+\exp\left[-\frac{(x+\xi)^2}{4D\tau}-a\,\tau\right]\bigg\}\mathrm{d}\xi. \quad (19)$$

将 (15) 式分别代入 (4), (5), (14) 式. 由 ε^i ($i=1,2,3,\cdots$) 的系数有

$$\frac{\partial V_i}{\partial\tau}-D\frac{\partial^2 V_i}{\partial x^2}+a\,V_i=\bar{F}_i(\tau,x),\ i=1,2,3,\cdots, \quad (20)$$

$$V_i\,|_{x=0}=\lim_{x\to+\infty}v_i=0,\quad \tau\geqslant 0,\ \ i=1,2,\cdots, \quad (21)$$

$$V_i\,|_{\tau=0}=-U_i(0,x)\,,\quad x\geqslant 0,\quad i=1,2,\cdots, \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{F}_i(\tau,x)=&\frac{1}{i\,!}\bigg\{\frac{\partial^i}{\partial\varepsilon^i}\bigg[f\bigg[\varepsilon\,\tau,x,\sum_{j=0}^{\infty}\bigg[U_j(\varepsilon\,\tau,x)\\&+V_j(\tau,x)\,\varepsilon^j,\varepsilon\bigg]\\&-f\bigg(\varepsilon\,\tau,x,\sum_{j=0}^{\infty}U_j(\varepsilon\,\tau,x)\,\varepsilon^j,\varepsilon\bigg)\bigg]\bigg]\bigg\}_{\varepsilon=0},\\&i=1,2,\cdots.\end{aligned}$$

同样可得问题 (20)—(22) 的解为

$$\begin{aligned}V_i(\tau,x)=&-\frac{1}{\sqrt{D\pi\,\tau}}\int_0^{+\infty}U_i(0,\xi)\\&\times\left[\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4D\,\tau}-a\,\tau\right)\right.\\&\left.+\exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{4D\,\tau}-a\,\tau\right)\right]\mathrm{d}\xi\\&+\frac{1}{\sqrt{D\pi}}\int_0^{\tau}\int_0^{+\infty}\frac{\bar{F}_i(\tau_1,\xi)}{\sqrt{\tau-\tau_1}}\\&\times\left[\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4D(\tau-\tau_1)}-a\,\tau\right)\right.\\&\left.+\exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{4D(\tau-\tau_1)}-a\,\tau\right)\right]\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\tau_1,\\&i=1,2,\cdots. \qquad (23)\end{aligned}$$

将 (19), (23) 式代入 (15) 式, 得到初始层校正项的渐近表示式. 再由 (13) 式我们便得到一维大气等离子体反应扩散问题 (3)—(5) 式的 m 阶渐近解 $n_{\rm asp}(t,x,\varepsilon)$ 为

$$\begin{aligned}n_{\rm asp}(t,x,\varepsilon)=&Q(t)\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{D}}x\right)+\frac{1}{2\sqrt{D\,\pi\tau}}\int_0^{+\infty}(N-U_0(0,\xi))\left[\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4D\,\tau}-a\,\tau\right)\right.\\&\left.+\exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{4D\,\tau}-a\,\tau\right)\right]\mathrm{d}\xi+\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{D}{a}}\int_x^{+\infty}\left(\frac{\partial U_{i-1}(t,\xi)}{\partial t}-F_i(t,\xi)\right)\right.\\&\times\left(\exp\left(\sqrt{\frac{a}{D}}(\xi-x)\right)-\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{D}}\,(\xi-x)\right)\right)\mathrm{d}\xi-\frac{1}{\sqrt{D\pi\,\tau}}\int_0^{+\infty}U_i(0,\xi)\\&\times\left[\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4D\,\tau}-a\,\tau\right)+\exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{4D\,\tau}-a\,\tau\right)\right]\mathrm{d}\xi+\frac{1}{\sqrt{D\pi}}\int_0^{\tau}\int_0^{+\infty}\frac{\bar{F}_i(\tau_1,\xi)}{\sqrt{\tau-\tau_1}}\\&\left.\times\left[\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4D(\tau-\tau_1)}-a\tau\right)+\exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{4D(\tau-\tau_1)}-a\,\tau\right)\right]\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\tau_1+O(\varepsilon^{m+1})\right.\\\equiv&Y_m(t,x,\varepsilon)+O(\varepsilon^{m+1}),\quad 0<\varepsilon\ll 1. \qquad (24)\end{aligned}$$

5 渐近解的一致有效性

我们能够证明展开式 (24) 为一维大气等离子体反应扩散问题 (3)—(5) 式的一致有效的渐近解. 首先定义辅助函数

$$\begin{aligned}\alpha(t,x,\varepsilon)=&Y_m(t,x,\varepsilon)-r\varepsilon^{m+1},\\\beta(t,x,\varepsilon)=&Y_m(t,x,\varepsilon)+r\varepsilon^{m+1},\end{aligned} \quad (25)$$

其中 r 为足够大的正常数, 它将在下面决定.

不难看出, 只要选取足够大的 $r\geqslant M_1>0$, 使得

$$\alpha(t,x,\varepsilon)\leqslant\beta(t,x,\varepsilon),$$

$$0\leqslant t\leqslant T_0,\quad 0\leqslant x\leqslant X_0, \quad (26)$$

$$\begin{aligned}&\alpha\,|_{x=0}\leqslant Q(t)\leqslant\beta\,|_{x=0}\,,\\&\alpha\,|_{t=0}\leqslant N\leqslant\beta\,|_{t=0}\,.\end{aligned} \quad (27)$$

同时我们还可看出, 选取足够大的 $r\geqslant M_2>0$, 使得

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\alpha}{\partial t}-D\frac{\partial^2\alpha}{\partial x^2}-f(t,x,\alpha,\varepsilon)\leqslant 0,\\&\frac{\partial\beta}{\partial t}-D\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-f(t,x,\beta,\varepsilon)\geqslant 0,\\&t>0,\ \ x>0,\end{aligned} \quad (28)$$

由关系式 (26)—(28) 和微分不等式理论知, 问

题 (3)—(5) 式存在一个解 $n(t,x)$, 使得 $\alpha(t,x,\varepsilon)\leqslant n(t,x,\varepsilon)\leqslant\beta(t,x,\varepsilon)$ $(t\geqslant 0,\ \ x\geqslant 0)$. 再由 (25) 式, 我们便得知关系式 (24) 为一致有效的渐近展开式.

注: 我们还能够进一步证明, 对于 ε 足够地小, (24) 式当 $m\to\infty$ 时就是一维大气等离子体反应扩散问题 (3)—(5) 在 $t\geqslant 0, x\geqslant 0$ 上的精确级数解.

6 举 例

现仅考虑一个特殊的一维大气等离子体微扰反应扩散问题, 并取某正粒子 $k=1$ 等离子体的迁移率系数 $a=10^4\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$, 扩散系数 $D=4.8\times10^4\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$, 初始粒子密度 $N=5\times10^2\ \mathrm{cm}^{-3}$, 在边界 $x=0$ 处的粒子密度变化率 $Q(t)=5\times10^2\exp(-t)\,\mathrm{cm}^{-3}$, $\varepsilon\ll1\,\mathrm{cm}^2$ 扰动项为 $f(t,x,n,\varepsilon)=\varepsilon\, b\, n^3\,(b=1\,\mathrm{cm}^6/\mathrm{s})$. 这时非线性微扰反应扩散模型为

$$\varepsilon\frac{\partial n}{\partial t}-4.8\times10^4\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}+10^4 n=\varepsilon\, n^3,$$
$$t>0,\quad x>0, \tag{29}$$

$$n\,|_{x=0}=5\times10^2\exp(-t),$$
$$\lim_{x\to+\infty}n=0,\quad t\geqslant0, \tag{30}$$

$$n\,|_{t=0}=5\times10^2\,,\quad x\geqslant0. \tag{31}$$

利用上面所述奇摄动方法, 由 (9), (12) 式和 (19), (23) 式, 可分别得到 U_i, V_i $(i=0,1)$. 再由 (24) 式可得一维大气等离子体微扰反应扩散模型 (29)—(31) 粒子数密度解的一阶摄动渐近解 $n_{\mathrm{asy}}(t,x,\varepsilon)$ (cm^{-3}) 为

$$\begin{aligned}
&n_{\mathrm{asp}}(t,x,\varepsilon)\\
=&5\times10^2\exp\big(-(t+4.8^{-1/2}\times10^{-1}x)\big)\\
&+\frac{10^{-2}\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{4.8\pi\, t}}\int_0^{+\infty}\big(5\times10^2(1\\
&-\exp(-4.8^{-1/2}\times10^{-2}\,\xi))\big)\\
&\times\left[\exp\left(-\frac{\varepsilon\,(x-\xi)^2}{4\times4.8\times10^4 t}-10^4\,t/\varepsilon\right)\right.\\
&\left.+\exp\left(-\frac{\varepsilon\,(x+\xi)^2}{4\times4.8\times10^4 t}-10^4\,t/\varepsilon\right)\right]\mathrm{d}\xi\\
&+\varepsilon\Big[-2.5\times(4.8)^{1/2}\\
&\times10^3\int_x^{+\infty}\big[\exp(-t+4.8^{-1/2}\times10^{-2}\xi)\\
&+5^2\times10^4\exp(-3(t+4.8^{-1/2}\times10^{-2}\xi))\big]\\
&\times\big[\exp(4.8^{-1/2}\times10^{-2}(\xi-x))\\
&-\exp\big(-4.8^{-1/2}\times10^{-2}(\xi-x)\big)\big]\,\mathrm{d}\xi\\
&-\frac{5\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{4.8\,\pi\, t}}\int_0^{+\infty}\exp(-(4.8^{-1/2}\times10^{-2}\,\xi))\\
&\times\left[\exp\left(-\frac{\varepsilon\,(x-\xi)^2}{4\times4.8\times10^4 t}-10^4\,t/\varepsilon\right)\right.\\
&\left.+\exp\left(-\frac{\varepsilon\,(x+\xi)^2}{4\times4.8\times10^4 t}-10^4 t/\varepsilon\right)\right]\mathrm{d}\xi\\
&+\frac{5^3\times10^4}{(4.8\pi)^{1/2}}\int_0^{t/\varepsilon}\int_0^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{t/\varepsilon-\tau_1}}\\
&\times\exp(-3\,(\tau_1+4.8^{-1/2}\times10^{-2}\,\xi))\\
&\times\left[\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4\times4.8\times10^4(t/\varepsilon-\tau_1)}-10^4\,t/\varepsilon\right)\right.\\
&+\exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{4\times4.8\times10^4(t/\varepsilon-\tau_1)}\right.\\
&\left.\left.-10^4\,t/\varepsilon\right)\right]\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\,\tau_1\Big]+O(\varepsilon^2),\\
&\ t\geqslant0,\ x\geqslant0,\ 0<\varepsilon\ll1.
\end{aligned}$$

7 结 论

利用摄动渐近方法是求解大气等离子体反应扩散模型的一个有效的方法, 由于得到的是一个渐近解析表示式, 所以还可通过它进行解析运算, 得到更多相关的物理量. 例如从得到的等离子体粒子数密度函数 n 的渐近式, 通过积分运算就能得到在某一时段、某一区域内等离子体粒子总数的近似值, 以及通过微分运算就能得到等离子体粒子的通量近似值.

本文是针对大气等离子体正粒子密度的反应扩散方程 (1) 的近似求解; 如果等离子体为负粒子的情形, 这时粒子的迁移率 $a<0$, 如果等离子体为中性粒子的情形, 这时粒子的迁移率 $a=0$, 故得到的解将具有不同的性态.

利用摄动渐近方法, 还可求解更高维的大气等离子体在更复杂的反应扩散模型的渐近解.

[1] Liang Z W, Sun H L, Wang Z J, Xu J, Xu Y M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4292 (in Chinese) [梁志伟, 孙海龙, 王之江, 徐杰, 徐跃民 2008 物理学报 **57** 4292]

[2] Jang Z H, Hu X W, Liu M H, Gu C L, Pan Y 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 885

[3] Ouyang J M, Guo W, Wang L, Shao F Q 2004 *Chin. Phys.* **13** 2174

[4] Fang T Z, Ouyang J M, Wang L 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2888

[5] Ouyang J M, Shao F Q, Wang L, Fang T Z, Liu J Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4974 (in Chinese) [欧阳建明, 邵福球, 王龙, 房同珍, 刘建全 2006 物理学报 **55** 4974]

[6] Yin Z Q, Zhao P P, Dong L F, Fang T Z 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 025206 (in Chinese) [尹增谦, 赵盼盼, 董丽芳, 房同珍 2011 物理学报 **60** 025206]

[7] de Jager E M, Jiang F R 1996 *The Theory of Singular Perturbation* (Amsterdam: North- Holland Publishing)

[8] Barbu L, Morosanu G 2007 *Singularly Perturbed Boundary-Value Problems* (Basel: Birkhauserm Verlag AG)

[9] Mo J Q 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 010204

[10] Mo J Q 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 060202

[11] Mo J Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2930 (in Chinese) [莫嘉琪 2009 物理学报 **58** 2930]

[12] Mo J Q 2009 *Science in China Ser.* G **39** 568

[13] Mo J Q, Lin Y H, Lin W T 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6692 (in Chinese) [莫嘉琪, 林一骅, 林万涛 2009 物理学报 **58** 6692]

[14] Mo J Q, Lin Y H, Lin W T 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6701 (in Chinese) [莫嘉琪, 林一骅, 林万涛 2010 物理学报 **59** 6701]

[15] Mo J Q 2010 *Commun. Theor. Phys.* **53** 440

[16] Mo J Q 2010 *Chin. Phys.* B **19** 010203

[17] Mo J Q, Chen X F 2010 *Chin. Phys.* B **19** 100203

[18] Mo J Q, Lin Y H, Lin W T 2010 *Chin. Phys.* B **19** 030202

[19] Mo J Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020202 (in Chinese) [莫嘉琪 2011 物理学报 **60** 020202]

[20] Mo J Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 030203 (in Chinese) [莫嘉琪 2011 物理学报 **60** 030203]

Solving method of a class of reactive diffusion model for atmospheric plasmas*

Shi Lan-Fang[1)†] Ouyang Cheng[2)] Chen Li-Hua[3)] Mo Jia-Qi[4)]

1) (*College of Mathematics and Statistics, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing* 210044, *China*)

2) (*Faculty of Science, Huzhou Teacher College, Huzhou* 313000, *China*)

3) (*Department of Mathematics and Computer Science,Fuqing Branch of Fujian Normal University, Fuqing* 350300, *China*)

4) (*Department of Mathematics, Anhui Normal University, Wuhu* 241003, *China*)

(Received 14 April 2011; revised manuscript received 23 June 2011)

Abstract

A class of reactive diffusion model for atmospheric plasmas is studied. The asymptotic solution is obtained by using the singular perturbation method, and the validity of the solution is proved.

Keywords: air plasma, reaction diffusion, asymptotic solution

PACS: 02.30.Mv

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40876010), the "Strategic Priority Research Program-Climate Change: Carbon Budget and Relevant Issues" of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDA01020304), the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. Y6110502), the Natural Science Foundation from the Education Bureau of Anhui Province, China (Grant No. KJ2011A135) and the Foundation of the Education Department of Fujian Province, China (Grant No. JA10288).

† E-mail: shilf108@163.com