

波瓣波导谐振腔太赫兹回旋管的研究*

韩煜 袁学松[†] 马春燕 鄢扬

(电子科技大学物理电子学院, 成都 610054)

(2011年5月16日收到; 2011年7月4日收到修改稿)

以电子回旋脉塞非线性理论为基础, 结合三维电磁仿真软件, 通过导入高频场数值解替代理论解析的方法, 对波瓣波导谐振腔高次谐波太赫兹回旋管进行了理论和模拟研究. 给出了该类回旋管的起振电流、耦合系数以及注波相互作用效率等重要参数, 并在此基础上设计了一只工作频率为 0.4 THz, 工作模式 TE_{33} 模三次谐波波瓣波导谐振腔回旋管, 其电子注参数为 1.0 A, 40.5 kV, 横纵速度比 1.5, 相互作用区引导磁场为 5.09 T, 输出功率达到 3.3 kW.

关键词: 回旋管, 太赫兹, 高次谐波, 波瓣波导

PACS: 41.20.-q, 40.70.Qs, 84.40.Ik

1 引言

近年来太赫兹技术发展成为国际学术界的研究热点, 而太赫兹辐射源更是研究的重点和核心之一^[1]. 回旋管作为一类基于电子回旋受激辐射机理的快波器件, 是目前输出功率最高的太赫兹辐射源器件, 具有重要发展前景. 根据回旋管线性理论, 产生 1 THz 的一次谐波辐射所需要的磁场达到 40 T^[2], 如此高的磁场实现起来非常困难, 同时, 在太赫兹波段下, 还存在加工困难以及输出功率小等问题. 为解决上述问题, 采用工作在高次谐波上的高阶模式将可以有效地解决尺寸和磁场的问题, 降低加工难度以及磁场强度. 例如日本 Fukui 大学研制的 FU CW III 太赫兹回旋管, 采用二次谐波 $TE_{4,12}$ 模式, 频率已达 1 THz, 输出功率可达百瓦级^[3]; 俄罗斯的应用物理研究所 (IAP) 也报道了其采用三次谐波设计的工作频率达 1 THz 的实验研究^[4] 等. 当然采用高次谐波高阶模式又会带来新的问题, 即模式竞争. 对于普通圆波导谐振腔采用高次谐波高阶模式后, 模式竞争问题已经成为限制其进一步提高的技术瓶颈, 如 IAP 研究的 1 THz 三次谐波回旋管, 为了解决模式竞争就采用了大回旋电子光学系统, 该系统比传统的电子光学系统要复杂得多, 同时电子注电流也相对较小. 面对此问题, Bandurkin 等^[5] 提出了波瓣波导的腔体结构, 在圆

波导半径上叠加一正弦函数而使半径周期性连续变化, 形如花瓣, 由此改变谐振腔中的模式间隔度, 找出适合工作在高次谐波的高阶模式, 已在 75 GHz 频率上得到了四次谐波辐射的初步实验结果. 但是波瓣波导由于边界的特殊性, 很难用传统的回旋管线性理论方法得出注波耦合系数、起振电流等重要参数, 这制约了对此类腔体回旋管的研究与设计. 另一方面, 若采用粒子模拟方法进行研究, 由于采用高阶模式且结构复杂, 频率达到太赫兹波段后, 会极大地增加计算成本和周期, 通常只能作为最终验证, 不适用制管设计. 面对上述问题, 本文在传统回旋管非线性理论基础上^[6,7], 归一化处理三维电磁仿真软件, 得到高频场数值解, 并将其运用于非线性理论中以取代所需理论场值, 从而使非线性方法适用于波瓣结构, 得到了包括起振电流、耦合系数以及注波相互作用效率等在内的重要参数, 极大地节省了模拟计算成本和周期. 并在此基础上设计了一只三次谐波工作频率为 0.4 THz, 工作模式为 TE_{33} 模的回旋管.

2 波瓣波导谐振腔的研究

本文研究的回旋单腔振荡器, 谐振腔采用三段式结构, 如图 1 所示. 其中, 中间谐振腔体为波瓣波

* 国家自然科学基金 (批准号:61101041, 60877058) 和中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号:ZYGX2009J048) 资助的课题.

[†] E-mail: yuanxs@uestc.edu.cn

导结构,如图 2 所示. 从定性的角度分析,依据闭合曲面内的电磁场由边界条件确定的原理^[8],由于圆波导半径上正弦变化的引入,致使 TE 模式分布不同于圆波导谐振腔,相关计算结果如图 3 所示. 由图可知在波瓣波导中存在模式间隔度更高、模式竞争更小的高阶模式. 根据回旋管线性理论,一般谐波次数 s 与工作模式的角向变化次数相近,才能得到较好的互作用效果. 因此通过优化波瓣结构尺寸,可以得到 TE₃₃ 模工作在三次谐波上,其低次谐波频率点附近几乎没有 TE 模式存在,有比较理想的模式隔离度.

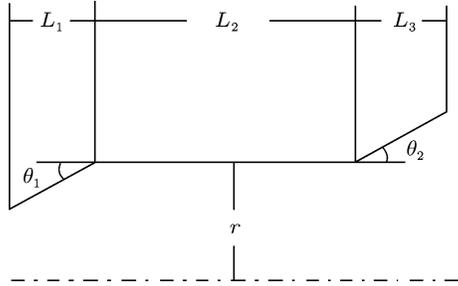


图 1 腔体结构图

另外,对于开放式谐振腔的探讨,还需研究其冷腔纵向分布和腔体 Q 值. 根据无源波动方程通过分离纵向和横向电场可得^[9]:

$$\frac{d^2 f(z)}{dz^2} - \left[\frac{\omega^2}{c^2} - k_c^2(z) \right] f(z) = 0, \quad (1)$$

其中 $f(z)$ 为波导纵向场分布函数.

波导端口边界条件:

$$\begin{aligned} \frac{df(z)}{dz} - j(\omega^2 - k_c^2)^{1/2} f(z) |_{z=z_{in}} &= 0, \\ \frac{df(z)}{dz} + j(\omega^2 - k_c^2)^{1/2} f(z) |_{z=z_{out}} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

由 (1) 和 (2) 式一起构成关于 ω 和的场幅值本征值问题. 在此本征值问题中,如果已知 k_c 的情况下,可以将波导的截止频率作为 ω 初值代入场方程,采用打靶法,在边界条件匹配的情况下,得到

频率 ω 和 $f(z)$ 的值. 因此,该方法用于波瓣谐振腔需解决两个问题: 第一是波瓣波导各模式 k_c 的求取; 第二是圆波导与波瓣波导衔接处 k_c 值的求取. 波瓣波导各模式的 k_c 值可通过三维电磁仿真计算给出. 而处理第二个问题,考虑到圆波导与波瓣波导在结构上是缓慢变化的,而非突变,所以某一模式的 k_c 在衔接处的也不可能发生突变. 因此,可以通过线性插值方法得到接近实际 k_c 的值. 最终得到 TE₃₃ 谐振频率为 399.75 GHz,冷腔品质因数 Q 为 31965,其具体参数为: $L_1 = 2 \text{ mm}$, $L_2 = 15 \text{ mm}$, $L_3 = 2.25 \text{ mm}$, $\theta_1 = 3^\circ$, $\theta_2 = 5^\circ$.



图 2 TE₃₃ 模横向截面图

3 波瓣波导谐振腔回旋管注波互作用研究

波瓣波导谐振腔由于其高频场表达式从理论上比较难求,而传统的回旋管线性理论和非线性理论都需要给出高频场的具体表达式,因此在文献 [4] 中作者未能给出波瓣波导谐振腔回旋管的起振电流、耦合系数、注波互作用效率等重要参数,只给出了实验测试数据. 对此,我们采用改进后的回旋管非自洽非线性理论来研究起振电流、注波耦合系数等重要参数,并进一步发展波瓣波导谐振腔回旋管自洽非线性理论,用以研究注波互作用效率及输出功率.

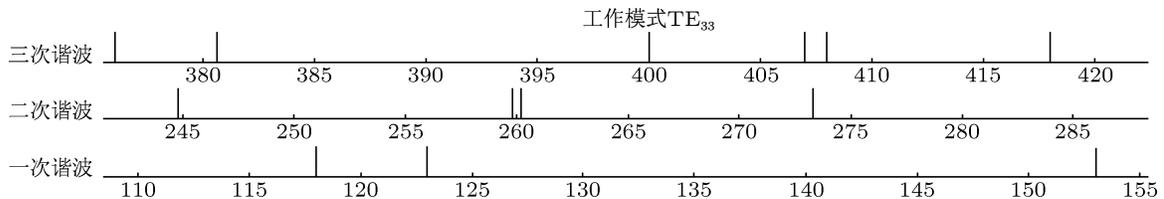


图 3 谐波频谱图

对于波瓣波导谐振腔回旋管非自洽理论, 我们首先假设谐振腔截面是 z 的缓变函数, 因此可以将电场 \mathbf{E} 写成纵向分布函数 $V(z)$ 与冷腔体横截面分布函数 \mathbf{E}_{t0} 乘积:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = V(z)\mathbf{E}_{t0}(\mathbf{r}, \omega), \quad (3)$$

其中, $V(z)$ 为电场纵向分布, 在非自洽理论中可使用前文已有的冷腔纵向分布作为给定场. 而电子运动方程:

$$\frac{d}{dt}(\gamma\mathbf{v}) = -\frac{e}{m_0}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (4)$$

其中, γ 为相对论因子, e/m_0 为电子荷质比. 将除电场以外所有矢量在圆柱坐标系中展开, 代换简化电子运动方程化为^[10,11]

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dz} &= \frac{u_r}{u_z}, & \frac{d\theta}{dz} &= \frac{1}{R} \frac{u_\theta}{u_z}, \\ \frac{d\varphi}{dz} &= \frac{\eta B_z}{\gamma u_z} + \frac{\eta}{u_\theta u_\perp^2} \left[u_\theta E_r - u_r E_\theta \right. \\ &\quad \left. - \frac{u_z(u_r B_r + u_z B_\theta)}{\gamma} \right], \\ \frac{du_\perp}{dz} &= -\frac{\eta}{u_z u_\perp} \left[u_r E_r - u_\theta E_\theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{u_z(u_\theta B_r - u_r B_\theta)}{\gamma} \right], \\ \frac{du_z}{dz} &= -\frac{\eta}{u_z} \left(\frac{u_r B_\theta}{\gamma} - \frac{u_\theta B_r}{\gamma} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

最终注波相互作用效率 η 可根据电子注能量变化求得, 即

$$\eta = \frac{\langle \gamma_i \rangle - \langle \gamma_o \rangle}{\langle \gamma_i \rangle - 1}, \quad (6)$$

$\langle \gamma_i \rangle, \langle \gamma_o \rangle$ 分别表示电子入口和出口的 γ 平均值. 由此, 关键在于求解横截面高频场 $\mathbf{E}_{t0}, \mathbf{B}_{t0}$. 对于波瓣结构, 电磁场解析表达式较难给出, 因此本文运用了三维电磁仿真软件, 仿真得出 $\mathbf{E}_{t0}, \mathbf{B}_{t0}$ 离散数值解, 再通过插值方法得到方程 (6) 中电子所在位置的高频场值, 完成对注波互作用的计算. 图 4 给出的是归一化注波相互作用效率随电子注引导中心半径的变化, 即传统回旋管线性理论给出的高频场与电子注互作用的耦合系数图. 由图可知, 注波相互作用耦合系数分别在半径 r 为 0, 0.16, 0.46, 0.84 mm 达到峰值, 但考虑到大回旋电子光学系统较难实现, 特别是当电子注引导中心为 0 mm 时. 因此, 本文选取耦合系数第二个峰值点对应半径 0.16 mm 作为电子注引导中心半径.

同时, 通过 (8) 和 (9) 式可计算出起振电流

$$P = -\omega W/Q_T = -\eta UI, \quad (7)$$

$$W = \int_v (\varepsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) dv, \quad (8)$$

式中 Q_T 为谐振腔的总品质因数, W 为总储能, U 为工作电压, I 为电流. 起振电流为

$$I_{\text{start}} = \frac{\omega \varepsilon_0}{Q_T U} \cdot \frac{\int_s |E_x|^2 + |E_y|^2 ds \int_z |V(z)|^2 dz}{\eta}. \quad (9)$$

根据上述公式假定注波相互作用效率为 1% 时, 通过改变磁场可以计算出各个模式的起振电流曲线. 图 5 为程序计算出的波瓣波导结构 TE_{33} 模式和竞争模式的起振电流和磁场的关系图.

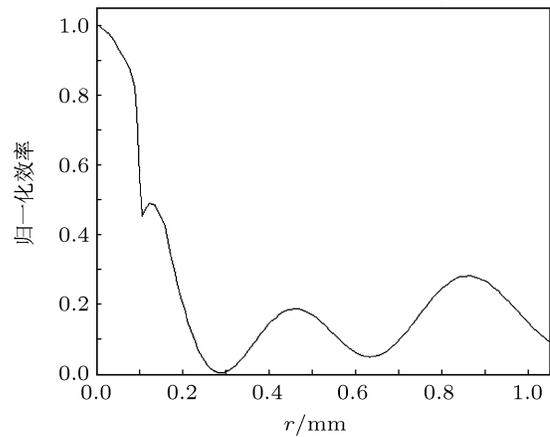


图 4 耦合系数图

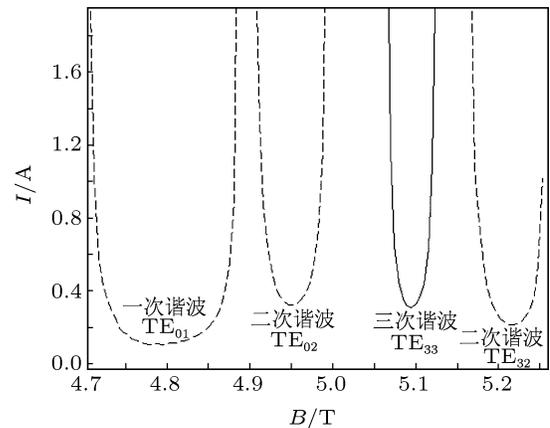


图 5 波瓣波导起振电流图

由图 5 可知, 当相互作用区的引导磁场为 5.09 T 时, TE_{33} 模起振电流较小, 其他竞争模式起振电流较大, 很难起振. 图 6 为 0.4 THz 三次谐波 TE_{33} 模圆波导情况下传统回旋管线性理论计算的起振电流和磁场的关系, 可以明显地看出, 其起振电流曲

线被一次谐波 TE_{01} 模包裹, 模式竞争异常严重, 因此可以得出三次谐波基本不能起振. 比较图 5 和图 6 可知波瓣波导可以较好地解决模式竞争问题. 同时, 为了进一步验证波瓣波导管体的模式竞争, 以及此腔体各参数的可靠性, 本文利用腔体储能与腔体 Q 值的关系, 对多个模式同时存在下的非自洽注波相互作用进行了数值模拟 [12,13], 计算出工作模式与竞争模式的输出功率随时间的变化, 如图 7 所示. 由图可知, 波瓣波导谐振腔可很好抑制高次谐波工作状态下的模式竞争.

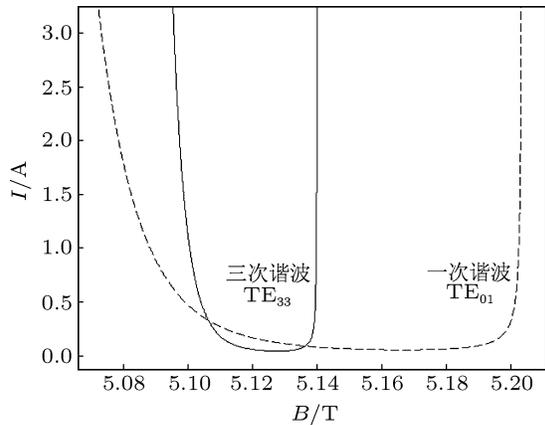


图 6 圆波导起振电流图

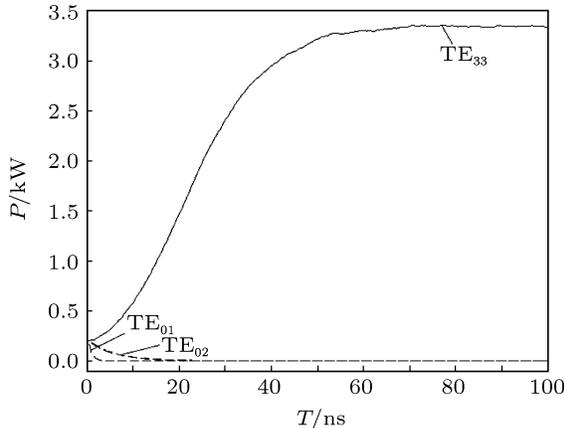


图 7 TE_{01} , TE_{02} 和 TE_{33} 输出功率与时间的关系

为准确地反映电子与波的非线性相互作用过程, 体现电子注对高频场的反作用, 本文进一步研究改进了波瓣波导谐振腔回旋管自洽非线性理论, 根据以上假设和麦克斯韦方程组可以导出高频场方程满足

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} - k_c^2(z) \right) V(z) \mathbf{E}_{t0} = j\omega\mu_0 \mathbf{J}_t, \quad (10)$$

其中 \mathbf{J}_t 表示电子注的横向电流密度. 方程两边同

时点乘 \mathbf{E}_{t0} 的共轭, 并对截面积分可得

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V(z)}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_c^2(z) \right) V(z) \\ = j\omega\mu_0 \frac{\int_s \mathbf{J}_t \cdot \mathbf{E}_{t0}^* ds}{\int_s \mathbf{E}_{t0} \cdot \mathbf{E}_{t0}^* ds}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中横向电流密度 \mathbf{J}_t 由方程 (13) 给出, 电子运动速度可通过电子运动方程 (6) 得到.

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_t(\mathbf{r}, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [\mathbf{J}_t(\mathbf{r}, t) e^{-j\omega t}] d(\omega t), \\ \mathbf{J}_t(\mathbf{r}, t) &= \rho v_{\perp} = -\frac{I_0}{u_z} u_{\perp}. \end{aligned} \quad (12)$$

方程 (11) 和 (12) 联立波导端口边界条件 (2) 构成了频率和纵向场幅值的本征问题. 在相互作用达到稳态时, 每个高频场周期相互作用情况都是相同的, 因此只须考虑一个高频周期内的电子即可, 设高频场频率为 ω , 一个周期内电子注长度为 $L_e = 2\pi V_{z0}/\omega$, V_{z0} 为电子轴向速度. 将电子注在长度上分为 m 份, 角向分为 n 等份, 则电子注就可以离散为 $m \times n$ 个粒子. 将运动方程和场方程联立求解, 设电子注模拟的粒子数为 N , 即可得:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V(z)}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_c^2(z) \right) V(z) \\ = -j\omega\mu_0 \frac{I_0}{u_z} \frac{\sum_j^N \int_s u_{j\perp} \cdot \mathbf{E}_{t0}^* e^{j\omega t_j} ds}{\sum_i |E_{t0}^i|^2 \cdot \Delta S_i}. \end{aligned} \quad (13)$$

采用同非自洽一样的方法, 运用三维电磁仿真的数值结果替代方程 (14) 中所需理论值, 采用打靶法完成了自洽非线性求解.

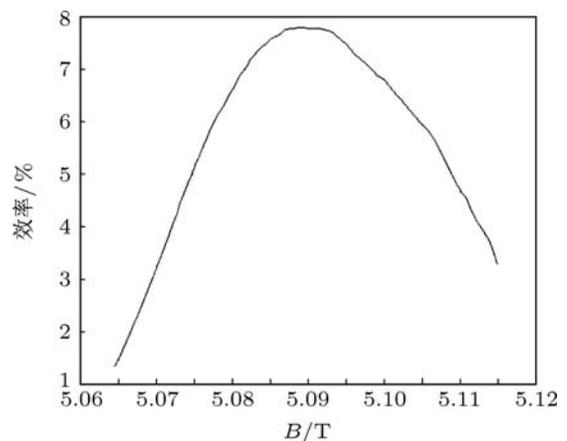


图 8 磁场与注波相互作用效率的关系

在研究的过程中发现, 磁场和电压的微小变化可以导致谐振频率的偏移, 从而影响到输出功率是否稳定. 因此我们对磁场以及电压与注波相互作用效

率之间的关系进行了研究. 通过计算得到了它们的关系曲线, 如图 8 和图 9 所示.

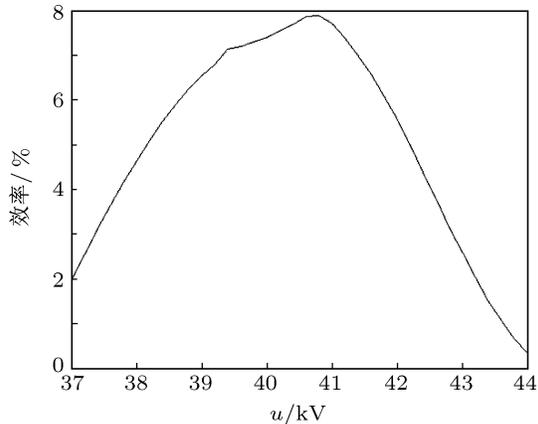


图 9 电压与注波相互作用效率的关系

由图 8 可知, 磁场与注波相互作用效率呈抛物线变化, 当磁场在 5.085—5.095 T 之间效率达到最大值, 在此区间两侧效率呈快速下降, 并结合起振电流的分析, 应该尽量使磁场保持在 5.085—5.095 T 之间, 以达到最高的注波相互作用效率. 同样, 在分析电压与注波相互作用效率的关系得到了类似的规律, 如图 9 在 40—41 kV 范围内达到最大效率. 综上所述, 磁场和电压的微小变化对最终输出效果有较大的影响, 为了达到较好的相互作用效率, 磁场

变化应该控制在中心磁场附近 0.01 T 范围内, 而电压需稳定在中心电压附近 1 kV 范围内. 最终采用了 40.5 kV 的高压电源, 工作电流为 1.0 A, 电子注的横纵速度比 $\alpha = 1.5$, 相互作用区引导磁场为 5.09 T. 运用自洽非线性理论计算出注波相互作用效率为 7.89%.

4 结论

本文基于传统回旋管非线性理论, 运用三维电磁仿真软件给出的数值解替代所需高频场的理论解, 对波瓣波导谐振腔高次谐波太赫兹回旋管进行理论和模拟研究. 在电磁仿真数值解精度足够的情况下, 运用此方法不仅反映了注波相互作用非线性过程, 得到了可靠的效率 η , 耦合系数以及起振电流等重要参数, 还能极大地缩减计算成本与周期, 有助于深入研究波瓣波导腔体尺寸和电子注等各参数的影响. 最终在此基础上设计了工作频率为 0.4 THz, 工作模式为 TE_{33} 模, 输出功率 3.3 kW 的回旋管. 此外, 文中提出的方法还具有普适性, 是一种将传统非线性理论与电磁仿真模拟软件相结合的新途径, 可广泛用于设计研究其他特殊横截面谐振腔回旋管.

- [1] Siegel P H 2002 *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques* **5** 910
- [2] Glyavin M Y, Luchinin A G, Golubiatnikov G Y 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 015101
- [3] Agus L, Idehara T, Mori H, Saito T, Ogawa I, Mitsudo S 2007 *Int. J. Infrared Millim. Waves* **28** 315
- [4] Bratman V L, Kalynov Y K, Manuilov V N 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 245101
- [5] Bandurkin I V, Bratman V L, Savilov A V, Samsonov S V, Volkov A B 2009 *Phys. Plasmas* **16** 070701
- [6] Danly B G, Temkin R J 1986 *Phys. Fluids* **29** 561
- [7] Liu S G 1987 *Theory for Relativistic Electronics* (Beijing: Science Press) p253 (in Chinese) [刘盛纲 1987 相对论电子学 (北京: 科学出版社) p253]
- [8] Zhang K Q 2001 *Theory of Microwave and Photoelectronics* (Beijing: Electronic Industrial Press) p235 (in Chinese) [张克潜 2001 微波与光电子学中的电磁理论 (北京: 电子工业出版社) p235]
- [9] Hornstein M K, Bajaj V S, Griffin R G, Kreischer K E, Shapiro M A, Sirigiri J R, Temkin R J 2005 *IEEE Trans. Electron Dev.* **52** 798
- [10] Li H F, Du P Z, Yang S W, Xie Z L, Zhou X L, Wan H R, Huang Y 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 312 (in Chinese) [李宏福, 杜品忠, 杨仕文, 谢仲怜, 周晓岚, 万洪蓉, 黄勇 2000 物理学报 **49** 312]
- [11] Yuan X S, Yan Y, Liu S G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 014102 (in Chinese) [袁学松, 鄢扬, 刘盛纲 2011 物理学报 **60** 014102]
- [12] Yuan X S, Yan Y, Liu S G 2009 *Acta Electron. Sin.* **37** 335 (in Chinese) [袁学松, 鄢扬, 刘盛纲 2009 电子学报 **37** 335]
- [13] Yuan X S, Lan Y, Ma C Y, Han Y, Yan Y 2010 *Phys. Plasmas* **18** 103115

Study of a gyrotron oscillator with corrugated interaction cavity*

Han Yu Yuan Xue-Song[†] Ma Chun-Yan Yan Yang

(School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

(Received 16 May 2011; revised manuscript received 4 July 2011)

Abstract

Based on the nonlinear self-consistent theory and the three-dimensional electromagnetic simulation software CST, the beam-wave interaction of gyrotron with irregular cross section is studied. Through importing high frequency fields which are the results of CST, the beam-wave interaction efficiency, coupling coefficient and starting current can be obtained. In addition, a 0.4 THz third harmonic TE₃₃ mode gyrotron with a corrugated interaction cavity is presented according to this approach. The gyrotron with a 40.5 kV/1 A electron beam, magnetic field of 5.09 T, and pitch factor of 1.5 can produce radiation with an output power of 3.3 kW.

Keywords: gyrotron, terahertz, high harmonic, corrugated interaction cavity

PACS: 41.20.-q, 40.70.Qs, 84.40.Ik

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61101041, 60877058), the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. ZYGX2009J048).

[†] E-mail: yuanxs@uestc.edu.cn