

离轴拉盖尔 - 高斯涡旋光束传输中的光斑演变*

丁攀峰[†] 蒲继雄

(华侨大学信息科学与工程学院, 厦门 361021)

(2011年5月27日收到; 2011年7月14日收到修改稿)

在产生涡旋光束过程中, 固体激光器所输出的光束中心很难与螺旋相位板的中心完全对准, 实际出射的光束为离轴涡旋光束. 在衍射理论的基础上, 对离轴涡旋光束的传输进行了研究, 推导了离轴涡旋光束传输一段距离后电场和光强的解析表达式. 研究表明, 与理想的涡旋光束不同, 离轴涡旋光束具有非对称性的光强分布, 在传输过程中光斑除了展宽外, 涡旋暗核还会发生移动. 拓扑电荷数的大小只影响到光束的展宽, 拓扑电荷数为正时, 暗核沿着逆时针切线方向移动; 拓扑电荷数为负时, 暗核沿着顺时针的切线方向移动, 该结果对长距离探测涡旋光束的对准问题起到指导作用.

关键词: 涡旋光束, 离轴参数, 光强分布, 拓扑电荷数

PACS: 41.85.-p, 42.25.Fx, 42.25.Bs, 42.25.-p

1 引言

涡旋光束具有独特的螺旋型相位结构, 是目前研究的热点^[1-3]. 其表达式中涡旋项提供横截面上的相位分布信息, 中心为相位中心, 即涡旋暗核位置所在; 余项提供横截面上光电场的振幅分布信息, 其中心称为强度分布中心或光束的几何中心. 实验中利用螺旋相位板产生光束, 在理想情况下, 固体激光器输出光束的中心与相位板中心完全对准, 即光束的相位中心和几何中心重合, 二者统称为涡旋光束的中心. 目前大多数研究都是针对两个中心重合的情况, 即理想的涡旋光束而言, 在涡旋光束的传输和拓扑电荷数的检测等方面取得了可靠的研究成果^[4-9]. 然而在实际中, 两个中心完全对准不可能实现, 会产生一定的微小位错, 二者的分离使得涡旋光束不再具有完全对称性, 这种中心分离的涡旋光束称为离轴涡旋光束. 本文的研究主要是为了分析离轴拉盖尔高斯涡旋光束的光斑特点及其在传输中的演变特性, 探讨拓扑电荷数等参数对离轴涡旋光束传输过程中光强分布的影响, 相较于研究理想涡旋光束而言, 具有更加实际的意义.

2 理论分析

通常情况下, 用参数 d 表征相位中心和几何中

心的相对位移. 由于涡旋光束具有角向对称性, 为了描述方便, 统一将光束的几何中心置于横截面的坐标原点, 相位中心位移的方向置于 x 轴正向. 于是, 在普通涡旋光束表达式的基础上^[10], 源平面上离轴拉盖尔高斯涡旋光束可以表示为

$$E(x', y', z=0) = E_0 \left(\frac{x' - d + iy'}{\sqrt{(x' - d)^2 + y'^2}} \right)^m \left(\frac{\sqrt{(x' - d)^2 + y'^2}}{w_0} \right)^m \times \exp \left(-\frac{x'^2 + y'^2}{w_0^2} \right). \quad (1)$$

m 是拓扑电荷数, w_0 是光斑大小参数. 图 1 分别给出了理想与离轴两种情况下, 源平面上拉盖尔高斯涡旋光束的光强分布示意图 ($m = 1$).

如图 1 所示, 理想涡旋光束的光强分布在角向完全对称; 离轴涡旋光束的光强分布向一个方向集中, 相位中心 (暗核) 偏右, 左边的光强明显高于右边, 上下两部分仍然关于 x 轴对称. 由近轴光束的衍射理论, 传输一段距离后观测平面上的光电场可以表示为

$$E(x, y, z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \iint E(x', y', z=0) \times \exp \left\{ \frac{ik}{2z} [(x - x')^2 + (y - y')^2] \right\}$$

* 国家自然科学基金培育项目基金 (批准号: JB-ZR1126) 和厦门市科技计划项目 (批准号: 3502Z20113017) 资助的课题.

[†] E-mail: dingpanfeng@163.com

$$\times dx'dy', \quad (2)$$

式中源平面上点的坐标加上撇号, 以便与观测平面相区别; λ 为光源波长, k 为波矢. 将 (1) 式代入 (2) 式可得

$$E(x, y, z) = \gamma_0 \iint \exp[-\alpha^2(x'^2 + y'^2) - ik(xx' + yy')/z] \times (x' - d + iy')^m dx'dy', \quad (3)$$

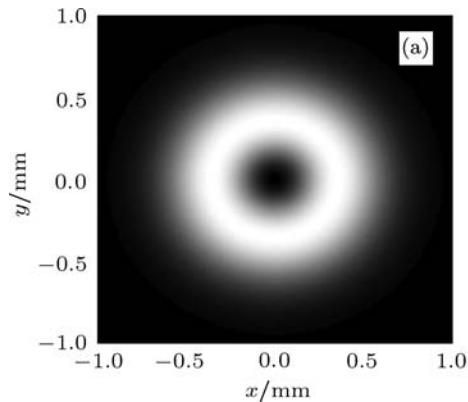
其中, 参数

$$\gamma_0 = -ik \exp(ikz) \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2z}\right] \frac{E_0}{2\pi z w_0^m},$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{w_0^2} - \frac{ik}{2z}.$$

设 $u = x' - \frac{ikx}{2\alpha^2 z}$, $v = y' - \frac{iky}{2\alpha^2 z}$. 采用积分变换后 (3) 式可以转化为复变积分

$$E(x, y, z) = \gamma'_0 \iint \exp[-\alpha^2(u^2 + v^2)] \times [u + iv + k(y - ix)/2\alpha^2 z - d]^m dudv, \quad (4)$$



其中参数

$$\gamma'_0 = -\frac{ik \exp(ikz) E_0 \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2\sigma^2 \alpha^2 z}\right]}{(2\pi z \sigma^m)}.$$

然后利用公式^[11]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\beta^2 t^2 - iqt) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{\beta} \exp\left(-\frac{q^2}{4\beta^2}\right) \quad (\text{Re}(\beta) > 0), \quad (5)$$

可以将 (4) 式转化为

$$E(x, y, z) = \frac{(-i)^{m+1} k^{m+1} \exp(ikz) E_0}{(2z\alpha^2)^{m+1} w_0^m} \times \exp\left[-\frac{(1-ip)(x^2 + y^2)}{(1+p^2)w_0^2}\right] \times [(x-d) + i(y-pd)]^m, \quad (6)$$

其中 $p = 2z/kw_0^2$. 于是可以得到观测平面上各点的光强

$$I(x, y, z) = E_0^2 \left[\frac{k^2 w_0^4}{z^2 + k^2 w_0^4}\right]^{m+1} \times \left[\frac{(x-d)^2 + (y-pd)^2}{w_0^2}\right]^m \times \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{(1+p^2)w_0^2}\right]. \quad (7)$$

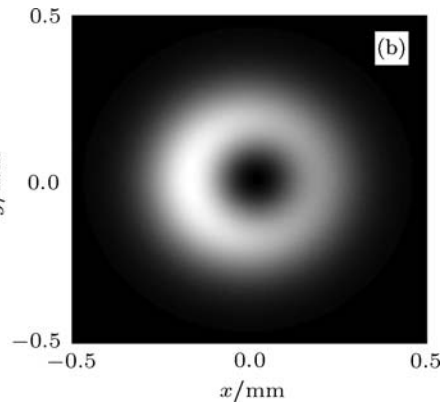


图1 源平面上普通与离轴一阶涡旋光束的光强分布 (a) 普通; (b) 离轴 $d = 0.02$ mm

由 (7) 式可以看出, 光强分布同时受到高斯函数和幂函数的调制. 如果源平面光束为理想涡旋光束 ($d = 0$), 传输过程中光斑会因衍射而展宽, 但不同传输距离处的光斑形状相似, 都具有圆对称的特点; 如果源平面光束为离轴涡旋光束 ($d \neq 0$), 随着传输, (7) 式中幂函数的形式会发生变化, 这也意味着光斑形状会逐渐发生改变, 光束的位置也会改变. 按照多元函数极值理论, 将 (7) 式分别对坐标进行偏微分运算, 可以找出观测平面上光强极值所对应

的位置:

$$A(d, pd), \\ B\left(\frac{d - \sqrt{d^2 + 2mw_0^2}}{2}, \frac{pd - p\sqrt{d^2 + 2mw_0^2}}{2}\right), \\ C\left(\frac{d + \sqrt{d^2 + 2mw_0^2}}{2}, \frac{pd + p\sqrt{d^2 + 2mw_0^2}}{2}\right). \quad (8)$$

从横坐标上来看, A 点位于 B 和 C 点之间, A 点为光强极小值点, 此处光强为 0, 是光斑的暗核位

置所在; B 和 C 点分别对应局部区域上光强极大值的位置, 整个观测平面上光强最大值的位置在 B 或 C 点, 具体的情况由实际参数决定. 总体而言, A 点是光斑暗核的位置, B 和 C 点体现了光斑较亮的位置.

3 数值计算及分析

为了详细了解离轴涡旋光束传输后光强分布的变化情况, 我们进行了数值模拟. 模拟计算中, 选取波长为 632.8 nm , 光斑尺寸为 0.25 mm . 首先, 针对一定拓扑电荷数的涡旋光束, 计算了在不同传输距离处的光强分布 (拓扑电荷数为 $m = 2$, 离轴参数为 $d = 0.02 \text{ mm}$).

图 2 中, 随着传输距离的增大, 离轴涡旋光束光斑的展宽愈加明显, 光强极大值点 (图中较亮处) 由于衍射效应逐渐远离中心, 暗核 (A 点) 的位置随着传输在发生微小移动. 由于离轴参数 d 较小, 所以 A 点的移动距离较小, 图中观察到的结果不太明显. 光束从 0.5 m 传输到 1 m 的过程中, A 点逐渐向上移动了仅 0.0322 mm , 移

动距离是 d 的 1.6 倍. 如果离轴参数 $d = 0.1 \text{ mm}$, 传输距离达到 1000 m , 相对于源平面而言, A 点将向上移动 161 mm . 由此可见, 离轴涡旋光束在长距离传输时, 暗核的移动距离在实际中必须考虑, 不能忽略.

其次, 为了研究拓扑电荷数的大小对离轴涡旋光束传输过程中光斑的影响, 我们计算了不同拓扑电荷数的离轴涡旋光束传输相同距离处的光强分布 (传输距离为 $z = 1.5 \text{ m}$, 离轴参数为 $d = 0.02 \text{ mm}$).

图 3(a)—(d) 中, 虽然拓扑电荷数增加使得光斑空心区域增大, 光强极大值点的位置相互有差异, 但 A 点的位置相同, 都位于点 $(0.02, 0.0967) \text{ mm}$. 由此可见, 拓扑电荷数的大小对光斑的展宽影响明显, 而对暗核的位置不起作用.

此外, 为了研究拓扑电荷数的符号对离轴涡旋光束传输过程中光斑的影响, 我们同时计算了拓扑电荷数分别为 2 和 -2 的离轴涡旋光束在传输 2 m 距离处横截面上的光强分布 (离轴参数 $d = 0.02 \text{ mm}$).

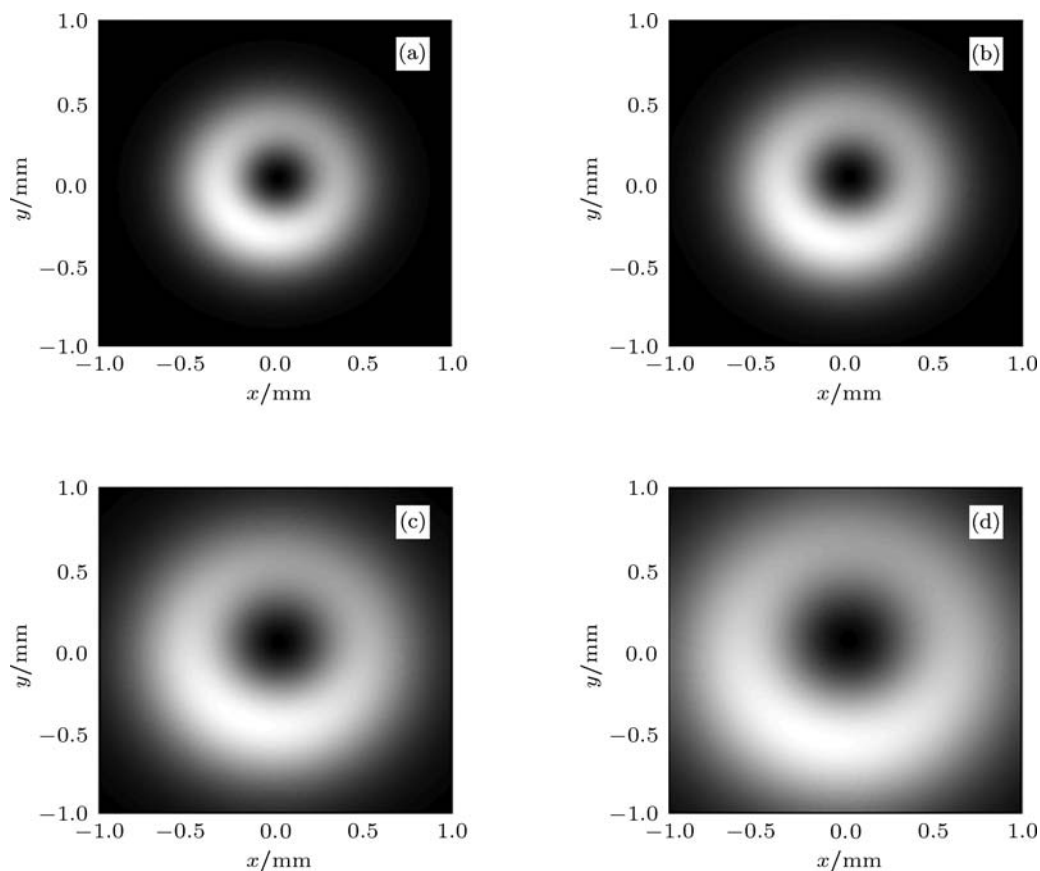


图 2 离轴涡旋光束随着传输距离增加光强分布的变化 (a) $z = 0.5 \text{ m}$; (b) $z = 0.6 \text{ m}$; (c) $z = 0.8 \text{ m}$; (d) $z = 1 \text{ m}$

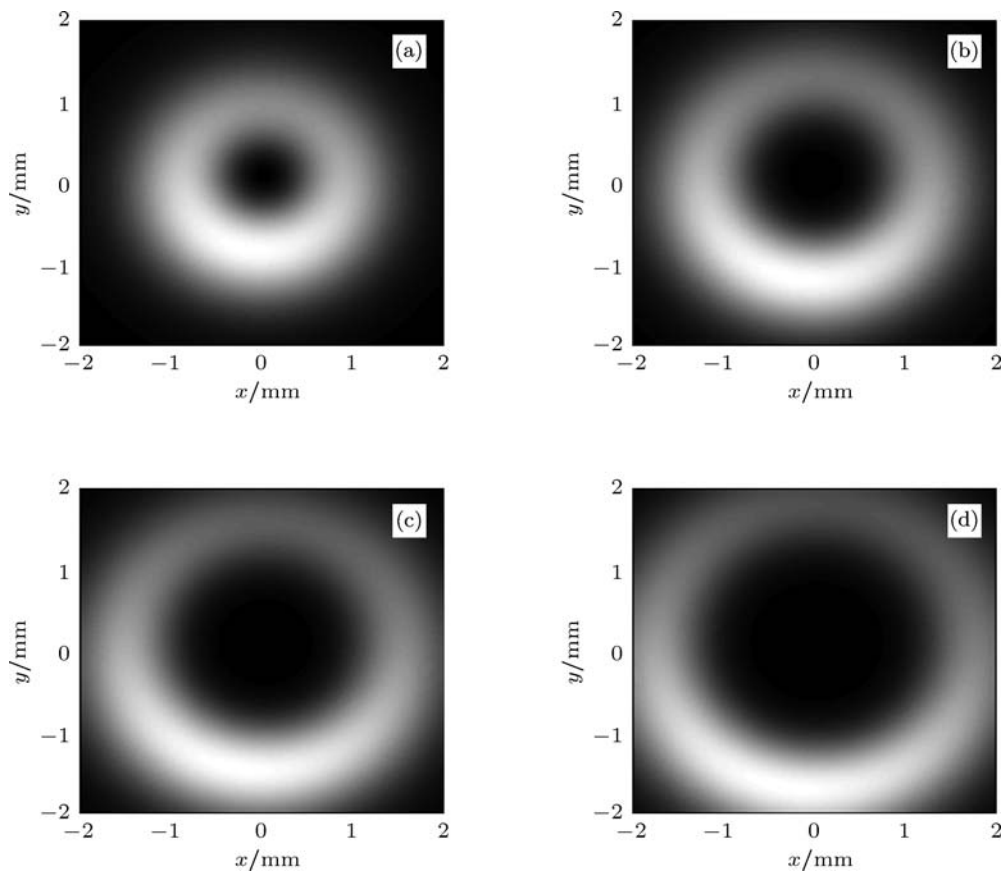


图3 不同拓扑电荷数的离轴涡旋光束传输后光强分布改变 (a) $m = 1$; (b) $m = 2$; (c) $m = 3$; (d) $m = 4$

虽然离轴参数较小, 图4中两图的光斑位置差异比较明显. 相对于源平面上暗核的位置(0.02, 0) mm而言, 拓扑电荷数为正时, 暗核和光斑在向上移动; 拓扑电荷数为负时, 暗核和光斑在向下移动. 由此可见, 拓扑电荷数的符号直接决定离轴涡旋光束在传输过程中暗核的移动方向.

最后, 为了研究离轴程度对离轴涡旋光束传输过程中光斑的影响, 我们计算了在拓扑电荷数相同时, 源平面上具有不同离轴参数 d 的离轴涡旋光束

传输相等距离后横截面上的光强分布 (拓扑电荷数为 $m = 2$, 传输距离为 $z = 1.5$ m).

图5(a)—(d)中, 暗核的位置坐标分别为(0.02, 0.0967), (0.04, 0.1933), (0.06, 0.2901)和(0.1, 0.4834) mm. 相对于各自源平面上光斑的位置而言, 暗核向上移动的距离分别为0.076, 0.1533, 0.2301和0.3834 mm. 由此可见, 离轴涡旋光束的离轴参数 d 越大, 传输中暗核的移动越快, 在传输相同距离的情况下, 移动距离和离轴参数成正比.

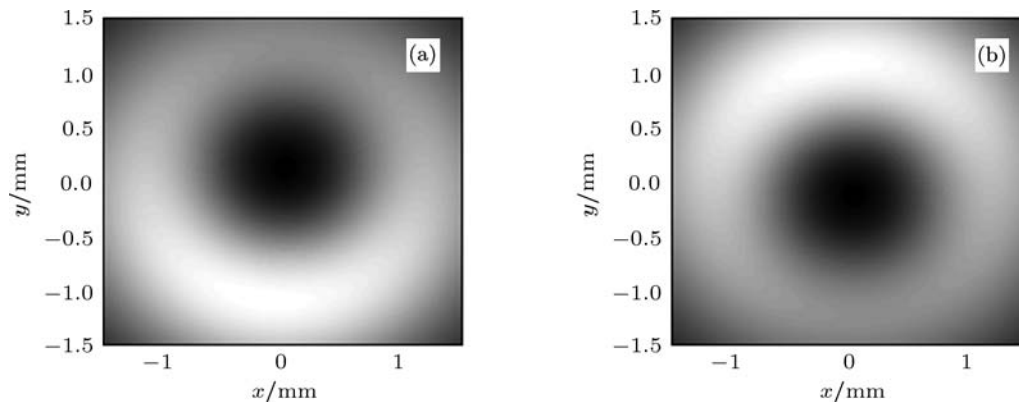


图4 拓扑电荷数符号对离轴涡旋光束传输后光强分布的影响 (a) $m = 2$; (b) $m = -2$

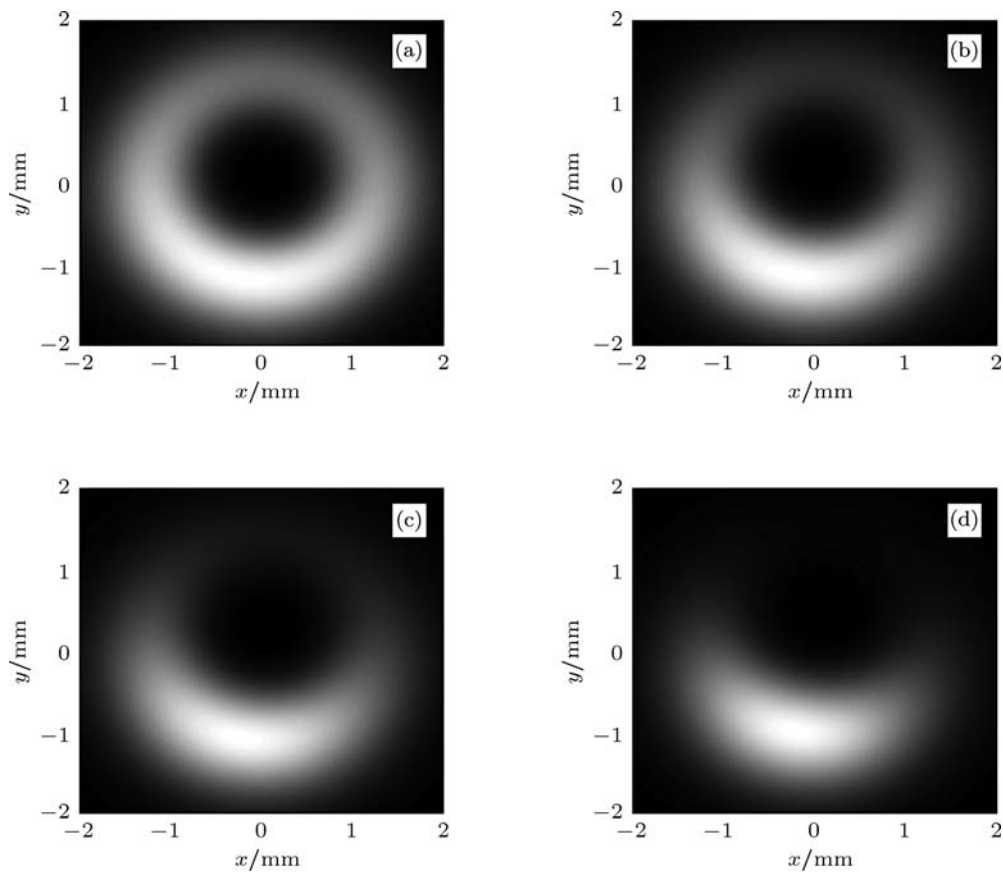


图5 离轴参数对离轴涡旋光束传输后光强分布的影响 (a) $d = 0.02$ mm; (b) $d = 0.04$ mm; (c) $d = 0.06$ mm; (d) $d = 0.1$ mm

4 结论

通过对实际中具有一定程度离轴的涡旋光束的研究,我们发现离轴涡旋光束在传输过程中,暗核和光斑的位置会发生移动,传输距离越长,暗核的移动距离越大.这一特点是理想涡旋光束不具备的,理想涡旋光束在传输中光斑会展宽,但暗核一直保持在观测平面的中心(z 轴上).数值计算还表明:拓扑电荷数的大小只会影响离轴涡旋光束传输后光斑的展宽,对光斑的移动不起作用;而拓

扑电荷数的符号对光斑在传输中的移动方向起决定性的作用,拓扑电荷数为正时,光斑及暗核随着传输会向上移动,为负时情况相反;另一方面,离轴参数 d 越大,暗核移动的速度越快.在实际采用涡旋光束进行自由空间光通信系统中,经过螺旋相位板产生的涡旋光束会存在一定程度的离轴,传输一段较长的距离后,观测平面上光斑的位置会发生明显的移动.上述研究结果可以对接收端光斑的定位给出预判,从而在接收对准问题上给出指导性的意见.

- [1] Cheng K, Zhang H R, Lü B D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 246 (in Chinese) [程科, 张洪润, 吕百达 2010 物理学报 **59** 246]
- [2] Liu M, Chen X Y, Li H X, Song H S, Teng S Y, Cheng C F 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8490 (in Chinese) [刘曼, 陈小艺, 李海霞, 宋红胜, 滕树云, 程传福 2010 物理学报 **59** 8490]
- [3] Tian L H, Ye F W, Chen X F 2011 *Opt. Express* **19** 11591
- [4] Zhao Z X, Liu Y 2010 *Chin. J. Laser* **37** 739 (in Chinese) [赵肇雄, 刘勇 2010 中国激光 **37** 739]
- [5] Li Y Y, Chen Z Y, Liu H, Pu J X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1740 (in Chinese) [李阳月, 陈子阳, 刘辉, 蒲继雄 2010 物理学报 **59** 1740]
- [6] Liu Y X, Chen Z Y, Pu J X 2011 *Chin. J. Lasers* **33** 3 (in Chinese) [刘永欣, 陈子阳, 蒲继雄 2011 中国激光 **33** 3]
- [7] Xie Q S, Zhao D M 2008 *Opt. Commun.* **281** 7
- [8] Han Y J, Zhao G H 2011 *Opt. Lett.* **36** 2017
- [9] Dai H T, Liu Y J, Luo D, Sun X W 2011 *Opt. Lett.* **36** 1617
- [10] Zhang W, Kuzyk M G 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 101103
- [11] Mandel L, Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press) p289

Change of the off-center Laguerre-Gaussian vortex beam while propagation*

Ding Pan-Feng[†] Pu Ji-Xiong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

(Received 27 May 2011; revised manuscript received 14 July 2011)

Abstract

The center of the Gaussian beam from solid laser cannot be completely aligned with the center of the spiral phase panel (SPP) while vortex beam is produced by SPP. The projecting beam from the SPP is actually an off-center vortex beam. Based on the diffraction theory, the propagation of off-center vortex beam is investigated. The analytic expressions of the electric field and the intensity are derived in the observation plane while the beam propagates a certain distance. It is shown that the intensity distribution of the beam changes asymmetricly. Besides the spreading, the core of the vortex beam moves while propagating, which is quite different from that of the ideal vortex beam. The magnitude of topological charge determines the spreading of the beam and has no influence on the motion of the vortex core. Furthermore, the sign of the topological charge determines the direction along which the core moves. If the topological charge is positive, the core will move in the tangential direction anticlockwise; if it is negative, the core will move in the tangential direction clockwise, from which the conclusion can provide a guidance for the beam aligning while the vortex beam is detected under the condition of long distance propagation.

Keywords: vortex beam, off-center parameter, intensity distribution, topological charge

PACS: 41.85.-p, 42.25.Fx, 42.25.Bs, 42.25.-p

* Project supported by the National Nutritious Science Foundation of China (Grant No. JB-ZR1126) and the Science and Technology Program of Xiamen, China (Grant No. 3502Z20113017).

[†] E-mail: dingpanfeng@163.com