

小位移条件下混沌隔振装置的设计与研究*

蒋国平^{1)†} 陶为俊¹⁾ 浣石¹⁾ 肖波齐^{2)†}

1) (广州大学工程抗震中心, 广州 510405)

2) (三明学院物理与机电工程系, 三明 365004)

(2011年4月26日收到; 2011年7月18日收到修改稿)

本文根据混沌隔振原理, 设计出小位移下的混沌隔振装置, 该装置能够在小位移下产生强非线性, 并且其线性部分与非线性部分完全区分开, 实验中易于调节其整体刚度, 以及线性和非线性项比例, 大大增加了该装置在工程中的应用前景. 并利用数值计算方法对特定参数下的隔振装置在简谐激励力作用下的运动进行分析, 证实了该混沌隔振装置的可行性.

关键词: 非线性, 隔振, 混沌, 线谱

PACS: 05.45.Gg, 88.50.G-

1 引言

线性隔振系统设计简单, 且能够在较宽的频率范围内进行隔振, 但却不能彻底隔离线谱激励, 主要是由于它具有频率保持性, 因此, 线性隔振不能够改变隔振系统的频谱结构. 然而, 随着实际工程的需要, 对振动的控制等要求的日趋严格, 现有的线性设计理论已经不能满足工程上的需要, 考虑非线性因素的设计思想将成为研究的主要方向.

近年来, 非线性隔振系统得到了越来越普遍的应用^[1-7], 非线性隔振系统存在许多迥异于线性系统的特殊性能^[2], 这些特殊性能可以用来实现线性系统无法实现的某些功能, 自从 Ueda^[2] 对 Duffing 方程的研究以来, 非线性隔振系统在简谐激励下能够出现混沌响应^[3-7]. Zhu 等^[8-15] 对非线性混沌响应进行了大量的研究, 提出了混沌隔振方法, 且做了大量的理论、计算与实验, 证实了混沌隔振在被动隔振中的可行性, 特别是在消除线谱激励上有明显的优势. 然而, 混沌隔振需要在非线性条件下才能够很好的工作, 强的非线性对隔振系统进入混沌状态是十分有利的. 然而传统的隔振器, 例如气动悬挂, 锥形螺旋弹簧都很难在小位移振动下体现强非线性. 因此, 在被动隔振领域, 小位移条件下实

现混沌隔振就变得难以实现.

船舶水声隐身性能通常要求在小位移情况下产生混沌与实现混沌隔振, 本文根据混沌隔振原理, 设计出一种隔振器装置, 能够通过结构本身的变化, 在小位移的振动下产生较强的非线性, 且该装置的线性、非线性部分完全分开, 可以方便的调节. 并利用数值计算分析, 说明此隔振器装置能够很好的在小位移振动下进入混沌状态.

2 隔振器装置设计

在小位移情况下, 一般材料很难达到强非线性, 因此必须通过改变模型的结构来实现强非线性. 本文根据改变结构设计的隔振器装置如图 1 所示, 主要由三个部分组成: 1) 平板; 2) 凹面板; 3) 夹心板, 其具体作用如下:

1) 平板: 其功能是将上方的任意荷载通过平板转化为面荷载, 并作用到夹心板上. 其刚度要求很大.

2) 夹心板: 其功能是在上方的面荷载作用下, 夹心板发生压缩变形, 通过夹心板与凹面板之间的接触面积来提供反力. 因此, 其材料的刚度较平板, 凹面板来说非常的小, 变形完全由夹心板实现.

* 国家自然科学基金 (批准号: 11102100) 和福建省省属高校科研专项基金 (批准号: JK2011056) 资助的课题.

† E-mail: lp2002999@yaboo.com.cn

夹心板由左右两个长方体和中间一个长方体组成.

3) 凹面板: 其主要功能是通过改变压力大小来实现凹面与夹心板之间的接触面积. 根据设计其刚度要求很大.

从隔振器装置外形来看, 与三明治类似, 因此, 此隔振器模型在本文中简称为三明治隔振器模型. 模型两个面的平面图如图 2(a), (b) 所示, 设计的凹面弧线关于中心线对称, 以图中凹面起点 O 为原点, 左半弧线满足方程 $z = -\alpha y^{1/2}$, 右半弧线与左半弧线对称, 其中 α 为方程系数. 凹面板长、宽、高分别为 l, D_0, H , 其中凹槽总长度为 l_2 , 宽度为 D_1 , 厚度为 h_2 . 平面板长度为 $2l_1 + l_2$, 宽度为 D , 高度为 h_1 . 夹心板材料弹性模型为 E , 左右两个长方体的长、宽、高分别为 l_1, D_2, h_2 , 中间长方体的长、宽、高分别为 l_2, D, h_2 .

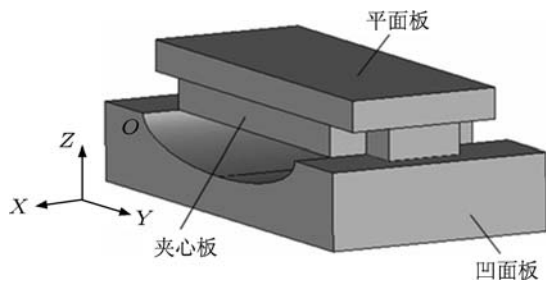


图1 三明治隔振器装置图

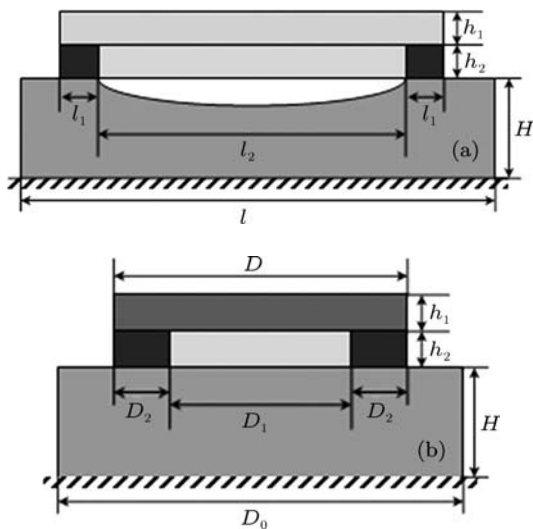


图2 隔振器平面图 (a) YZ 平面图; (b) XZ 平面图

根据理论设计, 凹面间隙最大高度为

$$z_{\max} = \alpha \left(\frac{l_2}{2} \right)^{1/2}. \quad (1)$$

当荷载 F 在竖直方向上作用在平面板中间时,

隔振系统此时简化为一单自由度系统, 则根据竖向力平衡有

$$F = k_1 X + k_{n+1} X^3, \quad (0 \leq X \leq z_{\max}), \quad (2)$$

$$F = k_2 X - P, \quad (X > z_{\max}), \quad (3)$$

其中 $k_1 = 2E \frac{D_1}{h_2} l_1$, $k_3 = E \frac{D}{h_2} \frac{2}{n+1} \alpha^{-2}$, $P = 2ED \frac{\alpha}{h_2} \frac{2}{3} \left(\frac{l_2}{2} \right)^{4/3}$, $k_2 = 2E \left(\frac{D_1}{h_2} l_1 + \frac{D}{h_2} \frac{l_2}{2} \right)$.

由 (2) 式可以看出, 方程中包含一、三次项, 即可以通过其来构造 Duffing 方程, k_1 为方程的线性项系数, 主要与参数 E, l_1, D_2, h_2 有关, 因此, 线性项由夹心板左右两个长方体的尺寸决定; k_{n+1} 为方程的非线性项系数, 主要与参数 E, D, h_2 有关, 还与凹槽线形有关, 对于确定的凹槽来说, 其主要由中间长方体尺寸决定. 根据 k_1, k_3 的计算公式可以看出, 整体刚度的变化主要通过弹性模量 E , 宽度 D, D_1 , 厚度 h_2 的调整. 当去除图 2 中模型 (a) 的左右两个长方体, 则 $k_1 = 0$, 变为只有三次项刚度的非线性模型; 当中间长方体去除后, 则 $k_3 = 0$, 变为只有一次项刚度的线弹性模型. 根据模型得到其刚度由一、三次项组成. 其中一次项刚度 $k_1 = 2E \frac{D_1}{h_2} l_1$, 三次项刚度 $k_3 = E \frac{D}{h_2} \frac{2}{n+1} \alpha^{-2}$.

根据 (3) 式可以看出, 当压缩位移大于 z_{\max} 时, 凹槽与上面的弹性材料完全接触, 则此时系统变为一个线性系统.

将 k_1, k_3 作比可以有下面的关系:

$$\frac{k_3}{k_1} = \frac{\alpha^{-2}}{3} \frac{1}{l_1} \frac{D}{D_1}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (4)$$

从 (4) 式可以看出, 当 $0 < \alpha < 1$ 时, $\alpha^{-2} > 1$, 适当减小 α , 增大指数则可以增大 α^{-2} , 从而增大了 k_3 与 k_1 的比例系数. 例如, 取 $\alpha = 0.01$, 则 $\alpha^{-2} = 10^4$, 则其比例关系还可以通过夹心板宽度 D_1, D 来进一步调节. 因此, 从理论上说, 隔振系统整体的刚度可以通过上述参数的调节达到任意值, 且 k_1, k_3 的比例关系也可以通过参数的改变来任意调节.

本文选择的模型几何参数为 $E = 5 \times 10^6$ Pa, $D = 0.3$ m, $l_1 = 0.1$ m, $D_1 = 0.01$ m, $l_2 = 0.3$ m, $h_2 = 0.01$ m, $\alpha = 0.01$, $l = 0.8$ m, $H = 0.03$ m, $h_1 = 0.02$ m.

在上述参数下, 隔振装置的凹槽部分的线形如图 3 所示. 隔振装置在静力情况下的力位移曲线如图 4 所示, 其一、三次项刚度系数分别为 1.0×10^6 , 1.0×10^{12} .

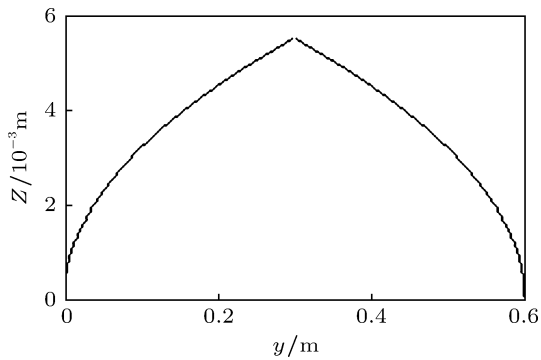


图3 凹槽图形

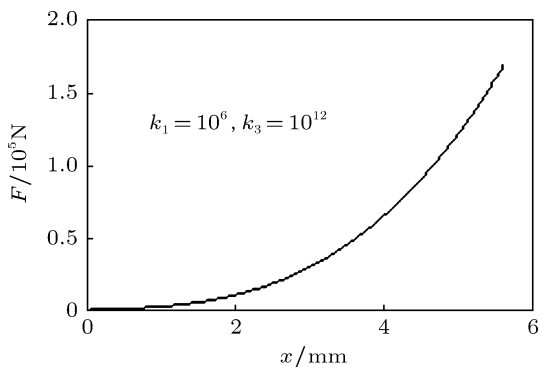


图4 力-位移曲线

3 隔振系统装置

根据上述三明治隔振器模型设计理论, 将此隔振器应用在隔振系统中, 为了实现拉压双向作用, 因此, 系统中使用了两个隔振器, 分别放在被隔振对象 1 的上下两个位置, 下部隔振器直接作用在基础上, 上面的隔振器通过反力架 9, 然后再作用在基础上. 其隔振系统装置图如图 5 所示.

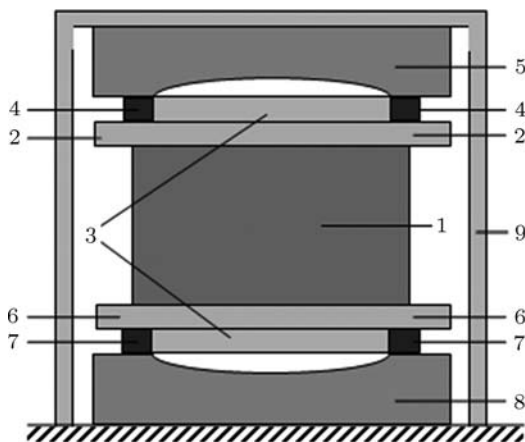


图5 隔振系统装置图 1 为隔振对象, 2, 6 为平面板, 3 为夹心板非线性部分, 4, 7 为夹心板线性部分, 5, 8 为凹面板, 9 为反力架

在简谐激励作用下, 根据三明治隔振模型, 建

立其动力学方程为

$$M \frac{d^2 X}{dT^2} + C \frac{dX}{dT} + k_1 X + k_3 X^3 = F \cos(\Omega T) + G, \quad (-z_{\max} < X < z_{\max}), \quad (5)$$

$$M \frac{d^2 X}{dT^2} + C \frac{dX}{dT} + k_2 X - P = F \cos(\Omega T) + G, \quad (X \geq z_{\max} \text{ 或 } X \leq -z_{\max}). \quad (6)$$

将方程 (5), (6) 无量纲化处理后则方程变为

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \xi \frac{dx}{dt} + x + x^3 = f \cos(\omega t) + g, \quad \left(-\left(\frac{k_3}{k_1}\right)^{1/2} z_{\max} < x < \left(\frac{k_3}{k_1}\right)^{1/2} z_{\max}\right), \quad (7)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \xi \frac{dx}{dt} + x - p = f \cos(\omega t) + g,$$

$$\left(x \geq \left(\frac{k_{n+1}}{k_1}\right)^{1/2} z_{\max} \text{ 或 } x \leq -\left(\frac{k_{n+1}}{k_1}\right)^{1/2} z_{\max}\right), \quad (8)$$

其中, M, C 表示被隔振结构的质量和阻尼系数, $x = \left(\frac{k_3}{k_1}\right)^{1/2} X, \xi = C/\sqrt{Mk_1}, \Omega_n = \sqrt{\frac{k_1}{M}}, f = \frac{F}{k_1} \left(\frac{k_3}{k_1}\right)^{1/2}, \omega = \Omega/\Omega_n, t = \Omega_n T, g = \frac{G}{k_1} \left(\frac{k_3}{k_1}\right)^{1/2}, p = \frac{P}{k_1} \left(\frac{k_3}{k_1}\right)^{1/2}$.

4 数值计算

4.1 非线性动力学行为

4 阶龙格库塔法在混沌动力学计算中得到了广泛的应用, 本文采用 4 阶龙格库塔法对上述系统进行了数值计算, 初始条件为 (0.002, 0), 在计算中, 积分步长取为激励力周期的 1/100, 根据其模型参数计算出其无量纲量为: 激励力幅值为 $f = 4$, 激励力频率为 $\omega = 3.9$, 静载荷 $g = 2.2$, $\xi = 0.1$. 此时系统处于混沌状态, 得到了相图 (如图 6) 和 Poincaré 图 (如图 7). 计算其最大 Lyapunov 指数 0.1631. 系统在上述参数下处于混沌状态. 隔振系统的位移在 $\pm 3\text{mm}$ 以内. 如果需要在更小的位移内振动, 则需要调整模型参数, 同时也需要更高的工艺加工.

在混沌振动中, 混沌的全局特性性非常重要, 于是, 将 f 从 0 变化到 13, 利用数值计算得到系统周期及混沌运动的全局分岔图 (如图 8 所示).

从图 8 可以看出其运动形式与激励力 f 的全局演化过程: 系统刚开始处于 $P-1$ 周期运动, 接着经过了三个倍周期分岔, 之后是一个混沌区和

阵发性混沌区后, 最后转变为一个新的 $P-1$ 周期运动.

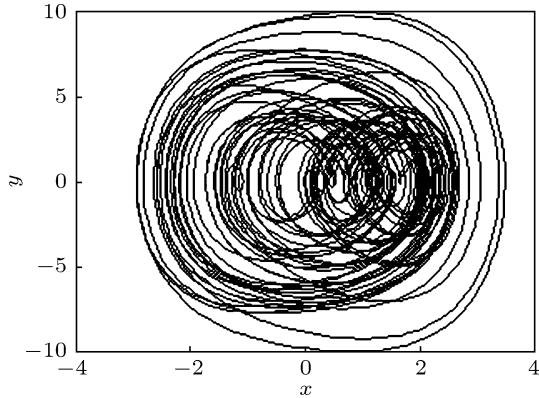


图6 混沌状态下的相图

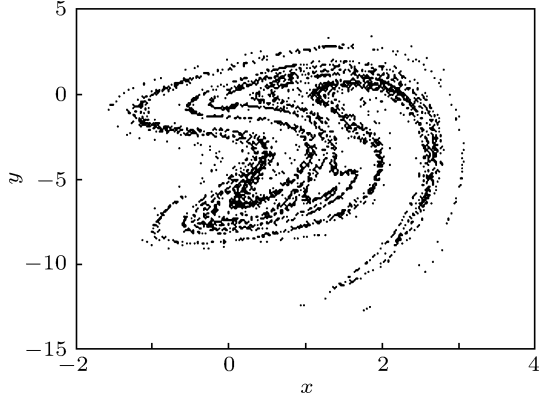


图7 混沌状态下的 Poincaré图

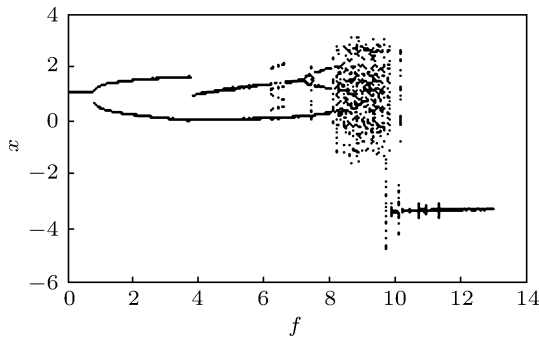


图8 系统关于激励力幅值的全局分岔图

4.2 振动隔振效果

根据上述理论与数值计算研究, 详细分析了本文所给定参数下的 Duffing 系统的非线性动力学特性和全局分岔演变过程. 当输入为单一频率的线谱时, 其特征线谱频率为 15 Hz, 功率谱峰值为 104.21 dB, 其系统的混沌响应为一宽频谱, 特征线谱频率 15 Hz 处的功率谱为 65.53 dB, 如图 9, 图 10 所示. 图 11, 图 12 分别表示未混沌状态和混

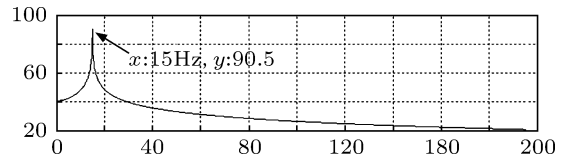


图9 混沌时输入加速度功率谱

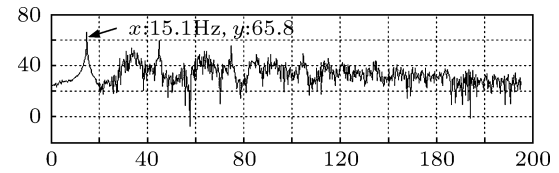


图10 混沌时输出加速度功率谱

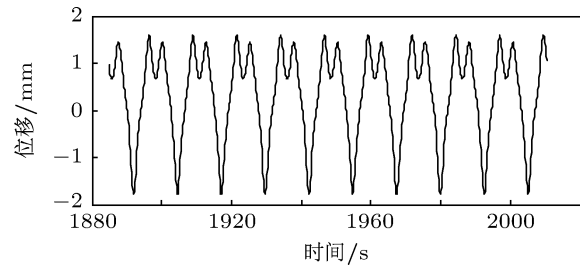


图11 未混沌时位移曲线

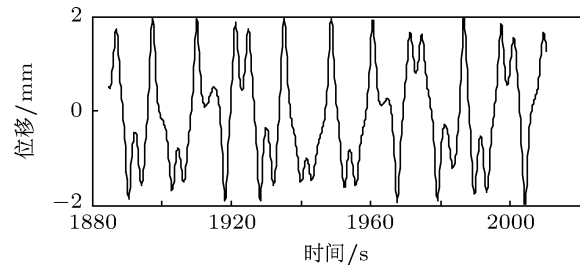


图12 混沌时输出位移曲线

沌状态被隔振设备的位移时间曲线. 根据上述的参数模型系统, 将其应用在混沌隔振上, 对于系统隔振效果的评估采用功率流方法, 该方法易于理解振动传输机理, 而且功率流可以在结构上某点通过测量获得. 对比处于混沌状态时的输入功率流与输出功率流 (图 13, 图 14), 通过图 13, 图 12 得到, 输入单一频率的线谱, 其特征线谱频率为 15 Hz, 功率流峰值为 71.4 dB, 系统输出为一宽频谱, 通过隔振后, 特征线谱频率 15 Hz 处的功率流峰值为 36.4 dB, 于是得到: 当系统处于混沌状态时, 该系统能够很好地将线谱的幅值降低, 且能够将其单一频率转化为宽频谱, 使得单一集中的能量分散到各个谐波频率上, 体现了非常好的隔振效果.

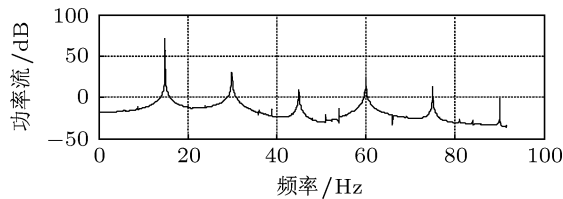


图 13 混沌状态时的输入功率流

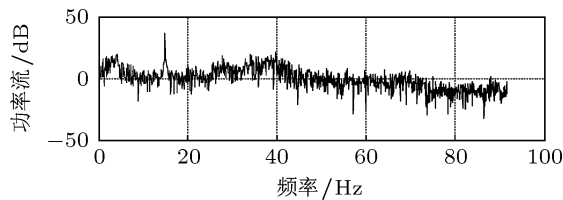


图 14 混沌状态时的输出功率流

5 结论

混沌隔振的难点在于既要产生混沌信号,又要保持较低的振动幅值,同时保持较好的隔振效果,该难点限制了混沌隔振的应用. 本文根据混沌隔振原理,经过巧妙的构思,设计了混沌隔振装置,将系统能量消耗于隔振装置中,该装置能产生较强的混沌信号,调整方便,具有较好的混沌隔振效果,通过对特定的隔振系统进行动力学分析,该装置能够在小位移下($\pm 3\text{mm}$ 以内)实现混沌,并得到了其全局分岔演化过程,为进一步设计、调整、优化模型装置尺寸参数起到了指导作用,在工程中有着广泛的应用前景.

- [1] Jiang R J, Zhu S J 2001 *Proc. 18th Binnial Conference on Mechanical Vibration and Noise* (ASME, Pittsburgh, USA) p2163
- [2] Ueda Y 1980 *Annals New York Acad Sci.* **357** 422
- [3] Fu Y M, Zhen Y F 2003 *Acta Mechanical Solida Sinica* **16** 74
- [4] Benedettini F, Rega G, Salvatori A 1992 *Chaos, Solitons & Fractals* **2** 303
- [5] Yu X, Shijian Zhu S H, Liu S Y 2007 *Chaos, Solitons & Fractals* **1** 145
- [6] Zhu S J 2006 *Ph. D. Thesis* (National University of Defense Technology, China), (in Chinese) [朱石坚 2006 博士论文 (海军工程大学)]
- [7] Xiao B Q, Yu B M, Wang C H, Chen L X 2009 *Physics Letters A* **373** 4178
- [8] Lou J J, Zhu S J, He L, Yu X 2005 *Journal of Sound and Vibration* **286** 645
- [9] Zhu S J, Zhen Y F, Fu Y M 2004 *Journal of Sound and Vibration* **271** 15
- [10] Song X L, Zhao P Y, Yu D J 2008 *Journal of Hunan University (Natural Sciences)* **35** 31 (in Chinese) [宋晓琳赵丕云于德介 2008 湖南大学学报 **35** 31]
- [11] Guo F K 2008 *Communications in Theoretical Physics* **49** 1397
- [12] Xiao B Q, Jiang G P, Chen L X 2010 *Science in China Series G: Physics Mechanics Astronomy* **53** 30
- [13] Wang Z, Chau K T 2009 *Chaos, Solitons & Fractals* **39** 168
- [14] Shen Y, Yang S, Pan C 2004 *Vibration and Active Control* **23** 179
- [15] Shen Y, Yang S, Pan C 2006 *Journal of Innovative Computing, Information and Control* **2** 323

Design and research of chaotic vibration isolation system under the condition of small displacement*

Jiang Guo-Ping^{1)†} Tao Wei-Jun¹⁾ Huan Shi¹⁾ Xiao Bo-qi^{2)†}

1) (*Earthquake Engineering Research Test Center, Guangzhou University, Guangzhou 510405, China*)

2) (*Department of Physics and Electromechanical Engineering, Sanming University, Sanming 365004, China*)

(Received 26 Apr 2011; revised manuscript received 18 July 2011)

Abstract

A chaotic vibration isolation device under the condition of small displacement is designed according to the chaotic vibration theory. The device can generate strong nonlinearity under small displacement. The linear part and the nonlinear part are completely separated. The overall stiffness, the ratio of linear term to nonlinear term can be easily adjusted. The engineering application scope of the device turns wider. The numerical simulation is carried out with specific parameters. The design is confirmed.

Keywords: nonlinear, vibration isolation, chaos, spectral lines

PACS: 05.45.Gg, 55.50.G–

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11102100), and the Scientific Research Special Foundation for Provincial University of Education Department of Fujian Province of China (Grant No. JK2011056).

† E-mail: lp2002999@yahoo.com.cn