

# 基于双负介质结构单元的零折射率超材料\*

苏妍妍 龚伯仪 赵晓鹏<sup>†</sup>

(西北工业大学理学院, 西安 710129)

(2011年7月4日收到; 2011年12月21日收到修改稿)

以连通长杆加树枝结构为基本单元模型, 制备出折射率为零的超材料, 并研究其电磁特性。首先考察了连通长杆加单级树枝的情况, 调节结构单元的几何参数可使其在频率  $f = 9.5 \text{ GHz}$  处实现有效介电常数和有效磁导率同时从负值趋于零点, 从而得到折射率  $n = 0$ 。同时也研究了单级树枝长度及夹角对零折射率超材料电磁参量的影响。最后考察了树枝结构为二级和三级的情况, 发现通过调节各单元的结构参数, 均能得到在同一频率点处介电常数和磁导率同时为零的零折射率超材料。

**关键词:** 零折射, 超材料, 树枝状结构, 电磁参量

**PACS:** 41.20.Jb, 42.25.Gy, 78.20.Ci

## 1 引言

自 2001 年 Smith 等<sup>[1]</sup>首次制备出微波波段磁导率和介电常数同时为负的左手材料(left-handed metamaterials)以来, 电磁超材料越来越引起人们的广泛关注<sup>[2-5]</sup>。作为一种新型的人工结构材料, 可以具有诸如负折射<sup>[6]</sup> 和完美透镜<sup>[7]</sup> 等一系列特殊性能。根据有效媒质理论<sup>[8]</sup>, 超材料的电磁特性可以通过有效磁导率  $\mu$  及有效介电常数  $\epsilon$  来表征。通过合理的设计和调节超材料的基本结构, 可以有效地调控超材料的磁导率和介电常数, 从而使材料具备预想的电磁特性。

随着左手材料的出现, 材料的折射率必须为正值这一传统概念被改变。事实证明材料的折射率  $n$  可取任何值 ( $n > 0$ ,  $n < 0$  或  $n = 0$ )。材料的有效介电常数  $\epsilon$  和磁导率  $\mu$  的取值分为四种情况, 即  $\epsilon > 0$  和  $\mu > 0$ ,  $\epsilon < 0$  和  $\mu > 0$ ,  $\epsilon < 0$  和  $\mu < 0$ ,  $\epsilon > 0$  和  $\mu < 0$ 。以两个参量的零值为分界线将材料划分为四个区域, 通过对结构参数的调节, 能够在不同区域内实现折射率为零。目前, 许多研究小组通过实验证明了零折射率及近零折射率超材料的存在, 并将其应用于微波波段<sup>[9-11]</sup> 及红外波段<sup>[12]</sup> 的方向性辐射增强、构建太赫兹激光器<sup>[13]</sup>、强磁场的产生<sup>[14]</sup> 等方面。然而, 这类零折射率超材料多

数是通过单一的介电常数  $\epsilon$  或是磁导率  $\mu$  接近于零实现的。如果  $\epsilon$  和  $\mu$  异号, 那么折射率  $n$  为一虚数, 电磁波是衰减的。如果使  $\epsilon$  和  $\mu$  同时从负值趋近于零, 这样会大大降低电磁波的损耗。

本研究组设计了树枝型结构单元模型<sup>[15,16]</sup>, 制备出同时实现负介电常数和负磁导率的微波左手材料<sup>[17-19]</sup> 和红外左手材料<sup>[20]</sup>。基于此类树枝模型, 本文以连通长杆加树枝为基本结构单元, 首先设计出连通长杆加单级树枝的结构单元, 通过调节结构单元的几何参数, 找到该结构有效磁导率和有效介电常数实部均为负值的区域。数值模拟结果表明, 在某一确定频率点该结构的磁导率实部、介电常数实部和折射率实部同时从负值趋近于零。同时, 还研究了树枝长度  $l_1$  及夹角  $\theta_1$  对零折射率超材料电磁参数的影响。在此基础上, 增加单级树枝的级数, 得到连通长杆加二级树枝、连通长杆加三级树枝的超材料结构, 均能实现介电常数  $\epsilon$  和磁导率  $\mu$  同时为零的零折射率超材料。

## 2 数值仿真与实验

本文从仿真模拟和微波实验两个方面来描述零折射率超材料的电磁特性。仿真过程中采用了基于有限积分法的德国商用电磁仿真软件 CST 微波

\* 国家自然科学基金(批准号: 50872113, 50936002) 和西北工业大学基础研究基金(批准号: JC201154) 资助的课题。

† E-mail: xpzhao@nwpu.edu.cn

工作室, 以平面电磁波作为激励源, 电磁波入射方向垂直于超材料平面, 并且设置周期性边界条件。仿真得到反射参量  $S_{11}$  和透射参量  $S_{21}$ , 并通过散射参量提取法<sup>[21]</sup> 反演得到超材料的电磁参量(介电常数  $\varepsilon$ 、磁导率  $\mu$  及折射率  $n$ )随频率的变化曲线, 进而考察其表现出的电磁特性, 通过反复优化确定结构参数。

样品制备采用电路板刻蚀技术, 在厚度  $d = 1.5 \text{ mm}$ ,  $\varepsilon_0 = 2.65$  的聚四氟乙烯板上刻蚀金属铜线结构单元阵列, 为防止氧化, 金属铜表面均作镀锡处理, 处理后的金属层厚度为  $0.03 \text{ mm}$ , 样品的几何尺寸为  $70 \text{ mm} \times 70 \text{ mm}$ 。本文设计的连通长杆加单级树枝实验样品如图 1(a) 所示。由于采取周期性边界条件, 故只对单个结构单元进行了模拟。图 1(a) 中矩形线框内单元结构的放大图如图 1(b) 所示, 其中  $l_1$  为单级树枝长度,  $\theta_1$  为单级树枝夹角,  $l_2$  为连通长杆长度,  $m$  为金属线宽度, 结构单元的长和宽分别为  $l$  和  $w$ , 且  $l = w = 10 \text{ mm}$ 。

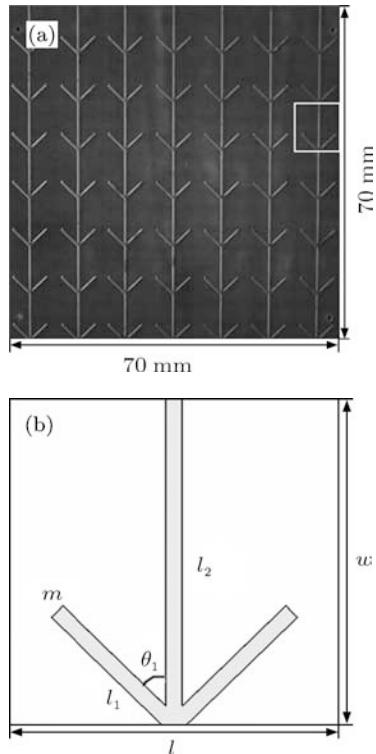


图 1 本文设计的超材料样品示意图 (a) 连通长杆加单级树  
枝样品; (b) 基本结构单元放大图

### 3 结果及讨论

利用如上所述的 CST 高频电磁场仿真软件, 对单级树枝超材料结构单元的尺寸参数进行

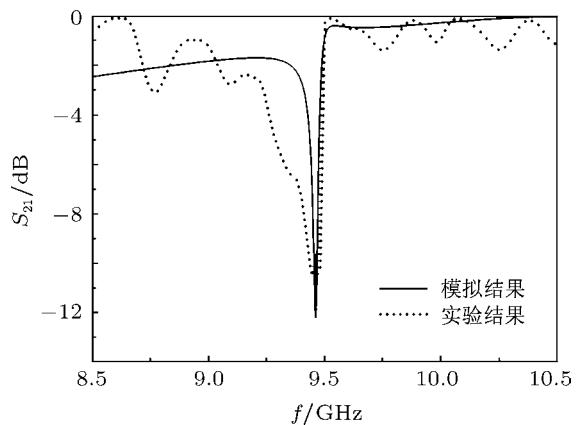


图 2 单级树枝状超材料透射参量  $S_{21}$  的模拟结果和实验结果

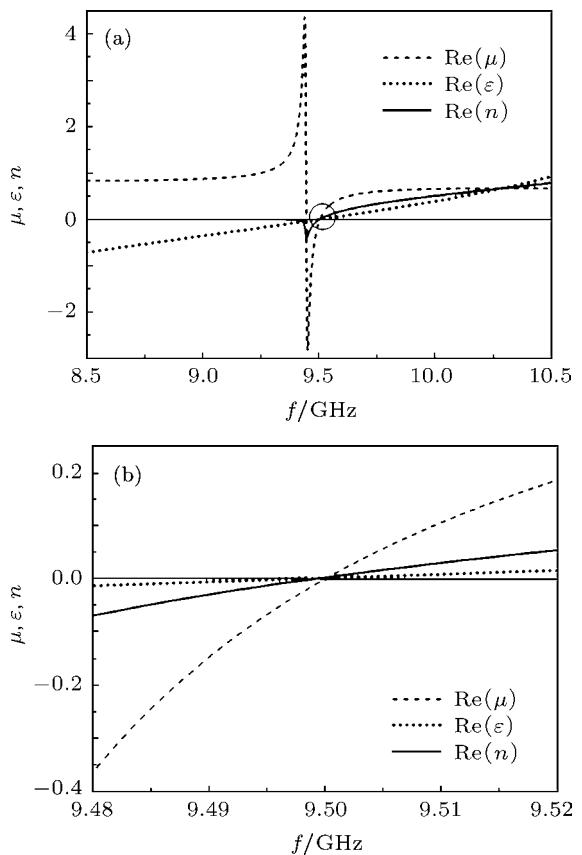


图 3 单级树枝超材料电磁参量  $\mu$ ,  $\varepsilon$  和  $n$  的实部随频率  $f$  的变化曲线 (a)  $\mu$ ,  $\varepsilon$  和  $n$  的实部变化曲线; (b) 局部频段放大图

反复优化后, 使得超材料的有效介电常数和磁导率同时从负值趋近于零。结构的几何参数值分别为单级树枝长度  $l_1 = 5.0 \text{ mm}$ , 单级树枝夹角  $\theta_1 = 45.8^\circ$ , 连通长杆长度  $l_2 = 10 \text{ mm}$ , 金属线宽度  $m = 0.5 \text{ mm}$ , 此时模拟得到结构的透射参量  $S_{21}$  随频率  $f$  的变化如图 2 所示, 图中的实验结果是通过 AV3618 型微波一体化矢量网络分析仪测量得到。从图 2 可以看出, 在频率  $f = 9.5 \text{ GHz}$  附近, 实

验曲线和仿真曲线中均存在一个明显的透射峰,与文献[22,23]类似,这个透射峰很可能是因为超材料结构谐振引起的。仿真结果与实验结果在数值上的差异主要是由于超材料的制备缺陷和实验系统本身的限制所造成。

为了更好地解释超材料的电磁特性,通过散射参量提取法<sup>[21]</sup>反演得到材料的电磁参量。图3所示为该结构单元电磁参量 $\mu$ 、 $\varepsilon$ 和 $n$ 的实部随频率 $f$

变化的仿真结果。从图3中以看出,在频率 $f=9.5\text{ GHz}$ 附近,有效磁导率 $\mu$ 、有效介电常数 $\varepsilon$ 以及折射率 $n$ 均由负值向零趋近。对图3(a)圆圈内频段放大得到的局部频段放大图如图3(b)所示,由此可以看出,当频率 $f=9.5\text{ GHz}$ 时,三者的实部值均为负值达到零。

为了理解所设计的超材料结构的电磁谐振特性,对该结构的表面电流分布进行了监控。电磁波

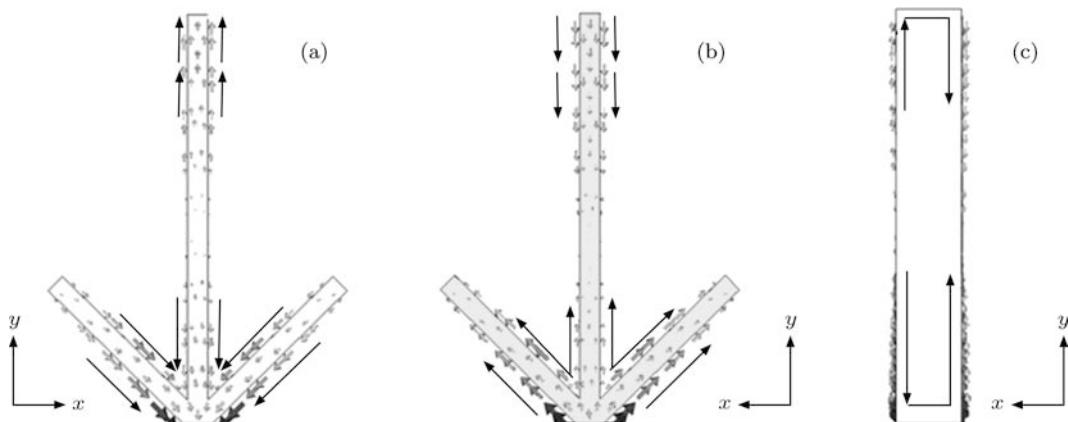


图4 单级树枝状超材料在谐振时( $f=9.5\text{ GHz}$ )的表面电流分布 (a)入射面; (b)出射面; (c)纵剖面

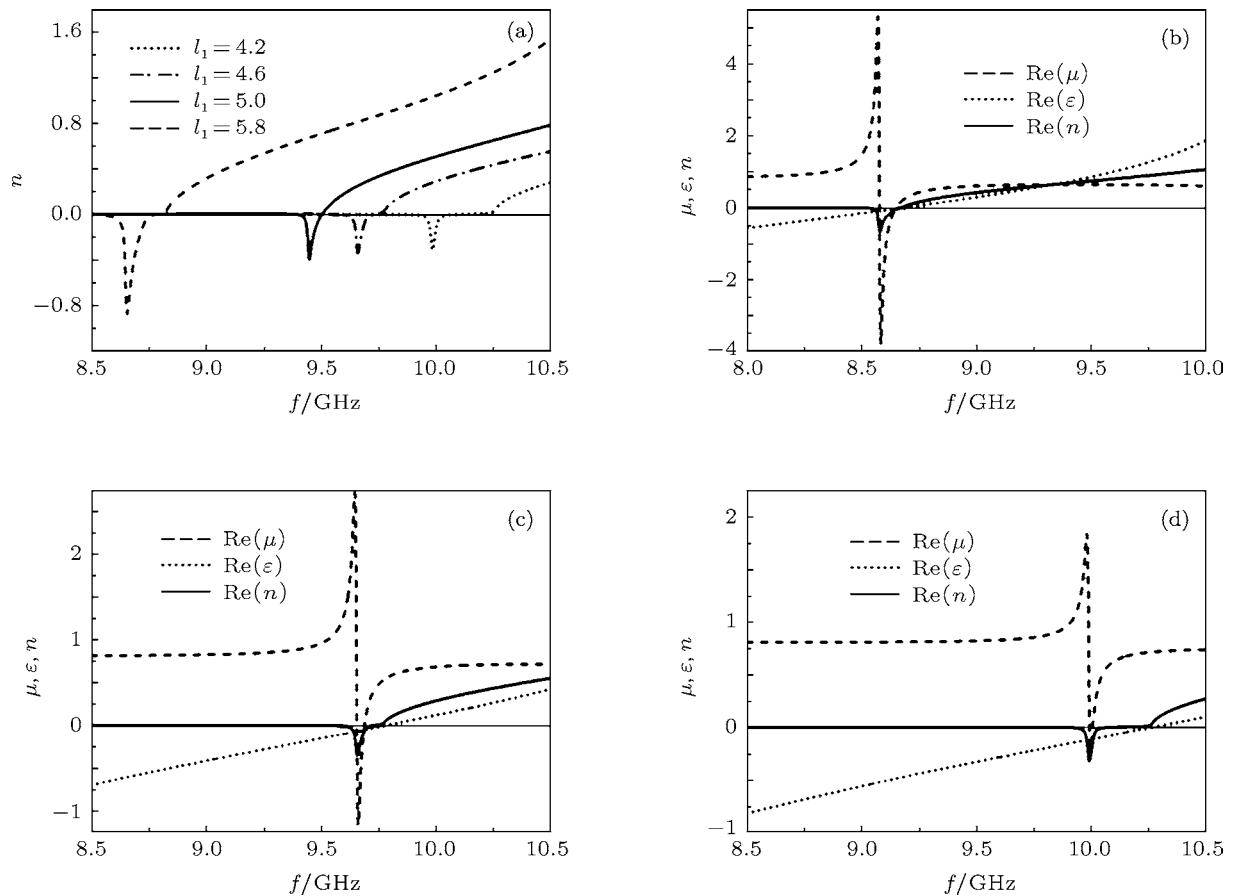


图5 单级树枝长度 $l_1$ 取不同值时,零折射率超材料电磁参量 $\mu$ 、 $\varepsilon$ 和 $n$ 随频率 $f$ 的变化 (a) 树枝长度不同时折射率对比; (b)  $l_1 = 5.8\text{ mm}$ ; (c)  $l_1 = 4.6\text{ mm}$ ; (d)  $l_1 = 4.2\text{ mm}$

入射平面及出射平面如图 4(a) 和 (b) 所示, 图中颜色较深的空心箭头表示结构的表面电流密度较大, 颜色较浅的空心箭头表示结构的表面电流密度较小, 黑色实心箭头代表表面电流流动方向。在电磁波沿垂直于树枝平面方向 ( $z$  方向) 入射, 电场  $\mathbf{E}$  沿  $y$  方向的情况下, 结构中出现大小两个反向环形电流, 介质板正面及背面电流反平行, 且树枝所在处的电流分布较强, 反平行的表面电流可以引起与外磁场方向相反的磁场, 形成磁谐振, 使得结构在  $f = 9.5$  GHz 附近有效磁导率  $\mu$  为负值。单级树枝超材料的连通长杆降低了超材料结构的等离子频率, 当外频率小于等离子频率时, 有效介电常数  $\varepsilon$  为负值<sup>[24–27]</sup>, 如图 3 所示。结构单元的介电常数实部在  $f < 9.5$  GHz 时为负值,  $\varepsilon < 0$  向  $\varepsilon > 0$  的转变同样发生在  $f = 9.5$  GHz 处。由此可知, 在  $f = 9.5$  GHz 处实现了  $\mu$  和  $\varepsilon$  均从负值趋近于零。

调节结构单元的几何参数, 结构单元的电磁参数随几何参数的改变而变化。当单级树枝夹角  $\theta_1 =$

$45.8^\circ$  时, 改变树枝长度  $l_1$  会对结构折射率  $n$  产生影响, 结果如图 5 所示。从图 5 可以看出: 只有当  $l_1$  取适当值 ( $l_1 = 5.0$  mm) 时, 超材料结构磁谐振减弱使得磁导率  $\mu$  从  $\mu < 0$  向  $\mu > 0$  转变; 当外场频率与结构等离子频率可以比拟时, 介电常数  $\varepsilon$  从  $\varepsilon < 0$  向  $\varepsilon > 0$  转变; 这两种情况同时发生时, 材料的折射率等于零, 且电磁损耗很小。而在其他几何参数下, 磁导率  $\mu$  从  $\mu < 0$  向  $\mu > 0$  转变的频率小于介电常数  $\varepsilon$  从  $\varepsilon < 0$  向  $\varepsilon > 0$  转变的频率, 因此无法实现介电常数  $\varepsilon$  和磁导率  $\mu$  同时为零。从图 5 还可以看出, 在树枝夹角  $\theta_1$  不变的情况下, 随着长度  $l_1$  的增大, 折射率  $n$  向低频方向移动。

另一方面, 保持单级树枝长度  $l_1 = 5.0$  mm 不变, 改变单级树枝夹角  $\theta_1$  的大小, 可以得到如图 6(a) 所示的折射率  $n$  随树枝夹角  $\theta_1$  的变化关系。从图 6(a) 可以看出, 随着夹角  $\theta_1$  的不断增大, 折射率  $n$  向高频方向移动。固定树枝长度  $l_1$  不变, 改变树枝夹角  $\theta_1$  对单元结构电磁参量值的影响如

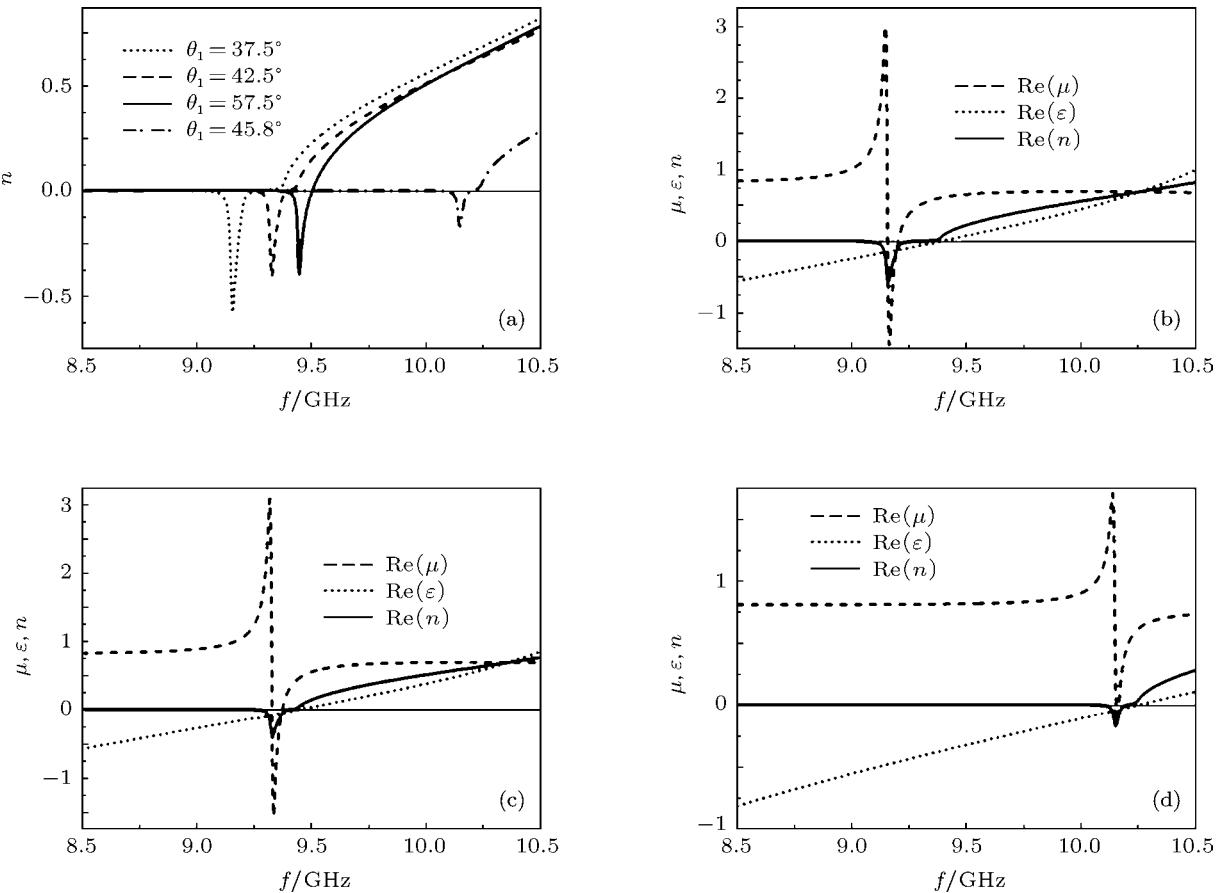


图 6 单级树枝夹角  $\theta_1$  取不同值时, 零折射率超材料电磁参量  $\mu, \varepsilon$  和  $n$  随频率  $f$  的变化 (a) 树枝夹角  $\theta_1$  不同时折射率对比; (b)  $\theta_1 = 37.5^\circ$ ; (c)  $\theta_1 = 42.5^\circ$ ; (d)  $\theta_1 = 57.5^\circ$

图 6(b)–(d) 所示. 由于有效介电常数  $\varepsilon$  和有效磁导率  $\mu$  并非同时趋近于零, 所以图 6(b)–(d) 三个图中折射率为零的部分均是由介电常数  $\varepsilon < 0$  引起的, 即是由结构中连通长杆使得等离子体频率降低引起的. 与图 5 的解释类似, 只有当  $l_1 = 5.0 \text{ mm}$ ,  $\theta_1 = 45.8^\circ$  时, 有效磁导率  $\mu$  和有效介电常数  $\varepsilon$  同时从负值向零趋近.

基于相同的设计思想, 增加单级树枝的级数, 本文同时设计了连通长杆加二级树枝、连通长杆加三级树枝的超材料结构, 结构单元如图 7 所示, 图中  $l_i (i = 1, 2, 3)$  代表各级树枝长度,  $\theta_j (j = 1, 2, 3)$  代表各级树枝间的夹角. 调节多级杆的长度  $l_i$  及杆间的夹角  $\theta_j$ , 均可以在  $f = 9.5 \text{ GHz}$  处实现有效介电常数  $\varepsilon$  和有效磁导率  $\mu$  同时从负值趋近于零点, 此时得到折射率为零的超材料. 通过 CST 微波工作室软件仿真及反复优化, 可以得到当  $l_1 = 2.0 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 2.9 \text{ mm}$ ,  $\theta_1 = 65^\circ$ ,  $\theta_2 = 60^\circ$  时, 二级树枝超材料结构的  $\varepsilon$  和  $\mu$  同时从负值趋近于零点; 调节三级树枝超材料结构的几何参数, 使  $l_1 = 1.4 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 2.5 \text{ mm}$ ,  $l_3 = 0.6 \text{ mm}$ ,  $\theta_1 = 60.5^\circ$ ,  $\theta_2 = 60^\circ$ ,  $\theta_3 = 60^\circ$  实现三级树枝超材料  $\varepsilon$  和  $\mu$  同时为零. 两种结构的电磁参量  $\mu$ ,  $\varepsilon$  和  $n$  的实部随频率  $f$  的

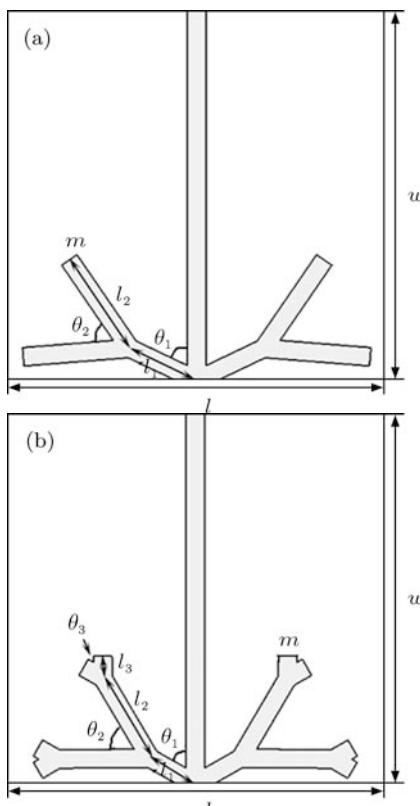


图 7 连通的长杆加多级树枝单元结构示意图 (a) 连通长杆加二级树枝零折射率超材料; (b) 连通长杆加三级树枝零折射率超材料

变化如图 8 所示. 与单级树枝超材料类似, 二级和三级树枝零折射率超材料的折射率零点也是通过有效磁导率和有效介电常数同时从负值趋近于零实现的.

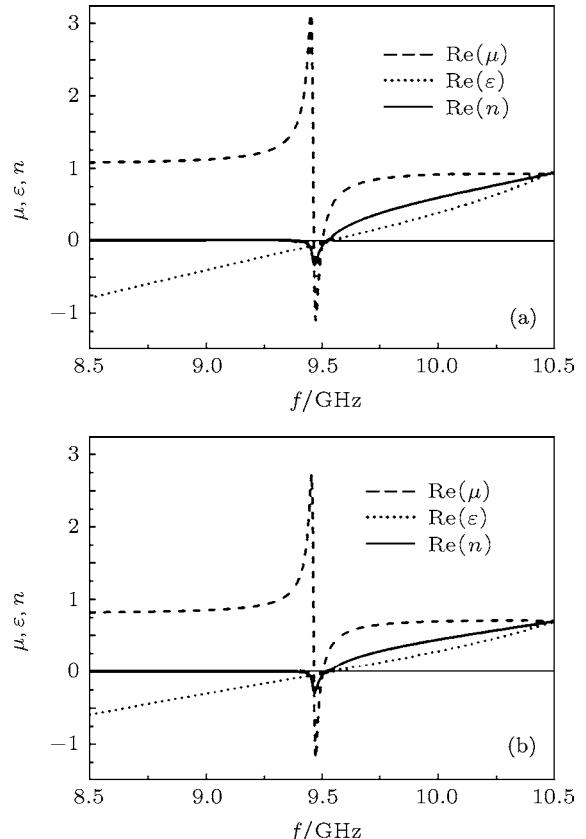


图 8 多级树枝超材料电磁参量  $\mu$ ,  $\varepsilon$  和  $n$  的实部随频率  $f$  的变化 (a) 连通长杆加二级树枝零折射率超材料; (b) 连通长杆加三级树枝零折射率超材料

## 4 结 论

本文通过计算机仿真和实验, 采用连通长杆加单级树枝结构为基本单元模型, 设计了一种新型的零折射率超材料, 并研究了其电磁特性. 该结构单元包括连通长杆和树枝两部分, 电磁仿真表明连通长杆使得介电常数出现负值, 树枝结构使得结构发生磁谐振而出现磁导率为负值, 调节结构单级树枝长度  $l_1$  及夹角  $\theta_1$  的几何尺寸, 折射率都会随之变化. 在结构的几何参数取得适当值时, 超材料折射率  $n = 0$ , 这是由于介电常数和磁导率同时为零造成的. 在此基础上, 增加树枝的级数设计出连通长杆加二级树枝及连通长杆加三级树枝结构单元, 通过结构参数的调节, 在同一频率点均能得到  $\varepsilon$  和  $\mu$  为零的零折射率超材料.

- [1] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [2] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [3] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
- [4] Zhao Q, Zhao X P, Kang L, Zhang F L, Liu Y H, Luo C R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2206 (in Chinese) [赵乾, 赵晓鹏, 康雷, 张富利, 刘亚红, 罗春荣 2004 物理学报 **53** 2206]
- [5] Liu Y H, Luo C R, Zhao X P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5883 (in Chinese) [刘亚红, 罗春荣, 赵晓鹏 2007 物理学报 **56** 5883]
- [6] Parazzoli C G, Gregor R B, Li K, Koltenbah B E C 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 107401
- [7] Rao X S, Ong C K 2003 *Phys. Rev. E* **68** 067601
- [8] Smith D R, Pendry J B 2006 *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 391
- [9] Enoch S, Tayeb G, Sabouroux P, Vincent P 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 213902
- [10] Wu B I, Wang W, Pacheco J 2005 *Prog. Electromagn. Res.* **51** 295
- [11] Zhou H, Pei Z B, Qu S B, Zhang S, Wang J F, Duan Z H, Ma H, Xu Z 2009 *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.* **8** 538
- [12] Mocella V, Dardano P, Rendina I, Cabrini S 2010 *Opt. Express* **18** 25068
- [13] Tavallaei A A, Hon P, Mehta K, Itoh T, Williams B S 2010 *IEEE J. Quantum Electron.* **46** 1091
- [14] Jin Y, Zhang P, He S L 2010 *Phys. Rev. B* **81** 085117
- [15] Zhu W R, Zhao X P, Guo J Q 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 241116
- [16] Zhou X, Fu Q H, Zhao J, Yang Y, Zhao X P 2006 *Opt. Express* **14** 7188
- [17] Luo C R, Wang L S, Guo J Q, Huang Y, Zhao X P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3124 (in Chinese) [罗春荣, 王连胜, 郭继权, 黄勇, 赵晓鹏 2009 物理学报 **58** 3124]
- [18] Zhou X, Zhao X P 2007 *Appl. Phys. Lett.* **91** 181908
- [19] Guo J Q, Luo C R, Zhao X P 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 044102
- [20] Liu H, Zhao X P, Yang Y, Li Q W, Lü J 2008 *Adv. Mater.* **20** 2050
- [21] Povinelli M L, Johnson S G, Joannopoulos J D 2003 *Appl. Phys. Lett.* **82** 1069
- [22] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, Nemat-Nasser S C, Schultz S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184
- [23] Dolling G, Wegener M, Soukoulis C M, Linden S 2007 *Opt. Lett.* **32** 53
- [24] Jackson J D 1975 *Classical Electrodynamics* (New York: Wiley) p54
- [25] Liang Z X, Zhang Z D, Liu W M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 050402
- [26] Ji A C, Sun Q, Xie X C, Liu W M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 023602
- [27] Qi R, Yu X L, Li Z B, Liu W M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 185301

# Zero-index metamaterial based on double-negative structure\*

Su Yan-Yan Gong Bo-Yi Zhao Xiao-Peng<sup>†</sup>

(School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

(Received 4 July 2011; revised manuscript received 21 December 2011)

## Abstract

We present a new kind of zero-index metamaterial composed of periodic array of dendritic cells with continuous long pole, and investigate its electromagnetic characteristics. First, we study the one-level dendritic cell with continuous long pole. The retrieved effective permittivity and permeability of the unit cell simultaneously tend to be zero from their negative values at a frequency of 9.5 GHz, which leads to a near-zero refractive index. Then by changing the geometric parameters of the unit, we find the influences of the branch length and the separation angle on the electromagnetic parameters. Finally, increasing the level number of the branch gives rise to two-level and three-level dendritic cells respectively with continuous long pole. Adjusting the geometric parameters of each unit cell to appropriate values, the zero-index metamaterials with zero permittivity and permeability can be obtained at the same frequency.

**Keywords:** zero-index, metamaterial, dendritic structure, electromagnetic parameters

**PACS:** 41.20.Jb, 42.25.Gy, 78.20.Ci

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50872113, 50936002) and the Foundation for Fundamental Research of Northwestern Polytechnical University, China (Grant No. JC201154).

† E-mail: xpzhao@nwpu.edu.cn