

# 椭球模型下通过雾场的多重光散射谱\*

戴兵<sup>1)†</sup> 袁银男<sup>2)</sup> 梅德清<sup>3)</sup> 江俊康<sup>1)</sup> 戴珊珊<sup>1)</sup>

1) (南通大学理学院, 南通 226019)

2) (南通大学机械工程学院, 南通 226019)

3) (江苏大学汽车与交通工程学院, 镇江 212013)

(2011年6月16日收到; 2011年12月18日收到修改稿)

由于雾滴的非球形、多重散射特性以及几何光学效应, 光通过实际雾场的散射问题成为一个研究难点. 建立了近于实际的椭球雾滴模型, 考虑光的衍射、透射及反射特性后, 利用辐射传播方程得到了在不同的雾滴大小分布及不同的雾滴形状分布下通过雾场的多重散射光强公式. 在两种特例下与已有的结果较为相符, 说明了方法的可靠性. 计算表明: 与随机取向的非球形颗粒场的散射谱呈圆形特征不同, 通过椭球形雾滴场的散射谱呈椭圆特征, 不同方位角的散射光强角分布有所差异, 雾滴的形状因子越接近于1, 差异越小; 与单散射不同, 散射谱中的条纹随光学厚度增大逐步消失; 对于不同大小分布及不同形状分布的雾滴场, 在不同方位角及不同观察角的散射光强随光学厚度 $\tau$ 的增加总是先增大再减小, 光强的极大值位置在 $\tau = 1.0\text{--}3.0$ 范围内. 计算同时还表明, 由于多数情况下实际雾场的雾滴大小偏差较大, 因而通过雾场的散射谱将呈现以中央亮斑为中心向四周弥散的图样.

**关键词:** 多重光散射, 雾滴, 椭球, 光谱

**PACS:** 42.25.Bs, 42.25.Fx, 92.60.Ta

## 1 引言

光通过雾场的散射特性对科学、军事、环境等领域的研究及工程测量都具有重要的意义<sup>[1-4]</sup>. 雾场由于雾滴的浓度较高, 光通过时具有较强的多重散射效应. 关于光通过雾场的多重散射研究, 文献[5-7]采用了基于辐射传播方程的方法, 而文献[8,9]采用了 Monte Carlo 模拟的方法, 但这些方法均未考虑非球形雾滴的情况. 雾场雾滴因其自身重力作用大多呈非球形, 所以在非球形下雾场多重散射的研究更接近于实际. 文献[10]基于辐射传播方程, 得到了一类椭圆截面非球形颗粒的多重散射, 但也仅考虑了衍射近似, 由于雾滴直径范围在若干微米至上百微米<sup>[2-4]</sup>, 对几十微米以上的较大雾滴, 仅采用衍射近似来反映散射是不全面的<sup>[4,5,7]</sup>. 为此, 本文首先建立椭球形雾滴模型, 考虑几何光学因素<sup>[4,5,7]</sup> (即除衍射外, 雾滴的散射还考虑反射

和透射), 求得此时的散射相位函数, 然后基于辐射传播方程得到在不同的雾滴大小分布及不同的雾滴形状分布下通过雾场的多重散射光强公式.

## 2 椭球形雾滴模型及其散射相位函数

雾场的雾滴一般呈非球形<sup>[3,11]</sup>, 大多数雾滴呈椭球形<sup>[10,11]</sup>, 少量的大到百微米以上的雾滴也可能接近钟锤形. 本文建立如图1(a)所示的椭球形雾滴模型, 其长轴取向为垂直方向, 设长半轴和短半轴分别为 $b$ 和 $a$ , 其等效面积圆半径 $r = \sqrt{ab}$ 用来表征雾滴的大小. 显然, 与球形模型相比, 该模型更为适合雾场的实际情形.

当一平面波入射到一颗粒时, 在散射角 $\theta$ 方向上将出现散射光. 对于球形颗粒, 其散射光强可由 Mie 散射解精确求得<sup>[12]</sup>; 而对于一些旋转对称

\* 国家自然科学基金 (批准号: 50976051)、交通运输部科技攻关计划 (批准号: 2009-353-332-280) 和江苏省交通运输厅科技创新攻关计划 (批准号: 10Y25) 资助的课题.

† E-mail: d.bing@ntu.edu.cn

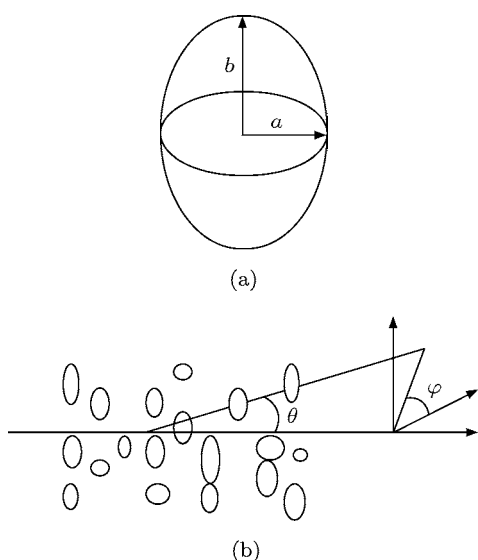


图 1 椭球形雾滴模型下光通过雾场的散射 (a) 椭球形雾滴模型; (b) 光通过雾场的散射示意图

的非球形颗粒 (如椭球形颗粒), 可用  $T$  矩阵方法或 Eikonal 方法求得<sup>[13,14]</sup>, 但均没有解析形式. 因此, 常用一些近似简化表达, 比如对  $r \gg \lambda$  的颗粒可用衍射近似<sup>[6,10]</sup>, 但对于雾场, 有很多雾滴的直径达到几十微米以上, 其散射必须考虑几何光学因素<sup>[4,5,7]</sup>, 即除衍射外, 雾滴的散射还必须考虑反射和透射. 于是, 对于图 1(b) 所示的光散射, 无量纲散射光强  $I(\theta)$  可表示为

$$I(\theta) = I^d(\theta) + I^r(\theta) + I^t(\theta). \quad (1)$$

这里,  $I^d(\theta)$ ,  $I^r(\theta)$  和  $I^t(\theta)$  分别是衍射光强、反射光强和透射光强. 在椭球形雾滴模型下,  $I^d(\theta)$ ,  $I^r(\theta)$  和  $I^t(\theta)$  可分别表示成下列近似解析形式<sup>[5,7]</sup>:

$$I^d(\theta) = \frac{x^2 J_1^2(x\theta')}{\theta'^2}, \quad (2)$$

$$I^r(\theta) = \frac{x^2}{4} \exp(-\gamma\theta'), \quad (3)$$

$$I^t(\theta) = \alpha \frac{x^2}{4} \exp(-\beta\theta'^2 - \delta). \quad (4)$$

这里, 雾滴尺寸参数  $x = kr$ , 其中波数  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为入射光波长;  $J_1$  为第一类一阶贝塞尔函数; 而  $\theta' = \mu\theta$ , 其中  $\mu$  可表示为<sup>[10]</sup>

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon} \cos^2 \varphi + \varepsilon \sin^2 \varphi}, \quad (5)$$

式中,  $\varphi$  为方位角,  $\varepsilon = b/a$  为雾滴的长短轴之比, 本文称之为形状因子; 若雾滴的折射率  $m =$

$m_1 - im_2$  ( $m_1$  和  $m_2$  分别为折射率的实部和虚部), 则  $\delta = 4m_2x$ ; 而  $\alpha$ ,  $\beta$  和  $\gamma$  为与折射率实部相关的常数, 对于水雾滴媒质,  $m_1 = 1.33$ , 文献 [5] 给出了此时  $\alpha$ ,  $\beta$  和  $\gamma$  的值分别为 15.6, 4.7 和 3.0.

由于水雾滴媒质  $m_2 \rightarrow 0$ , 所以  $\delta \rightarrow 0$ , 则

$$I^t(\theta) = \alpha \frac{x^2}{4} \exp(-\beta\theta'^2). \quad (6)$$

考虑到水雾滴  $r \gg \lambda$ , 有  $I^t(\theta) \gg I^r(\theta)$ , 于是

$$I(\theta) \simeq I^d(\theta) + I^t(\theta). \quad (7)$$

这样, 由颗粒的散射光强与相位函数关系<sup>[5,10]</sup> 可求得

$$p(\theta') = \frac{4\beta}{4\beta + \alpha} \left[ \frac{4J_1^2(x\theta')}{\theta'^2} + \alpha \exp(-\beta\theta'^2) \right]. \quad (8)$$

显然, 与球形雾滴不同, 该相位函数与方位角  $\varphi$  及形状因子  $\varepsilon$  有关, 同时也体现了几何光学的因素. 这里, 标准化相位函数  $p(\theta')$  满足如下条件<sup>[5-7]</sup>:

$$\frac{1}{2} \int_0^\infty p(\theta') \theta' d\theta' = 1. \quad (9)$$

### 3 通过椭球形雾滴场的多重光散射

当一平面波通过由大量的雾滴构成的雾场时, 辐射传播方程可写成<sup>[5,7,15]</sup>

$$\begin{aligned} \cos \Theta \frac{dI(\tau, \Theta)}{d\tau} &= -I(\tau, \Theta) + \frac{\omega_0}{2} \\ &\times \int_0^\pi I(\tau, \Theta') p(\theta) \\ &\times \sin \Theta' d\Theta'. \end{aligned} \quad (10)$$

这里,  $\Theta$  为观察角;  $\tau$  为光学厚度;  $\omega_0 = \sigma_{\text{sca}}/\sigma_{\text{ext}}$  为单散射反射率, 其中  $\sigma_{\text{sca}}$  和  $\sigma_{\text{ext}}$  分别为散射系数和消光系数;  $I$  为光强. 考虑小观察角 (近前向) 的情况, 此时,  $\Theta \rightarrow 0$ , 因而  $\cos \Theta \approx 1$ . 在此情况下, Kokhanovsky 和 Weichert (K-W) 得到  $r \gg \lambda$  时通过雾滴场的多重散射光强为<sup>[6]</sup>

$$\begin{aligned} I_{\text{MS}}(\tau, \Theta) &= \frac{I_0}{2\pi} \exp(-\tau) \\ &\times \int_0^\infty \{ \exp[\omega_0 \tau q(\rho)] - 1 \} \\ &\times J_0(\rho\Theta) \rho d\rho. \end{aligned} \quad (11)$$

这里,  $J_0$  为第一类零阶贝塞尔函数,  $q(\rho)$  为与相位函数有关的函数.

对于单分散的球形雾滴场, 雾滴的大小和形状均相同, 因而有  $q(\rho) = q_0(\rho)$ ,  $q_0(\rho)$  可表示为<sup>[5-7]</sup>

$$q_0(\rho) = \frac{1}{2} \int_0^\infty p(\theta) J_0(\rho\theta) \theta d\theta. \quad (12)$$

实际情况下的雾滴场往往是多分散的, 对于多分散的椭球形雾滴场, 雾滴的大小和形状均可能不同.

通常雾场的雾滴数按雾滴的大小服从一定的分布, 理论上经常用  $\Gamma$  分布<sup>[4,16]</sup>、修正的  $\Gamma$  分布<sup>[16]</sup> 和对数正态分布描述<sup>[10]</sup>. 为简洁明了, 这里采用对数正态分布, 其分布函数  $f_d(r)$  为

$$f_d(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r \ln \sigma_r}} \times \exp \left[ -\frac{(\ln r - \ln \bar{r} + 0.5 \ln^2 \sigma_r)^2}{2 \ln^2 \sigma_r} \right], \quad (13)$$

式中,  $\bar{r}$  为雾滴的平均大小 (平均等效面积圆半径),  $\sigma_r$  为雾滴的大小偏差.

借鉴文献 [17] 提出的方法, 在椭球形雾滴模型下用形状因子  $\varepsilon$  表征雾滴的形状. 在雾场中, 大量的椭球形雾滴的形状因子并不相同, 于是以形状分布函数  $f_s(\varepsilon)$  来反映, 并设为对数正态分布, 即

$$f_s(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \varepsilon \ln \sigma_\varepsilon}} \times \exp \left[ -\frac{(\ln \varepsilon - \ln \bar{\varepsilon} + 0.5 \ln^2 \sigma_\varepsilon)^2}{2 \ln^2 \sigma_\varepsilon} \right], \quad (14)$$

式中,  $\bar{\varepsilon}$  为雾滴的平均形状因子;  $\sigma_\varepsilon$  为雾滴的形状因子偏差.

于是, 在雾滴的大小分布和形状分布下, 有

$$q(\rho) = \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty q'_0(\rho) r^2 f_d(r) f_s(\varepsilon) dr d\varepsilon}{\int_0^\infty \int_0^\infty r^2 f_d(r) f_s(\varepsilon) dr d\varepsilon}. \quad (15)$$

这里  $q'_0(\rho)$  可由 (12) 式得到, 考虑到  $\theta' = \mu\theta$ , 有

$$q'_0(\rho) = \frac{1}{2\mu^2} \int_0^\infty p(\theta') J_0 \left( \frac{\rho}{\mu} \theta' \right) \theta' d\theta'. \quad (16)$$

将 (8) 式代入 (16) 式, 可得

$$q'_0(\rho) = q'_{01}(\rho) + q'_{02}(\rho). \quad (17)$$

这里

$$q'_{01}(\rho) = \begin{cases} \frac{4\beta}{\pi\mu^2\omega_0(4\beta + \alpha)} \\ \times [\arccos(y) - y(1 - y^2)^{1/2}] & (y \leq 1), \\ 0 & (y > 1), \end{cases} \quad (18)$$

其中  $y = \rho/2\mu x$ ;

$$q'_{02}(\rho) = \frac{\alpha}{\mu^2\omega_0(4\beta + \alpha)} \exp \left( -\frac{\rho^2}{4\beta\mu^2} \right). \quad (19)$$

光学厚度  $\tau$  可表示为<sup>[6]</sup>

$$\tau = \int_0^\infty 2\pi r^2 N L f_d(r) dr, \quad (20)$$

式中,  $N$  为雾滴数密度,  $L$  为雾场的几何厚度. 这样, 考虑了雾滴的椭球形模型、几何光学效应及大小分布和形状分布, 将 (15) 式代入 (11) 式就可得到通过椭球形雾滴场的多重散射光强分布.

### 4 模拟计算及分析

为了验证本文方法的可靠性, 取  $r = 15 \mu\text{m}$ , 给出了在单分散时本文方法与修正的 K-W 方法<sup>[5,7]</sup> 及 Eikonal 近似方法<sup>[14]</sup> 所得结果的对比如图 2 所示. 在本文计算中, 波长  $\lambda$  取为 632.8 nm. 由于 K-W 方法是对球形颗粒而言, 因此取  $\varepsilon = 1.0$ , 将本文方法在球形特例下的散射光强随观察角的变化与修正的 K-W 方法<sup>[5,7]</sup> 的结果进行对比, 可见两者较为相符, 这里取光学厚度  $\tau = 0.5$ . 由于 Eikonal 近似方法是对单散射 (即不考虑多重散射效应) 的椭球形颗粒而言, 考虑到在  $\tau < 0.01$  时多重散射与单散射的相对误差不超过 1%<sup>[18,19]</sup>, 所以取  $\tau = 0.001$ , 将本文方法在近似于单散射特例下的散射光强角分布与 Eikonal 近似方法<sup>[6,7]</sup> 的计算结果进行对比, 可见两者同样符合较好, 这里取椭球形颗粒的形状因子  $\varepsilon = 1.5$ , 而方位角  $\varphi = 0$ . 以上对比结果表明了本文方法的可靠性.

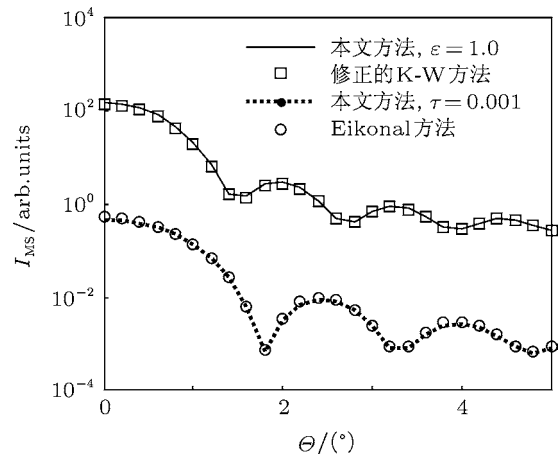


图 2 在  $\varepsilon = 1.0$  及  $\tau = 0.001$  两种特例下本文方法分别与修正的 K-W 方法及 Eikonal 近似方法的计算结果对比

由于实际雾场的雾滴大小分布往往呈多分散分布, 下面的研究均在多分散分布情况下进行.

取  $\bar{r} = 20 \mu\text{m}$ ,  $\bar{\varepsilon} = 1.5$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.06$ , 接受物镜的焦距为 200 mm, 在光学厚度  $\tau = 0.1$ 、雾

滴大小偏差  $\sigma_r = 1.06$  和  $\sigma_r = 1.24$  时在  $\xi$ - $\eta$  接受平面上的通过雾场的光散射谱如图 3 和图 4 所示, 图 5 是光学厚度  $\tau = 3.0$ 、雾滴大小偏差  $\sigma_r = 1.06$  时的结果. 由此可见, 由于椭球形雾滴长轴方向的取向趋于一致, 其散射谱呈椭圆形特征, 这与随机取向的非球形颗粒场的散射谱呈圆形特征<sup>[10]</sup> 不同. 散射谱呈椭圆形特征, 说明

散射光强  $I_{MS}$  随观察角  $\theta$  的分布除了与雾滴大小分布有关外还与方位角  $\varphi$  有关, 在雾滴的长轴方向聚光性更强. 这种散射光强分布随方位角的不同而存在的差异与雾滴的形状因子有关, 形状因子越小差异越小, 当形状因子为 1 (雾滴为球形颗粒) 时, 差异消失, 散射谱呈圆形特征.

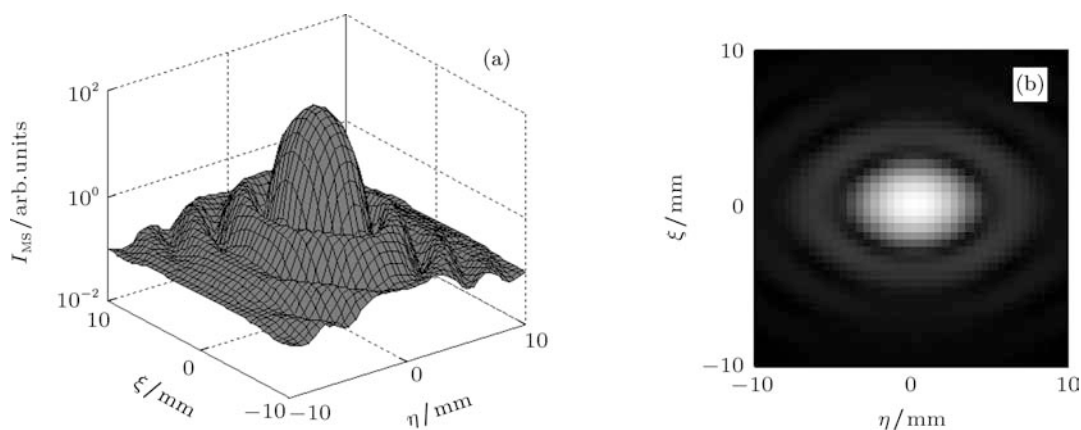


图 3 当  $\tau = 0.1, \sigma_r = 1.06$  时, 椭球形雾滴场的光散射谱 (a) 光强分布; (b) 散射图样

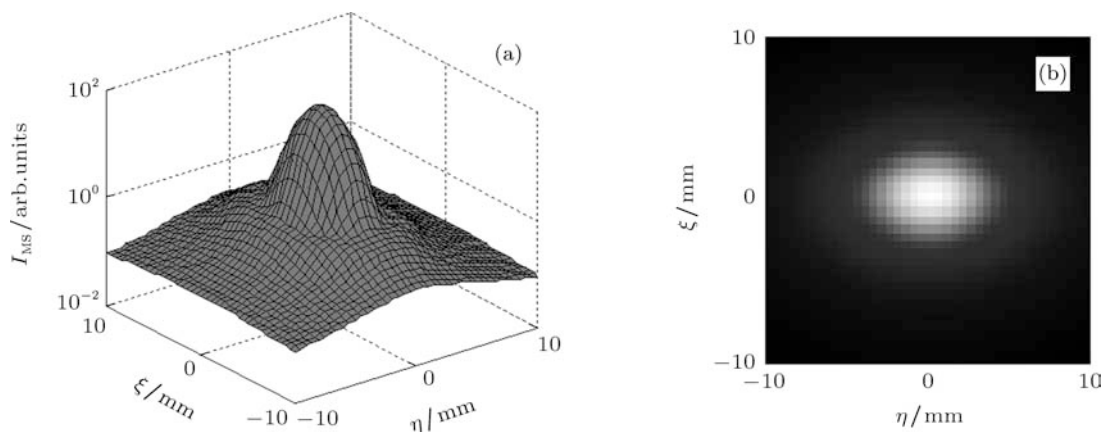


图 4 当  $\tau = 0.1, \sigma_r = 1.24$  时, 椭球形雾滴场的光散射谱 (a) 光强分布; (b) 散射图样

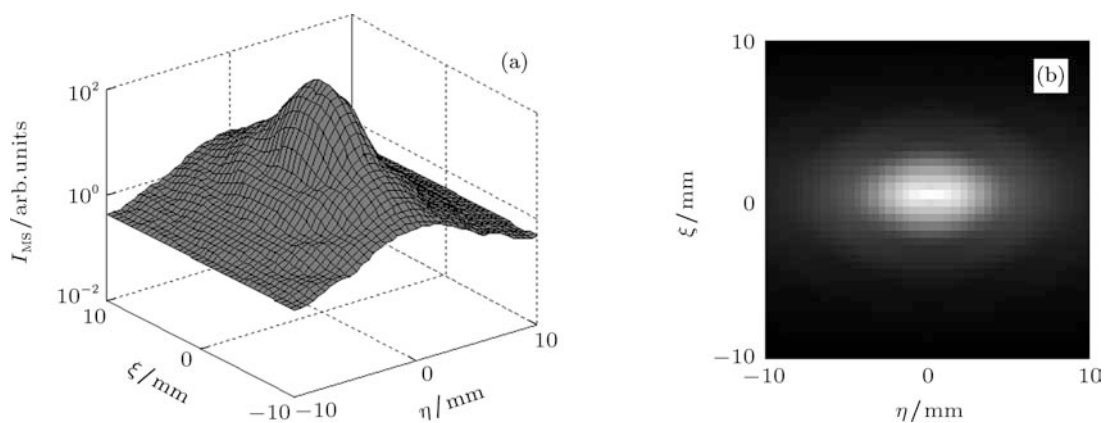


图 5 当  $\tau = 3.0, \sigma_r = 1.06$  时, 椭球形雾滴场的光散射谱 (a) 光强分布; (b) 散射图样

由图 3 可见, 当光学厚度较小且雾滴的大小偏差及形状偏差也较小时在散射谱中出现了椭圆形条纹, 经分析这些条纹的位置主要由  $\bar{z}$  决定, 其中  $\bar{z} = \bar{\mu} \bar{x}\theta$ , 而  $\bar{\mu} = \sqrt{(\bar{\epsilon})^{-1} \cos^2 \varphi + \bar{\epsilon} \sin^2 \varphi}$ ,  $\bar{x} = k\bar{r}$ . 这与文献 [7,20] 的结果是一致的. 此外, 还发现这些条纹位置也略受雾滴的大小偏差和形状偏差的影响. 比较图 4 与图 3 可见, 随着雾滴的大小偏差增加, 散射谱中的条纹越来越不明显, 当雾滴的大小偏差较大时条纹几乎消失, 散射谱呈弥散状. 所以对实际的雾场 (如平流雾、辐射雾等), 由于多数情况下雾滴的大小偏差较大, 通过雾场的散射谱将呈现与图 4 类似的弥散图样. 比较图 5 与图 3 可见, 由于多重散射效应, 随着光学厚度增加散射谱中的条纹会越来越不明显, 当光学厚度达到一定值后, 散射谱几乎不会出现条纹. 这与单散射时的现

象不同, 如对于图 5 中的雾滴场, 在单散射时的散射谱也会出现条纹.

图 6(a) 和 (b) 分别给出了在  $\sigma_r = 1.06, \sigma_\epsilon = 1.08$  和  $\sigma_r = 1.24, \sigma_\epsilon = 1.16$  条件下  $\bar{z}$  取不同值时散射光强  $I$  随光学厚度  $\tau$  的变化, 这里  $\bar{z}$  分别取 1.00, 3.80, 5.00, 10.0, 其中  $\bar{z}$  取 3.80 及 5.00 分别对应了第一级暗条纹及第一级亮条纹位置 (当出现条纹时). 从图 6 可见, 对不同大小分布和不同形状分布的雾滴场, 在不同方位角及不同散射角的散射光强  $I$  随光学厚度  $\tau$  的增加总是先增大再减小, 并会出现一个极大值. 这与单分散时所得结果类似 [7,10]. 此外, 还发现散射光强的极大值位置在  $\tau = 1.0\text{--}3.0$  范围内. 需要说明的是, 由于  $\bar{z}$  取不同值时散射光强相差较大, 所以在图 6 中纵坐标是散射光强的相对值  $I/I_{\max}$ , 其中  $I_{\max}$  是  $\bar{z}$  取不同值时散射光强的最大值.

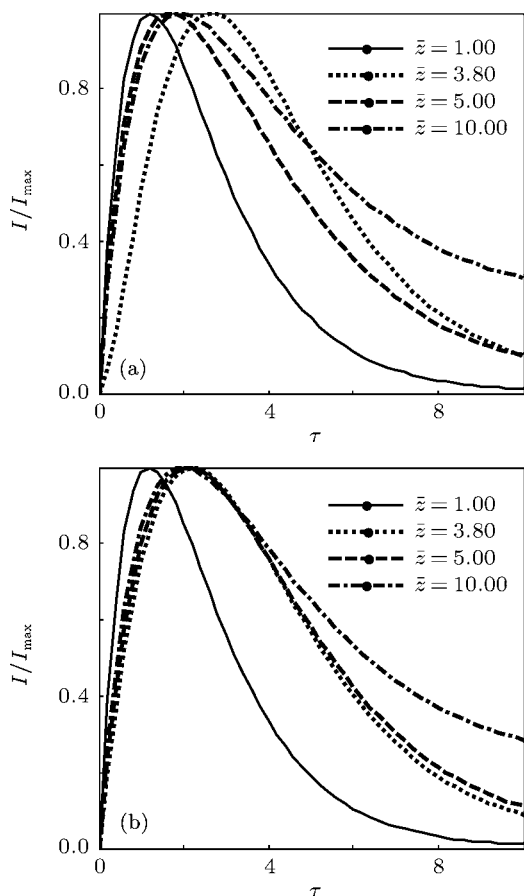


图 6 当  $\bar{z}$  取不同值时散射光强  $I$  随光学厚度  $\tau$  的变化 (a)  $\sigma_r = 1.06, \sigma_\epsilon = 1.08$ ; (b)  $\sigma_r = 1.24, \sigma_\epsilon = 1.16$

## 5 结论

本文建立了更符合实际雾场的椭球形雾滴模型, 考虑了几何光学因素, 利用辐射传播方程得到了在不同的雾滴大小分布及不同的雾滴形状分布下通过雾场的多重散射光强公式. 计算分析表明: 在两种特例下, 本文结果能与已有结果符合较好, 说明了方法的可靠性; 与随机取向的非球形颗粒场的散射不同, 由于椭球形雾滴的长轴方向取向趋于一致, 通过椭球形雾滴场的散射谱呈椭圆特征, 不同方位角的散射光强有所差异, 雾滴的形状因子越接近于 1, 差异越小; 与单散射不同, 散射谱中的条纹随光学厚度的增大而逐渐消失; 对不同大小分布和不同形状分布的雾滴场, 不同方位角及不同散射角的散射光强总是随光学厚度的增加先增大再减小, 光强的极大值位置在  $\tau = 1.0\text{--}3.0$  范围内; 由于多数情况下实际雾场的雾滴大小偏差较大, 通过雾场的散射谱将呈现以中央亮斑为中心向四周弥散的图样. 本文工作使雾场的散射研究向更为实际的方向发展, 对科学、军事、环境等领域的研究及工程测量都具有重要的意义.

- [1] Awan M S, Nebulo R, Capsoni C, Horvath L C, Muhammad S S, Nadeem F, Khan M S, Leitgeb E 2011 *Int. J. Satell. Commun. Networking* **29** 97
- [2] Du Y C, Yang L, Zhang X F, Wu M M 2010 *Spectrosc. Spect. Anal.* **30** 2632 (in Chinese) [杜永成, 杨立, 张修峰, 吴猛猛 2010 光谱学与光谱分析 **30** 2632]
- [3] Fischer K W, Witiw M R, Eisenberg E 2008 *Atmos. Res.* **87** 252
- [4] Li S J, Jiang W A 2010 *J. Civil Aviation Univ. China* **28**(6) 1 (in Chinese) [李素娟, 蒋维安 2010 中国民航大学学报 **28**(6) 1]
- [5] Zege E P, Kokhanovsky A A 1994 *Appl. Opt.* **33** 6547
- [6] Kokhanovsky A A, Weichert R 2001 *Appl. Opt.* **40** 1507
- [7] Kokhanovsky A A, Weichert R, Heuer M, Witt W 2001 *Appl. Opt.* **40** 2595
- [8] Flock S T, Patterson M S, Wilson B C 1989 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **36** 1162
- [9] Ye Y X, Fan D Y 2007 *Acta Opt. Sin.* **27** 951 (in Chinese) [叶云霞, 范滇元 2007 光学学报 **27** 951]
- [10] Dai B, Luo X D, Wang Y W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3864 (in Chinese) [戴兵, 罗向东, 王亚伟 2009 物理学报 **58** 3864]
- [11] Han Y P, Du Y G 2006 *Acta Opt. Sin.* **26** 630 (in Chinese) [韩一平, 杜云刚 2006 光学学报 **26** 630]
- [12] Hulst H C 1981 *Light Scattering by Small Particles* (New York: Dover) p25
- [13] Paramonov L E 1995 *J. Opt. Soc. Am. A* **12** 2698
- [14] Chen T W 1995 *Opt. Commun.* **114** 199
- [15] Hirleman E D 1991 *Appl. Opt.* **30** 4832
- [16] Zhao Z W, Wu Z S, Shen G D, Lin L K 2002 *J. Infrared Millim. Waves* **21** 95 (in Chinese) [赵振维, 吴振森, 沈广德, 林乐科 2002 红外与毫米波学报 **21** 95]
- [17] Kahnerta F M, Stamnesa J J, Stamnesb K 2002 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **74** 167
- [18] Schnablegger H, Glatter O 1995 *Appl. Opt.* **34** 3489
- [19] Tang S Q, Bai L, Wu Z S, Xie P H, Wang S M 2010 *J. Atmos. Environ. Opt.* **5** 112 (in Chinese) [汤双庆, 白璐, 吴振森, 谢品华, 汪世美 2010 大气与环境光学学报 **5** 112]
- [20] Dai B 2003 *College Phys.* **22**(3) 5 (in Chinese) [戴兵 2003 大学物理 **22**(3) 5]

# Multiple scattering spectra through fog particles in the ellipsoidal model\*

Dai Bing<sup>1)†</sup> Yuan Yin-Nan<sup>2)</sup> Mei De-Qing<sup>3)</sup> Jiang Jun-Kang<sup>1)</sup> Dai Shan-Shan<sup>1)</sup>

1) (School of Science, Nantong University, Nantong 226019, China)

2) (School of Mechanical Engineering, Nantong University, Nantong 226019, China)

3) (School of Automobile and Traffic Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

(Received 16 June 2011; revised manuscript received 18 December 2011)

## Abstract

Because of the properties of non-sphericity and multiple scattering of fog particles and the effects of geometrical optics, the light scattering through fog has become a difficult problem. In this paper, we establish an ellipsoidal model of fog particles. On the basis of radiative-transfer equation and with the consideration of the effects of geometrical optics, we obtain a formula of calculating multiple light scattering intensity through the fog particles with different sizes and different shape distributions. Our results are in agreement with the earlier results in two special cases, which verifies that our method is reliable. The calculations show that scattering spectra through the ellipsoidal fog particles present elliptical feature, which is different from circular feature for random orientation non-spherical particles. At the different orientation angles the angular distributions of the light intensity are different, and this difference becomes smaller with the shape ratio approaching to 1. The stripes of the scattering spectra progressively disappear with the increase of optical thickness, which is different from the case of single-scattering. At different orientation angles and observation angles, the scattering intensities always first increase then decrease with the increase of optical thickness for the fog particles of the different size distributions and different shape ratio distributions, and a maximal intensity occurs at  $\tau = 1.0$ — $3.0$ . The calculations also indicate that the scattering spectra of actual fog particles present the turbid pattern around the central light speckle because of wide size distribution in many cases.

**Keywords:** multiple light scattering, fog particles, ellipsoid, light spectrum

**PACS:** 42.25.Bs, 42.25.Fx, 92.60.Ta

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50976051), the Key Science and Technology Program of Ministry of Transport, China (Grant No. 2009-353-332-280), and the Key Science and Technology Innovation Program of the Transport Bureau of Jiangsu Province, China (Grant No. 10Y25).

† E-mail: d.bing@ntu.edu.cn