

# 时空混合调制型偏振干涉成像光谱仪的全视场偏振信息探测研究\*

祝宝辉<sup>1)2)</sup> 张淳民<sup>1)†</sup> 简小华<sup>1)</sup> 曾文锋<sup>2)</sup>

1) (西安交通大学理学院, 非平衡物质结构及量子调控教育部重点实验室, 西安 710049)

2) (湖北武汉军械士官学校光电系, 武汉 430075)

(2011年6月19日收到; 2011年8月16日收到修改稿)

基于 Savart 板的新型时空混合调制型偏振干涉成像光谱仪 (TSMPIIS) 是一种静态、小型化、高稳定性的遥感偏振探测器件, 可以用来实现对目标的光谱信息以及偏振信息的探测。目前, 已经确立了通过旋转 TSMPIIS 偏振片法来实现测量的方案, 然而该方案破坏了 TSMPIIS 系统原有的稳定结构, 降低了仪器的测量精度和可靠性。为克服旋转偏振片法的不足, 本文从 TSMPIIS 的探测原理出发, 通过分析和计算 TSMPIIS 的 Mueller 矩阵, 推导出了全视场角度的 TSMPIIS 旋转偏振探测法的基本公式, 论证了 TSMPIIS 全视场偏振信息探测的可行性和准确性, 为 TSMPIIS 的遥感探测以及 Stokes 参数的反演提供了理论依据, 进一步拓展了 TSMPIIS 遥感探测的优越性。

**关键词:** TSMPIIS, Mueller 矩阵, 全视场偏振探测

**PACS:** 07.60.Rd, 42.25.Ja, 07.60.Ly, 42.25.Lc

## 1 引言

自 20 世纪 80 年代初期美国宇航局喷气推进实验室 (JPL) 提出了成像光谱仪的概念至今, 成像光谱技术已得到了飞速发展和广泛应用<sup>[1,2]</sup>。早期出现的成像光谱仪大多是基于色散棱镜或衍射光栅, 称为色散型成像光谱仪。这类成像光谱仪原理简单、性能稳定, 但存在着系统光通量小探测灵敏度低的不足, 妨碍了它的进一步发展, 对高灵敏度探测器的依赖以及对光学系统的苛刻要求成为该类技术发展的瓶颈。经典的干涉成像光谱仪是基于迈克尔逊干涉仪的, 它依靠精密动镜的匀速、直线往返运动获得干涉图, 光路不受狭缝限制, 系统光通量与色散型成像光谱仪相比可高两个数量级, 但由于扫描时对镜面的倾斜和横移具有很高的要求, 系统的稳定性大大降低, 应用环境和条件也受到限制。为了克服精密动镜系统稳定性的难题, 人

们又提出了空间调制干涉成像光谱仪, 并在航天遥感、风场探测等方面得到了重要的应用<sup>[3]</sup>。这种成像光谱仪的光路中也设置狭缝, 探测灵敏度不高, 但与色散型光谱成像仪相比, 由于其狭缝的宽度与光谱分辨率无关, 因此, 在空间分辨率要求不高的情况下, 空间调制干涉成像光谱仪也可以具有较高的灵敏度。但上述光谱仪往往只能提供目标的光谱信息<sup>[4-10]</sup>, 即利用光的干涉效应, 获取目标的干涉图, 再通过傅里叶变换得到其光谱图, 而未提供光的另一重要特性——偏振<sup>[11-15]</sup>。为了解决成像光谱技术中高稳定度与高灵敏度的矛盾并实现对目标偏振信息的探测, 我课题组在光谱技术多年研究的基础上又提出了一种基于 Savart 板的新型时空混合调制型偏振干涉成像光谱仪 (TSMPIIS), 目前已从理论上论证了 TSMPIIS 遥感偏振探测的可行性, 确立了利用 TSMPIIS 旋转法进行偏振探测的基本方案<sup>[16]</sup>。

\* 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 40537031), 国家高技术研究发展计划 (863) 项目 (批准号: 2006AA12Z152, 2012AA121101), 国防基础科学的研究项目 (批准号: A1420080187), 国家自然科学基金 (批准号: 40875013, 40375010, 60278019), 国家重大科技专项 (批准号: E03101112JC02), 陕西省科技攻关项目 (批准号: 2001K06-G12, 2005K04-G18), 2010 苏州大学省重点实验室专项项目 (批准号: KJS1001) 和陕西省教育厅科学研究计划项目 (批准号: 09JK799) 资助的课题。

† E-mail: zcm@mail.xjtu.edu.cn

然而, 在利用 TSMPIIS 旋转法测量偏振信息中, 有两个需要注意的问题: 首先, 由于旋转法测量偏振信息的需要, 必须旋转 Savart 偏光镜数次来获取不同条件下的强度值才能反演出目标的 Stokes 参数, 这意味着必须破坏系统原有的结构, 在系统中加入转动系统, 极大的破坏了 TSMPIIS 静态、小型化、高稳定性、无运动部件的特性; 其次, 利用 TSMPIIS 旋转法测量 Stokes 参数时, 只能在系统极小的视场范围内, 才能完美实现, 这极大地限制了 TSMPIIS 高速、大范围测量偏振信息的能力.

如何克服以上两个不足, 提升 TSMPIIS 测量偏振信息的能力, 能否利用 TSMPIIS 进行全视场偏振信息的测量, 本文将就此问题进行理论上的分析和探讨.

## 2 TSMPIIS 的偏振探测原理

项目组研制的基于 Savart 偏光镜的 TSMPIIS 光路图, 如图 1 所示. TSMPIIS 主要由起偏器、Savart 偏光镜、检偏器、成像透镜和 CCD 探测器组成.

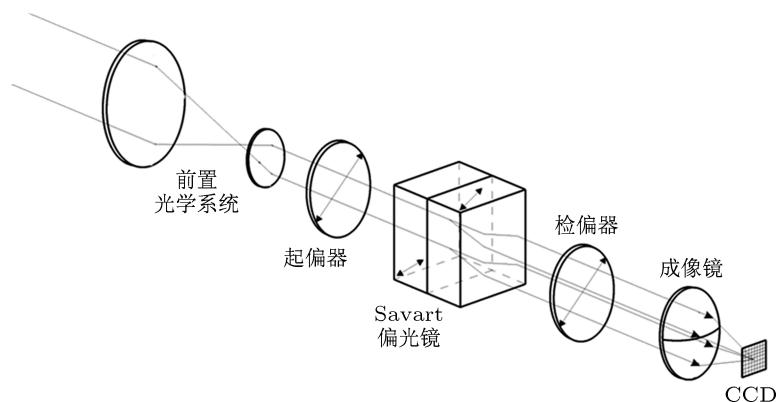


图 1 TSMPIIS 原理图

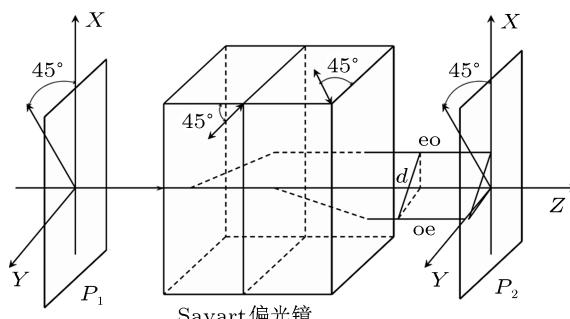


图 2 Savart 偏光镜空间结构原理图

其核心分束器 Savart 偏光镜由两块相同厚度的单轴正晶体(或负晶体)组成, 空间结构原理见图 2. 设  $Z$  轴方向为系统光轴方向, 则 Savart 左板的光轴在纸平面( $XZ$  平面)内, 且与  $X$  轴和  $Z$  轴正向均成  $45^\circ$  角. 相应的 Savart 右板的光轴在水平面( $YZ$  平面)内, 与  $Y$  轴和  $Z$  轴正向也均成  $45^\circ$  角. 起偏器和检偏器偏振化方向相同, 在垂直纸面( $XY$  平面)内, 与  $X$  轴和  $Y$  轴正向成  $45^\circ$  角. 从光源发出的光经起偏器  $P_1$  后, 成为偏振方向沿其透振方向的线偏振光, 后由于晶体双折射效应, 在 Savart 左板内, 入射光分束成寻常光(o 光)和非常光(e

光), 其中 o 光继续沿原方向传播, 而 e 光发生偏折. 当入射到 Savart 右板时, 由于 Savart 两板晶体的光轴方向互相垂直, 原 o 光成为 e 光偏折, 相对的原 e 光成为 o 光传播, 出射光为两束平行于入射光但振动方向互相垂直的线偏振光. 两束偏振光经检偏器后成为振动方向相同的两束线偏振光, 最后经成像透镜汇聚在 CCD 平面上, 形成干涉图.

根据偏振探测技术的基本原理, 利用 TSMPIIS 探测 Stokes 参数的关键就要看其能否产生与线偏振片同样的偏振效果. 综合考虑实际应用的侧重点和计算分析的简便, 现以线偏振光为例, 分析当线偏振光通过一线偏振片后的光强变化

$$I_{\text{out}} = I_{\text{in}} \cos^2(\alpha), \quad (1)$$

式中  $I_{\text{in}}$  为入射光的光强,  $I_{\text{out}}$  是出射光强或探测器记录的光强,  $\alpha$  为偏振片透振方向与入射光偏振方向间的夹角. 若偏振片的透振方向为  $45^\circ$ , 入射光的偏振方向为  $\theta$ ,  $A$  为其振幅, 则当线偏振光通过一线偏振片之后的光强变为

$$I_{\text{out}} = I_{\text{in}} \cos^2(45^\circ - \theta) = A^2 \cos^2(45^\circ - \theta). \quad (2)$$

现计算当上述线偏振光通过 TSMPIIS 后的光

强表达式.

1) 当线偏振光通过起偏器  $P_1$  后的振幅为

$$A_1 = A \cos(45^\circ - \theta). \quad (3)$$

2) 当线偏振光通过 Savart 两板后的振幅为

$$A_{oe} = A_{eo} = A_1 \cos(45^\circ) = \sqrt{2}/2A_1. \quad (4)$$

3) 当光线通过检偏器  $P_2$  后的振幅为

$$A_2 = (A_{oe} + A_{eo}) \cos(45^\circ) = A_1, \quad (5)$$

即

$$A_{out} = A_2 = A_1 = A \cos(45^\circ - \theta). \quad (6)$$

这与线偏振光通过线偏振片时的光强表达式是完全相同的, 意味着利用 TSMPIIS 进行偏振测量也是完全可行的. 但在上面的推导中我们为了避免最终的光强叠加的表达式中有干涉项的存在, 只是选取了零光程差点的位置进行推导, 而没有考虑 TSMPIIS 光程差的影响. 在其他光程差不为零的情况下, 偏振信息的 Stokes 参数反演公式将与单一的偏振片不同, 在其他光程差下, 能否实现 TSMPIIS 对偏振信息的 Stokes 参数反演, 实现 TSMPIIS 全视场偏振信息的测量, 该文将进一步进行深入的分析.

### 3 TSMPIIS 全视场偏振信息测量分析

#### 3.1 TSMPIIS 的 Mueller 矩阵计算

根据矩阵光学的基本原理可知<sup>[17]</sup>, 当光束通过偏振系统后, 其 Stokes 参数的变化可用 Mueller 矩阵表达如下所示:

$$S' = M_n \cdots M_2 M_1 S, \quad (7)$$

式中  $S$  是入射光的 Stokes 参数,  $S'$  是经过系统后出射光的 Stokes 参数,  $M_1$  是入射光线经过的第一个偏振器件(例如偏振片、半波片、相位延迟器等)的 Mueller 矩阵,  $M_2$  是光线经过的第二个偏振器件的 Mueller 矩阵, 依次类推, 系统中有多少个

振器件就可构造多少个 Mueller 矩阵. 令系统的传输矩阵  $M = M_n \cdots M_2 M_1$ , 由于 Mueller 矩阵是一个  $4 \times 4$  的矩阵, 故系统 Mueller 传输矩阵可表示如下:

$$M = M_n \cdots M_2 M_1 \\ = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

设  $S' = \begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix}$ ,  $S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$ , 则 (7) 式可写为

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

根据 Stokes 参数的定义可知,  $S_0$  为总光强, 经过偏振系统后探测得到的光强  $I$  即为上式中的  $S'_0$ , 因而探测器测得的强度  $I$  与目标光源初始 Stokes 参数的关系可由上式求得

$$I = S'_0 = m_{11}S_0 + m_{12}S_1 + m_{13}S_2 + m_{14}S_3. \quad (10)$$

根据 (10) 式可知, 若求得目标光源在不同条件下, 即不同 Mueller 矩阵条件下的光强值  $I$ , 则可构建以目标光源 Stokes 参数为未知数的四个方程, 理论上只要有四个独立的强度值, 就可反演计算出目标的全部四个 Stokes 参数. 因此, 为定量计算目标光源的 Stokes 参数, 就必须先确定系统的 Mueller 传输矩阵  $M = M_n \cdots M_2 M_1$ .

由矩阵光学可知<sup>[17]</sup>, 理想线型偏振片的 Mueller 矩阵可表示为

$$M_p = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中  $\theta$  是偏振片的透振方向与光轴的夹角。当自然光(自然光的 Stokes 参数可表示为  $S_0 = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ) 通过线偏振片后, 其 Stokes 参数变为

$$S' = M_p S_0 = \frac{I_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{I_0}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

上式表明自然光通过线偏振片后其强度变为原来的  $\frac{1}{2}$ , 且为沿偏振片透振方向振动的线偏振光, 这与光的偏振理论相符合。

在 TSMPIIS 中, 除了两偏振片(起偏器和检偏器)外, 还有一核心的偏振器件——Savart 板, 构建 TSMPIIS 的 Mueller 矩阵的关键就是计算 Savart 板的 Mueller 矩阵表达式。根据 TSMPIIS 干涉成像原理和双折射晶体的传播规律可知, 经过起偏器的

线偏振光  $S_0 = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}$ , 通过 Savart 板后变成

两偏振方向互相垂直的 o 光和 e 光。设两者的光程差为  $\Delta$ , 其位相差可表示为  $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$ , 将两光束合成为一椭圆偏振光, 其 Stokes 参数表达如下:

$$S' = \frac{I_0}{2} \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \cos \delta \\ \sin 2\theta \sin \delta \end{bmatrix}. \quad (13)$$

由(9), (11) 和 (12) 式可得方程

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \cos \delta \\ \sin 2\theta \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

为完整的求解出 Savart 偏振片的 Mueller 矩阵

的 Stokes 参数, 还必须构建另外三组方程。易知当自然光透过 Savart 偏振片之后, 其出射光也分为 o 光和 e 光, 但其位相差为  $\delta = \Delta/\lambda + \delta_0$ ,  $\delta_0$  为初始相位差, 由于自然光中  $\delta_0$  为一随机值, 所以出射光合成之后仍是自然光, 因此有

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

而当线偏振光沿 Savart 光轴方向传播时, 将不会出现分束现象, 即  $\delta = 0$ , 则线偏振光仍为线偏振光, 所以又有

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

此外, 当线偏振光沿坐标 X 方向传播时  $S = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , 将其写成琼斯矢量可写成  $E = \begin{bmatrix} e^{i\delta_0} \\ 0 \end{bmatrix}$ , 即  $a_x = e^{i\delta_0}$ ,  $a_y = 0$ 。将之投影到双折射晶体的 o, e 光轴上则  $a_0 = a_x \cos \theta + a_y \sin \theta = e^{i\delta_0} \cos \theta$ ,  $a_e = -a_x \sin \theta + a_y \cos \theta = -e^{i\delta_0} \sin \theta$ 。而当其

通过 Savart 板之后, 设 o 光和 e 光的相位差为  $\delta$ , 则  $a'_0 = a_0 e^{i\delta}$ ,  $a'_e = a_e$  再将之重新投影到  $x, y$  轴上则有

$$\begin{aligned} a_x &= a'_0 \cos \theta - a'_e \sin \theta \\ &= e^{i\delta_0} (e^{i\delta} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta), \\ a_y &= a'_0 \sin \theta + a'_e \cos \theta \\ &= e^{i\delta_0} ((e^{i\delta} - 1) \sin \theta \cos \theta), \end{aligned}$$

去掉常数因子  $e^{i\delta_0}$ , 最终出射光的琼斯矢量可表达为  $E = \begin{bmatrix} e^{i\delta} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \\ (e^{i\delta} - 1) \sin \theta \cos \theta \end{bmatrix}$ . 由于琼斯矢量和 Stokes 矢量之间存在如下转换关系<sup>[17]</sup>:

$$\begin{aligned} S_0 &= E' P_1 E, & S_1 &= E' P_2 E, \\ S_2 &= E' P_3 E, & S_3 &= E' P_4 E, \end{aligned} \quad (17)$$

式中  $E'$  为琼斯矢量  $E$  的厄米共轭矩阵,  $P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $P_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $P_4 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$  为夹心矩阵. 利用 (17) 式求得上面琼斯矢量  $E$  的 Stokes 矢量表达式如下:

$$S' = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos^2 2\theta + \sin^2 \theta \cos \delta \\ (1 - \cos \delta) \sin 2\theta \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \sin \delta \end{bmatrix},$$

所以又有

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ \cos^2 2\theta + \sin^2 \theta \cos \delta \\ (1 - \cos \delta) \sin 2\theta \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

同样的当右旋圆偏振光  $S = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  通过 Savart 板之后, 其也将分解为 o 光和 e 光, 但两者的相位差将不再是  $\pi/2$ , 而是相差了  $\delta' = \delta + \pi/2$ ,  $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$  所以

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ -\sin 2\theta \sin \delta \\ \cos 2\theta \sin \delta \\ \cos \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

至此, 联立方程 (16), (17), (18) 和 (19), 可解得 Savart 板的 Mueller 矩阵为

$$M_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \sin^2 \theta \cos \delta & (1 - \cos \delta) \sin 2\theta \cos 2\theta & -\sin 2\theta \sin \delta \\ 0 & (1 - \cos \delta) \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta \cos \delta & \cos 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin 2\theta \sin \delta & -\cos 2\theta \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix}. \quad (20)$$

至此, 根据 (9), (11) 和 (20) 式, 结合 TSMPPIIS 中偏振片的透振方位角和 Savart 板的光轴方位角都为  $45^\circ$ , 代

入方程后, 可得 TSMPIIS 的 Mueller 矩阵表达式

$$M = M_a M_s M_p = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & 0 & -\sin \delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin \delta & 0 & \cos \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

可见 TSMPIIS 的 Mueller 矩阵是一个与干涉成像光谱仪本身光程差无关的传输矩阵, 且其表达式与单个偏振片  $45^\circ$  放置时完全相同. 而在 TSMPIIS 中不同的视场角决定了不同的光程差即位相差, 而现在由于仪器本身的 Mueller 矩阵与光程差无关即与视场角无关, 因此前面介绍的旋转 Savart 偏光镜法测量目标偏振信息完全可以拓展到仪器的全视场范围内.

### 3.2 TSMPIIS 全视场偏振测量法

按照旋转 Savart 偏光镜法, 旋转后的系统 Mueller 矩阵, 只需在原有基础上再乘上一个旋转矩阵  $T(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  即可, 即旋转  $\varphi$  角度后的 Mueller 矩阵为

$$\begin{aligned} M(\theta + \varphi) &= T(-2\varphi)M(\theta)T(2\varphi) \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\varphi & -\sin 2\varphi & 0 \\ 0 & \sin 2\varphi & \cos 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\varphi & \sin 2\varphi & 0 \\ 0 & -\sin 2\varphi & \cos 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sin 2\varphi & \cos 2\varphi & 0 \\ -\sin 2\varphi & \cos^2 2\varphi & -\sin 2\varphi \cos 2\varphi & 0 \\ \cos 2\varphi & -\sin 2\varphi \cos 2\varphi & \sin^2 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

因此, 当一目标经过旋转  $\varphi$  角度 Savart 偏光镜的 TSMPIIS 之后, 其 Stokes 变化为

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sin 2\varphi & \cos 2\varphi & 0 \\ -\sin 2\varphi & \cos^2 2\varphi & -\sin 2\varphi \cos 2\varphi & 0 \\ \cos 2\varphi & -\sin 2\varphi \cos 2\varphi & \sin^2 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

所以从检偏器出射的光强

$$I_o = S'_0 = \frac{1}{2}(S_0 - \sin 2\varphi S_1 + \cos 2\varphi S_2). \quad (24)$$

考虑到 TSMPIIS 中双光束经成像镜之后会发生干涉现象, 因此最终 CCD 上探测到的光强是双光束相干叠加之后的强度, 根据干涉成像原理可知

其强度等于

$$\begin{aligned} I &= I_0(1 + \cos \delta)/2 = \cos^2(\delta/2) \\ &\times (S_0 - \sin 2\varphi S_1 + \cos 2\varphi S_2)/2. \end{aligned} \quad (25)$$

由 (25) 式, 通过旋转三次不同的角度  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$ , 得到三个不同的强度值  $I_0, I_1, I_2$ , 就可求解出目标的

三个 Stokes 参数  $S_0, S_1, S_2$ . 将上面参数联立方程得方程组如下:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - \sin 2\varphi_0 \cos 2\varphi_0 \\ 1 - \sin 2\varphi_1 \cos 2\varphi_1 \\ 1 - \sin 2\varphi_2 \cos 2\varphi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_0 \sec^2(\delta_{\varphi_0}/2) \\ I_1 \sec^2(\delta_{\varphi_1}/2) \\ I_2 \sec^2(\delta_{\varphi_2}/2) \end{bmatrix}. \quad (26) \end{aligned}$$

解得

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 - \sin 2\varphi_0 \cos 2\varphi_0 \\ 1 - \sin 2\varphi_1 \cos 2\varphi_1 \\ 1 - \sin 2\varphi_2 \cos 2\varphi_2 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} I_0 \sec^2(\delta_{\varphi_0}/2) \\ I_1 \sec^2(\delta_{\varphi_1}/2) \\ I_2 \sec^2(\delta_{\varphi_2}/2) \end{bmatrix}. \quad (27)$$

当选择  $0^\circ, 45^\circ, -45^\circ$  三个特定旋转角度时, 代入(27)式, 可得

$$\begin{aligned} S_0 &= [I_1 \sec^2(\delta_{\phi_0}/2) + I_2 \sec^2(\delta_{\phi_2}/2)], \\ S_1 &= [I_2 \sec^2(\delta_{\phi_1}/2) - I_1 \sec^2(\delta_{\phi_1}/2)], \\ S_2 &= [2I_2 \sec^2(\delta_{\phi_1}/2) - I_1 \sec^2(\delta_{\phi_0}/2) \\ &\quad - I_2 \sec^2(\delta_{\phi_2}/2)]. \quad (28) \end{aligned}$$

至此, 推导出了全视场角度的 TSMPIIS 旋转偏振探测法的基本公式(28). 由于系统位相

差  $\delta_{\varphi n} = 2\pi\Delta_{\varphi n}/\lambda$ , 可由系统参数预先求得, 而且由于 TSMPIIS 的基本成像特征其出射光是两束平行于入射光的平行光, 而 CCD 探测器又放置在成像镜后焦面上, 易知旋转后目标点在 CCD 上的成像位置不改变, 从而可以方便地提取旋转后的目标强度. 在不考虑色散效应的前提下, 利用(28)式即可快捷地求得目标偏振特性的 Stokes 参数, 进而可求解出其偏振角和偏振度等信息.

## 4 结 论

利用 TSMPIIS 进行偏振探测, 是一个全新的方案和理论. 这一方法将干涉成像光谱技术与偏振测量技术相结合, 可以获取以往偏振干涉成像光谱仪无法获取的偏振信息, 使 TSMPIIS 在目标信息的获取方面更为丰富和完善, 从而将 TSMPIIS 由以往成像仪和光谱仪功能的结合, 提升为偏振仪、成像仪和光谱仪功能的一体化.

本文利用矩阵光学矩阵传递函数, 从理论上推导求得了基于 Savart 偏光镜的 TSMPIIS 的 Mueller 矩阵表达式, 以及视场内各个目标点的偏振信息反演公式, 实现了 TSMPIIS 全视场偏振信息的测量. 克服了以往 TSMPIIS 旋转偏振片法遥感探测时需要在系统中加入转动系统的不足, 以及测量 Stokes 参数时, 视场角度受限的问题. 这些研究工作对 TSMPIIS 和偏振探测的理论研究、技术创新、仪器应用和工程化都具有十分重要的理论与实践指导意义.

- 
- [1] Michelson A A 1891 *Philosophical Magazine Series 5* **31**(190) 256
  - [2] Rubens H, Wood RW 1911 *Philosophical Magazine Series 6* **21**(122) 249
  - [3] Jacquinot P, Dufour C 1948 *Journal Recherches CNRS* **6** (1)
  - [4] Zhang C M, He J 2006 *Optics Express* **14**(26) 12561
  - [5] Zhang C M, Zhao B C, Xiangli B 2006 *OPTIK* **117**(6) 265
  - [6] Zhu R 2008 *Ph.D. Thesis* (Hangzhou: Zhejiang University) (in Chinese) [朱韧 2008 博士学位论文 (杭州: 浙江大学)]
  - [7] Zhang C M, Zhu L Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 989 (in Chinese) [张淳民, 朱兰艳 2010 物理学报 **59** 989]
  - [8] Jian X H, Zhang C M, Sun R 2007 *Acta Opt. Sin.* **27** 643 (in Chinese) [简小华, 张淳民, 孙尧 2007 光学学报 **27** 643]
  - [9] Zhang C M, Mu T K 2010 *Opt. Eng.* **49** 043002
  - [10] Zhang C M, Jian X H 2010 *Optics Letters* **35** 366
  - [11] Ren W Y, Zhang C M, Mu TK 2009 *Chinese Physics Letters* **26** 084209
  - [12] Jian X H, Zhang C M, Zhang L, Zhao B C 2010 *Optics Express* **18** 5674
  - [13] Bu Z C, Zhang C M, Zhao B C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2415 (in Chinese) [步志超, 张淳民, 赵葆常 2009 物理学报 **58** 2415]
  - [14] Yang L 2007 *Ph. D. Thesis* (in Chinese) [杨露 2007 博士学位论文 (南京: 南京理工大学)]
  - [15] Mu T K, Zhang C M, Zhao B C 2009 *Applied Optics* **48** 2333
  - [16] Jian X H, Zhang C M, Zhao B C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2286 (in Chinese) [简小华, 张淳民, 赵葆常 2009 物理学报 **58** 2286]
  - [17] Theocaris P S, Gdoutos E E 1979 *Matrix theory of photo elasticity* (Vol.2) (Berlin: Springer-Verlag)

# The reasearch of spatiotemporally mixed modulated polarization interference imaging spectrometer\*

Zhu Bao-Hui<sup>1)2)</sup> Zhang Chun-Min<sup>1)†</sup> Jian Xiao-Hua<sup>1)</sup> Zeng Wen-Feng<sup>2)</sup>

1) (*MOE Key Laboratory for Nonequilibrium Synthesis and Modulation of Condensed Matter, School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*)

2) (*Ordnance N.C.O Academy of PLA, Wuhan 430075, China*)

(Received 19 June 2011; revised manuscript received 16 August 2011)

## Abstract

Spatiotemporally modulated polarization interference imaging spectrometer(TSMPIIS)is static, miniature, stable instrument for remote sensing polarization detecting, which can be used to obtain the spectral and the polarized information about the target. It has been approved that TSMPIIS can obtain the target information by circumrotating its polarizer. However this method destroys the structure of TSMPIIS and reduces the measurement accuracy. According to the detecting theory of TSMPIIS, in this paper, we derive the basic equations for TSMPIIS detecting by analyzing and calculating its Mueller matrix, and authenticate the feasibility and the veracity of TSMPIIS for polarization detecting in full field of view. This work is very helpful for TSMPIIS remote sensing detecting and the retrieval of Stokes parameters.

**Keywords:** TSMPIIS, Mueller matrix, polarization measurement for full field of view

**PACS:** 07.60.Rd, 42.25.Ja, 07.60.Ly, 42.25.Lc

\* Project supported by the State Key Program of National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40537031), the National High Technology Research and Development Program of China (Grant Nos. 2006AA12Z152, 2012AA121101), the National Defense Basic Scientific Research of China (Grant No. A1420080187), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 40875013, 40375010, 60278019), the National Science and Technology Major Project of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. E03101112JC02), the Science and Technology Program of Shaanxi Province, China (Grant Nos. 2001K06-G12, 2005K04-G18), the Topics of 2010 Provincial Key Laboratory of Suzhou University, China (Grant No. KJS1001), and the Special Research Program of Shaanxi Education Department, China (Grant No. 09JK807), and Shannxi Province Education Department, China (No. 09JK799).

† E-mail: zcm@mail.xjtu.edu.cn