

## 超冷温度下钾和铯原子间弹性散射特性的精确计算\*

张计才<sup>1)†</sup> 朱遵略<sup>1)</sup> 孙金锋<sup>1)2)</sup>

1) (河南师范大学物理与信息工程学院, 新乡 453007)

2) (洛阳师范学院物理与电子信息学院, 洛阳 471022)

(2011年5月31日收到; 2011年7月31日收到修改稿)

本文分别用量子方法和半经典方法计算了超冷钾和铯原子之间弹性碰撞的 s 波散射长度, 有效力程和 p 波散射长度等散射参数. 超冷温度下  $^{39}\text{K}$ - $^{133}\text{Cs}$  原子间的弹性散射截面主要为 s 波贡献, 随着碰撞能量的增加散射截面有丰富的形状共振出现, 计算发现单重态和三重态截面分别存在显著的 g 波和 d 波形状共振. 另外, 本文应用简并态近似方法获得了  $^{41}\text{K}$ - $^{133}\text{Cs}$  超精细态相互作用时的 s 波散射长度.

**关键词:** 冷原子碰撞, 散射参数, 弹性散射截面, 形状共振

**PACS:** 34.10.+x, 34.20.cf, 34.50.Cx

## 1 引言

因在产生玻色-爱因斯坦凝聚 (BEC) 和简并费米气体 (DFG), 以及形成同核和异核超冷碱金属二聚物和双组分玻色-爱因斯坦凝聚 (TBEC) 中起着较为关键的作用, 冷和超冷温度下原子之间的碰撞在理论和实验上均引起了广泛的关注和研究<sup>[1,2]</sup>. 此外, 低温原子碰撞本质上是一个量子现象, 其本身就是一个很有趣的研究课题<sup>[3]</sup>. 一般情况下, 冷碰撞指的是碰撞能量 ( $E/k_B$ ) 在  $1\ \mu\text{K}$ — $1\ \text{mK}$  区域, 而超冷碰撞为碰撞能量小于  $1\ \mu\text{K}$  的区域. 超冷温度下, 碰撞粒子能量不足以克服角动量的离心势垒, 各向异性的高阶分波散射全部消失, 只剩下 s 分波散射. 对于  $^{39}\text{K}$ - $^{133}\text{Cs}$  其 d 波势垒高度为  $683.1\ \mu\text{K}$ , 也即当碰撞能量高于  $683.1\ \mu\text{K}$  时才会发生 d 波散射, 而对于 p 波势垒能量为  $131.5\ \mu\text{K}$ , 尽管该温度仍高于产生玻色凝聚的临界温度, 但原子在磁光阱中和实施蒸发冷却时会有贡献. 所以对于冷原子实验, 仅考虑 s 和 p 波已经足够, 超冷温度下原子之间的弹性散射主要由 s 波散射长度 ( $a$ ), 有效力程 ( $r_e$ ) 和 p 波散射长度 ( $a_p$ ) 来表征, 更高角动量的贡献可以忽略. 例如, s 波散射长度的正负决定着凝聚体的

稳定性, 对于同种玻色原子如果  $a > 0$  表明形成的凝聚体是稳定的, 反之  $a < 0$  就不可能形成稳定的凝聚体, 此时在捕获阱中仅有限个数目的原子处于凝聚状态. 若要形成稳定的双组分玻色-爱因斯坦凝聚则要求同核和异核之间的相互作用都为排斥相互作用<sup>[4]</sup>.

钾有三种稳定的同位素  $^{39}\text{K}$ ,  $^{40}\text{K}$  和  $^{41}\text{K}$ , 其中  $^{39}\text{K}$  和  $^{41}\text{K}$  是玻色子,  $^{40}\text{K}$  是费米子, 而对于铯原子, 只存在一种稳定的同位素玻色子  $^{133}\text{Cs}$ . 超冷温度下同核钾 (或铯) 原子之间的碰撞特性已有大量的理论和实验研究<sup>[5-9]</sup>, 此外, 超冷钾原子和铯原子气均在实验室实现了量子简并<sup>[10-13]</sup>. 但对钾原子和铯原子之间冷和超冷碰撞特性在实验和理论上研究较少, 文献 [14] 基于构建的单重态和三重态势能曲线分别应用变相法和半经典法计算了 s 波散射长度和 p 波散射体积, 文献 [15] 基于高精度的分子光谱实验构建了更为精确的分子势能曲线, 但仅给出了 s 波散射长度的值, 未进行系统的碰撞研究. 随着对超冷异核碱金属系统研究的进一步深入, 非常需要对冷碰撞性质进行系统的研究. 本文基于文献 [15] 构建的精确的单重态和三重态  $^{39}\text{K}$ - $^{133}\text{Cs}$  分子势能曲线, 研究  $^{39}\text{K}$  和  $^{133}\text{Cs}$  原子在冷和超冷温

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10874064), 河南省教育厅自然科学基金 (批准号: 2011A140017) 和河南师范大学青年基金 (批准号: 2010qk03) 资助的课题.

† E-mail: jicaiz@gmail.com

度下的弹性散射特性, 精确计算 s 波散射长度, 有效力程和 p 波散射长度等散射参数, 以及冷和超冷温度下的单重态和三重态弹性散射截面. 此外, 利用质量标度法研究了  $^{40}\text{K}$ ( $^{41}\text{K}$ ) 和 Cs 原子间的冷弹性碰撞特性, 讨论形成双组分  $^{41}\text{K}$ - $^{133}\text{Cs}$  玻色-玻色凝聚体的可能性. 文献 [16, 17] 利用简并内态近似 [18] 分别计算 K-K 和 Na-Rb 原子间的散射长度, 得到了较好的结果. 本文也利用简并内态近似计算了  $^{41}\text{K}$ - $^{133}\text{Cs}$  处在实验上感兴趣的超精细态的 s 波散射长度. 文中除非特别指出, 均使用原子单位.

## 2 冷原子弹性散射理论

在质心坐标系下, 钾原子和铯原子之间的碰撞满足薛定谔方程

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U(r) \right] u_l(r) = 0, \quad (1)$$

其中波数  $k = \sqrt{2\mu E}/\hbar$ ,  $\mu$  是约化质量,  $U(r) = 2\mu V(r)/\hbar^2$ , 式中  $V(r)$  为原子间相互作用势. 当  $r \rightarrow \infty$ , 该方程的解近似为

$$\mu_l(r) \propto A_l [j_l(kr) + \tan \delta_l n_l(kr)], \quad (2)$$

式中  $A_l$  为归一化常数,  $j_l(x)$  和  $n_l(x)$  分别是球 Bessel 函数和球 Neumann 函数;  $\delta_l$  是分波相移, 可由下式求出 [19]:

$$\tan \delta_l = \frac{K j_l(kR_a) - j_l(kR_b)}{K n_l(kR_a) - n_l(kR_b)}, \quad (3)$$

其中,  $R_a, R_b$  为渐进区域相邻的两点;  $K = R_a u_l(R_b)/R_b u_l(R_a)$ . 两个处于基态的原子自旋单重态  $X^1\Sigma^+$  和自旋三重态  $a^3\Sigma^+$  相互作用势分别用  $V_S$  和  $V_T$  表示. 单重态和三重态弹性散射截面可表示为

$$\sigma_{el}^{S/T} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l^{S/T}, \quad (4)$$

其中  $\delta_l^S$  和  $\delta_l^T$  分别表示单重态和三重态  $l$  分波相移. 此外, s 波散射相移  $\delta_s$  和 p 波散射相移  $\delta_p$  分别满足有效力程展开式 [20]

$$k \cot \delta_s = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_e k^2 + o(k^4) \quad (5)$$

和

$$k^{-3} \tan \delta_p = -V + o(k^2), \quad (6)$$

式中  $V$  是 p 波散射体积, 与 p 波散射长度的关系为  $V = a_p^3$ . 对于原子之间长程相互作用势为  $V(R) = -C_6/R^6$  的势, 当碰撞原子对的约化质量  $\mu$  比较大时, 可用半经典法进行研究. Gribakin

和 Flambaum [21,22] 应用半经典量子理论得出: 原子的 s 波散射特性仅依赖于势的半经典相位  $\Phi$  和作用势的长程渐进行为  $-C_6/R^6$ . 在半经典转折点  $R_0$  处  $V(R_0) = 0$ , 半经典相位  $\Phi$  由零能下从半经典转折点  $R_0$  到无穷远的积分计算求出

$$\Phi = \int_{R_0}^{\infty} \sqrt{-2\mu V(R)} dR. \quad (7)$$

s 波散射长度仅与半经典相位和长程 Van de Waals 系数有关

$$a^{SC} = \bar{a} \left[ 1 - \tan \left( \Phi - \frac{\pi}{8} \right) \right], \quad (8)$$

其中  $\bar{a}$  为平均散射长度

$$\bar{a} = \sqrt{2\gamma} \Gamma \left( \frac{3}{4} \right) / \Gamma \left( \frac{1}{4} \right), \quad (9)$$

式中  $\gamma = \sqrt{2\mu C_6}$ ,  $C_6$  是长程 Van de Waals 系数. 而有效力程和 s 波散射长度密切相关

$$r_e^{SC} = \frac{\bar{a}}{3} \left[ \frac{\Gamma(\frac{1}{4})}{\Gamma(\frac{3}{4})} \right]^2 \left[ 1 - 2\frac{\bar{a}}{a} + 2\left(\frac{\bar{a}}{a}\right)^2 \right]. \quad (10)$$

Dickinson [23] 给出了计算 p 波散射体积的半经典公式

$$V^{SC} = -\frac{\gamma^{3/2} \Gamma(1/4)}{12\sqrt{2}\Gamma(7/4)} \frac{\bar{a} - a^{SC}}{2\bar{a} - a^{SC}}. \quad (11)$$

## 3 势能曲线

在超冷温度下, 碰撞能量非常低, 原子间散射特性极其敏感的依赖于它们之间的相互作用势 [24], 因此计算散射参数时需要非常精确的原子间相互作用势. 第一原理计算对于除了 H, Li 等核外电子结构较为简单的原子间相互作用势的计算比较精确外, 对于 KCs 基态分子, 第一原理计算所得的作用势能其精确度还不能用于冷原子碰撞的精确计算. 所以本文采用 Ferber 等 [15] 利用傅里叶变换光谱技术精确获得的  $^{39}\text{KCs}$  分子单重态和三重态的势能曲线. 在两原子相互作用的中程区 ( $R_i \leq R \leq R_a$ ), 原子间的相互作用势可展开为解析函数的形式

$$V(R) = \sum_{i=0}^{i=n} a_i \left( \frac{R - R_m}{R + bR_m} \right)^i, \quad (12)$$

式中  $a_i, b,$  和  $R_m$  为待定参数. 对于  $R \leq R_i, V(R) = A + B/R^n, R \geq R_a, V(R)_{LR} = U_{\infty} - C_6/R^6 - C_8/R^8 - C_{10}/R^{10} \pm E_{\text{exch}}$ , 式中交换相互作用势  $E_{\text{exch}} = A_{\text{ex}} R^{\gamma} \exp(-\beta R)$ , 对于单重态取“-”号, 三重态取“+”号. 所用的参数和常数均在文献 [15] 中给出, 相应的  $^{39}\text{KCs}$  分子单重态

和三重态的势能曲线见图 1.

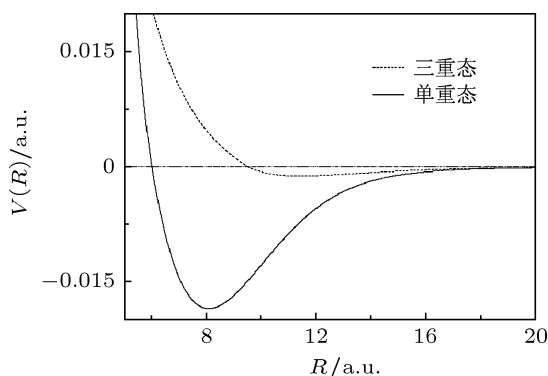


图 1  $^{39}\text{KCs}$  单重态和三重态势能曲线

## 4 计算结果与讨论

### 4.1 散射参数

本文首先通过应用 Numerov 方法数值求解零能极限下  $l = 0$  时的方程 (1), 求出渐进区域内相邻两点的波函数  $u_0(R_a)$  和  $u_0(R_b)$ , 再由 (3) 式可获得 s 波散射相移  $\delta_s$ . 通过把 s 波散射相移  $\delta_s$  拟合于有效力程展开式 (5), 从而求出 s 波散射长度  $a$  和有效力程  $r_e$ . 因为精确的原子质量对精确计算散射常数非常重要 [25], 本文计算时采用最新的原子质量推荐值 [26]. 使用相同计算方法容易获得 p 波散射相移  $\delta_p$ , 通过把 p 波散射相移  $\delta_p$  代入 (6) 式可求出 p 波散射长度  $a_p$ . 对半经典方

法, 为了尽可能减小计算误差, 半经典相位  $\Phi$  可表示为两部分之和  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ . 从半经典转折点  $R_0$  用 Simpson 积分积到截断点  $R_c$  所得半经典相位为  $\Phi_1$ ; 对于  $R > R_c$ , 分子势能可近似表示为  $V(R) = -C_6/R^6$ , 半经典相位  $\Phi_2 = \gamma/(2R_c^2)$ . s 波散射长度  $a$  和有效力程  $r_e$  可以通过 (8) 式和 (10) 式计算得到, 由此结果利用 (11) 式亦可计算出 p 波散射长度, 结果如表 1 所示. 从表 1 可以看出, 量子方法和半经典方法结果符合较好, 考虑到散射参数敏感的依赖于  $\Phi$  值, 半经典方法所得结果令人鼓舞.

两个中性原子间的相互作用主要在于电子、原子核之间的相互作用, 因为电子和原子核相比质量可以忽略, 因此改变原子核中的中子数并不改变原子之间相互作用势的性质, 该方法即为质量标度法 [27]. 通过质量标度法, 本文运用量子方法和半经典方法也计算了  $^{40}\text{K}(^{41}\text{K})\text{-}^{133}\text{Cs}$  的 s 波散射长度, 有效力程和 p 波散射长度, 结果见表 1. 由于约化质量的改变将会导致作用势所支持的最小束缚态能级位置的移动, 所以散射参数极其敏感的依赖于约化质量的变化, 这从表 1 可以看出. 计算所得 KCs 三重态和单重态 s 波散射长度的值与文献 [15] 非常一致. 因为所采用分子势能曲线不同, 本文所得的 s 波散射长度和 p 波散射长度与文献 [14] 相差较大, 考虑到本文所用势能曲线由高精度分子光谱实验所得, 精度较高, 所以本文的散射参数结果更为可靠.

表 1 超冷温度下  $^{39,40,41}\text{K-Cs}$  原子间弹性碰撞的散射参数

	s 波散射长度		有效力程		p 波散射长度	
	量子法	半经典法	量子法	半经典法	量子法	半经典法
(a) 单重态						
$^{39}\text{K}^{133}\text{Cs}$	-15.4	-15.8	10477.9	11581.1	-76.3	-77.6
$^{40}\text{K}^{133}\text{Cs}$	-46.8	-47.4	2057.8	1947.2	-78.4	-81.3
$^{41}\text{K}^{133}\text{Cs}$	-66.9	-67.5	1146.2	1226.3	-79.7	-83.1
(b) 三重态						
$^{39}\text{K}^{133}\text{Cs}$	84.8	84.4	170.3	166	52.4	49.6
$^{40}\text{K}^{133}\text{Cs}$	-32.5	-32.3	3371.2	3479	-79.8	-79.9
$^{41}\text{K}^{133}\text{Cs}$	216.4	217.9	129.7	119.5	-123.2	-123.9

### 4.2 弹性散射截面

图 2 是计算的单重态  $^{39}\text{K}$  和  $^{133}\text{Cs}$  原子间在冷和超冷温度下  $l = 0$  分波以及总弹性散射截面. 在

超冷温度下, 由于碰撞能量小于最低的离心势垒的高度, 此时只有主要是 s 波散射, 总散射截面为一常数, 近似等于  $\sigma = 4\pi a^2$ . 单重态 s 波散射长度是一个负值, 随着碰撞能量的增加, s 波散射相移将逐

渐减小,从而导致 s 波散射截面变小,由于离心势垒的存在,此时更高角动量对散射截面的贡献非常小,导致在碰撞能量为  $E = 1.7 \times 10^{-10}$  a.u. 附近散射截面出现一个极小的值.当仅存在 s 波散射时,方程 (4) 可变为

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{el}}^{\text{s}} &= \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0 \\ &= \frac{4\pi}{k^2 + k^2 \cot^2 \delta_0}.\end{aligned}\quad (13)$$

再利用有效力程展开式有

$$\sigma_{\text{el}}^{\text{s}} \approx 4\pi a^2 [1 + ak^2(r_e - a)]. \quad (14)$$

由于 s 波散射长度是一个负值,  $(r_e - a)$  是正值,所以总截面越来越小,原子间 s 波散射长度为负值的  $^{39}\text{K}$ <sup>[6]</sup> 和  $^{88}\text{Sr}$ <sup>[28]</sup> 在超冷温度下的散射截面都有相同的减小行为.而对于三重态散射截面,因为  $(r_e - a)$  和 s 波散射长度都是正的数值,随着碰撞能量的增加截面将增加,结果如图 2 所示.随着碰撞能量的进一步增加,高阶分波对散射截面的贡献变得越来越大,从而总散射截面逐渐增加.此时,散射截面有许多尖锐的峰出现,该峰是因为碰撞原子对暂时被离心势垒所俘虏而形成准束缚态的一种弹性散射共振,即形状共振.形状共振在冷碰撞物理学中非常重要<sup>[29]</sup>,因为即使对于最低的非零分波,碰撞能量一般也低于其所产生的离心势垒的高度.计算发现单重态和三重态分别发生 g 波和 d 波形状共振,共振能分别位于  $1.2 \times 10^{-8}$  a.u. 和  $5.7 \times 10^{-9}$  a.u.

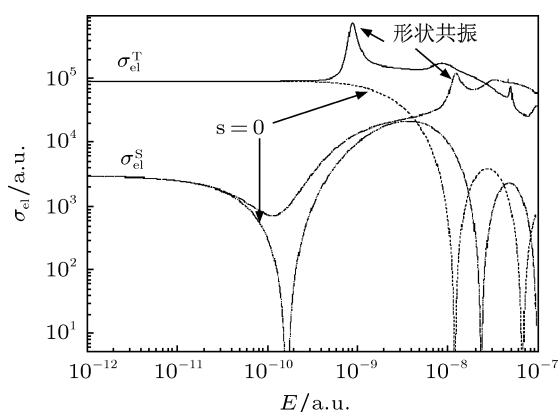


图 2  $^{39}\text{KCs}$  自旋单重态和三重态 s 分波和总弹性散射截面

### 4.3 简并内态近似

随着实验技术的进一步提高,越来越多的不同种原子实现了双组分 BEC. 磁阱中 K-Cs 双组分 BEC 的相互作用主要由  $a_{\text{K}}$ ,  $a_{\text{Cs}}$ ,  $a_{\text{K-Cs}}$  三个

参数表征,要在磁阱中实现双组分 BEC<sup>[4]</sup>,要求三个参数均为正值.因为  $^{39}\text{K}$  的三重态散射长度是负值<sup>[7]</sup>,满足这一条件的只有  $^{41}\text{K-Cs}$  混合物.考虑  $^{41}\text{K-Cs}$  混合, K 和 Cs 原子分别处在  $|F_{\text{K}}, m_{f_{\text{K}}}\rangle$  和  $|F_{\text{Cs}}, m_{f_{\text{Cs}}}\rangle$  超精细态,其中,  $F$  是原子的总角量子数,  $m_f$  是磁量子数.简并内态近似<sup>[18]</sup>给出处在超精细态时的散射长度为

$$a = a_{\text{s}}P_{\text{s}} + a_{\text{t}}P_{\text{t}}, \quad (15)$$

式中  $P_{\text{s}}$  和  $P_{\text{t}}$  分别为原子处在单重态和三重态的概率.应用此近似,我们计算  $^{39}\text{K-Cs}$  分别处在  $|1,1\rangle$  和  $|3,3\rangle$  超精细态时的 s 波散射长度,此时  $P_{\text{s}} = 5/32$ ,  $P_{\text{t}} = 27/32$ ,计算得到散射长度为  $69.2a_0$ ,与精确值<sup>[15]</sup>相比误差不超过 3.5%,表明相对于较为复杂而又高耗时的密耦法,简并内态近似是一种计算散射长度非常方便快捷的方法.表 2 是给出了实验上感兴趣的低场搜寻态的散射长度.尽管单重态 s 波散射长度是负值,但由于三重态的 s 波散射长度值比较大,从表中结果可以看出,处在单重态的概率小于三重态的概率,所以超精细态的 s 波散射长度均是比较大的正值.

表 2  $^{41}\text{K-Cs}$  分别处在超精细态  $|F_{\text{K}}, m_{f_{\text{K}}}\rangle$  和  $|F_{\text{Cs}}, m_{f_{\text{Cs}}}\rangle$  时 s 波散射长度

$ F_{\text{K}}, m_{f_{\text{K}}}\rangle$	$ F_{\text{Cs}}, m_{f_{\text{Cs}}}\rangle$	$P_{\text{s}}$	$P_{\text{t}}$	$a$
$ 2,2\rangle$	$ 4,4\rangle$	0	1	216.4
$ 2,2\rangle$	$ 3,3\rangle$	7/16	9/16	92.5
$ 2,2\rangle$	$ 3,-3\rangle$	1/16	15/16	198.7
$ 1,-1\rangle$	$ 4,4\rangle$	1/8	7/8	181
$ 1,-1\rangle$	$ 3,3\rangle$	11/32	21/32	119
$ 1,-1\rangle$	$ 3,-3\rangle$	5/32	27/32	171.2

## 5 结论

本文分别用量子方法和半经典方法精确计算了超冷  $^{39}\text{K-}^{133}\text{Cs}$  原子之间碰撞时的 s 波散射长度,有效力程和 p 波散射长度等散射参数,所得结果比较一致.超冷温度下  $^{39}\text{K-}^{133}\text{Cs}$  原子之间的弹性散射截面主要为 s 波贡献,发现由于 s 波散射长度的不同散射截面在超低温下表现为不同的趋势,但随着碰撞能量的增加截面均有丰富的形状共振出现,单重态和三重态分别存在  $l = 4$  和  $l = 2$  分波形状共振,能量分别在  $1.2 \times 10^{-8}$  a.u. 和  $5.7 \times 10^{-9}$  a.u.. 本文利用质量标度法也获得了  $^{40}\text{K}$ ( $^{41}\text{K}$ ) 和 Cs 原子

间的冷弹性碰撞参数, 由于相互作用可能形成  $^{41}\text{K}$ - $^{133}\text{Cs}$  双凝聚体, 并利用简并内态近似计算了  $^{41}\text{K}$ - $^{133}\text{Cs}$  处在实验上感兴趣的超精细态的散射长度. 实验上更关注的是外加磁场时超冷原子气体产

生 Feshbach 共振的位置以及共振宽度<sup>[30]</sup>, 我们下一步的工作就是从理论上研究共振位置及宽度.

- [1] Weiner J, Bagnato V S, Zilio S, Julienne P S 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 1
- [2] Chin C, Grimm R, Julienne P S, Tiesinga E 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 125
- [3] Burnett K, Julienne P S, Lett P D, Tiesinga E, Williams C J 2002 *Nature*(London) **416** 225
- [4] Esry B D, Greene C H, Burke J P, Bohn J L 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3594
- [5] Wang H, Nikolov A N, Ensher J R, Gould P L, Eyster E E, Stwalley W C, Burke J P, Bohn J L, Greene C H, Tiesinga E, Williams C J, Julienne P S 2000 *Phys. Rev. A* **62** 052704
- [6] De Sarlo L, Maioli P, Barontini G, Catani J, Minardi F, Inguscio M 2007 *Phys. Rev. A* **75** 022715
- [7] Falke S, Knöckel H, Friebe J, Riedmann M, Tiemann E, Lisdat C 2008 *Phys. Rev. A* **78** 012503
- [8] Leo P J, Williams C J, Julienne P S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2721
- [9] Sun J F, Du B G, Zhang J C, Li W, Zhu Z L 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1019
- [10] Roati G, Zaccanti M, D'Errico C, Catani J, Modugno M, Simoni A, Inguscio M, Modugno G 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 010403
- [11] DeMarco B, Jin D S 1999 *Science* **285** 1703
- [12] Modugno G, Ferrari G, Roati G, Brecha R J, Simoni A, Inguscio M 2001 *Science* **294** 1320
- [13] Weber T, Herbig J, Mark M, Näerl H-C, Grimm R 2003 *Science* **299** 232
- [14] Zhang J C, Jia G R, Sun J F, Liu Y F 2010 *J. Low Temp. Phys.* **159** 484
- [15] Ferber R, Klincare I, Nikolayeva O, Tamanis M, Knöckel H, Tiemann E, Pashov A 2009 *Phys. Rev. A* **80** 062501
- [16] Côté R, Dalgarno A, Wang H, Stwalley W C 1998 *Phys. Rev. A* **57** 4118
- [17] Weiss S B, Bhattacharya M, Bigelow N P 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042708
- [18] Dalgarno A, Rudge M R H 1965 *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **286** 519
- [19] Simos T E 1997 *Computers Chem.* **21** 125
- [20] Mott N F, Massey H S W 1965 *The Theory of Atomic Collisions* (Oxford: Clarendon)
- [21] Gribakin G F, Flambaum V V 1993 *Phys. Rev. A* **48** 546
- [22] Flambaum V V, Gribakin G F, Harabati C 1999 *Phys. Rev. A* **59** 1998
- [23] Dickinson A S 2008 *J. Phys. B* **41** 175302
- [24] Sun J F, Zhang J C, Wang J M 2006 *Chin. Phys.* **15** 531
- [25] Jamieson M J, Zygelman B 2001 *Phys. Rev. A* **64** 032703
- [26] Sansonetti J E, Martin W C 2005 *Handbook of Basic Atomic Spectroscopic Data* (NIST, 2005)
- [27] van Kempen E G M, Kokkelmans S J J M F, Heinzen D J, Verhaar B J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 093201
- [28] Martinez de Escobar Y N, Mickelson P G, Pellegrini P, Nagel S B, Traverso A, Yan M, Côté R, Killian T C 2008 *Phys. Rev. A* **78** 062708
- [29] Londoño B E, Mahecha J E, Luc-Koenig E, Crubellier A 2010 *Phys. Rev. A* **82** 012510
- [30] Tiecke T G, Goosen M R, Walraven J T M, Kokkelmans S J J M F 2010 *Phys. Rev. A* **82** 042712

# Accurate calculation of elastic scattering properties of potassium and cesium atoms at ultracold temperatures\*

Zhang Ji-Cai<sup>1)†</sup> Zhu Zun-Lue<sup>1)</sup> Sun Jin-Feng<sup>1)2)</sup>

1) (*College of Physics and Information Engineering, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China*)

3) (*Department of Physics, Luoyang Normal College, Luoyang 471022, China*)

(Received 31 May 2011; revised manuscript received 31 July 2011)

## Abstract

In this paper, we calculate the scattering parameters for collision between potassium and cesium atoms at ultracold temperatures, such as s-wave scattering length, effective range and p-wave scattering length, by the quantum method and semiclassical method, respectively. The singlet and the triplet elastic scattering cross sections between  $^{39}\text{K}$  and Cs atoms at ultracold temperatures are dominated by s-wave scattering, and shape resonance occurs with the increase of collision energy. There exist pronounced g-wave and d-wave shape resonances for the singlet and the triplet cross sections, respectively. In addition, s-wave scattering lengths are calculated by using the degenerate internet state approximation for selected hyperfine states of  $^{41}\text{K}$ Cs.

**Keywords:** cold atom collision, scattering parameters, elastic scattering cross section, shape resonance

**PACS:** 34.10.+x, 34.20.cf, 34.50.Cx

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10874064), the Natural Science Foundation of Educational Bureau of Henan Province, China (Grant No. 2011A140017), and the Youth Foundation of Henan Normal University(Grant No. 2010qk03).

† E-mail: jicaiz@gmail.com