

单口径相干合成系统激光光束的 M^2 因子研究*李建龙^{1)2)†} 冯国英²⁾ 周寿桓²⁾ 李玮²⁾

1) (四川大学核科学与工程学院, 成都 610065)

2) (四川大学电子信息学院, 成都 610064)

(2011年5月9日收到; 2011年8月25日收到修改稿)

单口径相干合成系统激光光束的光束质量是一个亟待解决的重要问题. 基于二阶矩定义, 文中给出了单口径 TEM_{00} , TEM_{01} 及 TEM_{10} 两两相干光束 M^2 因子的解析表达式, 并比较分析了束腰宽度、传输距离、振幅之比, 以及源场位置矢量对相干光束 M^2 因子的影响, 得到了诸如源场位置参量 $d_1 < 100\lambda$ 时, 各相干光束 M^2 因子恒定, 反之, 其随位置参量 d_1 的增大而增大等一些结论. 最后, 文章对两 TEM_{00} 模相干光束 M^2 因子的部分理论进行了实验验证.

关键词: 相干合成, M^2 因子, 解析表达式, 实验验证

PACS: 42.25.Kb, 42.62.-b, 42.55.Wd

1 引言

随着高能激光技术的不断发展和成熟, 单台激光器的输出功率水平不断取得新的突破. 单口径相干合成系统激光光束的光束质量是一个十分重要的问题, 它影响着高能激光对目标的作用效果. 目前国内外研究人员已经提出了单台高能激光器光束质量评价方法^[1-6], 并对这些方法的适用范围和不定性进行了详细的分析. 普遍认为, 目前各种评价方法各有优势和局限性. 如文献[1]以 Strehl 比作为判据, 分析相干激光阵列的相位误差对合成光束质量的影响, 但未考虑合成光束的非高斯分布特征^[7], Strehl 比不能给出不同稀疏程度的激光阵列光束质量的差异. 我国西安光机所、上海光机所、国防科技大学等均对此有比较详细的研究^[7-10]. 为了更加客观地评价单口径相干合成光束的作用效能和为相干光束系统的设计和优化提供参考, 本文基于二阶矩的 M^2 因子定义式^[11,12] 和电磁场理论^[13-14], 以 TEM_{00} , TEM_{01} 及 TEM_{10} 为单口径输出模场的典型例, 给出两两相干光束 M^2 因子的解析表达式, 并对二者的振幅之比、束腰宽度之比、传输距离等参数对光束质量 M^2 因子的影响进行

了比较分析. 数值计算表明, 束腰宽度对 TEM_{00} 和 TEM_{00} , TEM_{01} 和 TEM_{10} 二者相干光束质量因子影响相对较大, 而对 TEM_{00} 和 TEM_{10} 相干光束的光束质量影响极为细微; TEM_{10} 相干光束的光束质量影响极为细微; 传输距离和振幅之比对 TEM_{00} 和 TEM_{00} , TEM_{00} 和 TEM_{10} 光束质量 M_x^2 和 M_y^2 影响相比其对 TEM_{01} 和 TEM_{10} 相干光束的影响要小得多, 几乎可忽略; 当 $d_1 < 100\lambda$ 的范围内时, 各相干光束质量 M^2 因子值恒定; 但随着 d_1 的增大, 各相干光束质量 M^2 因子随之增大; 相干光束的对称性对其质量 M^2 因子的影响较大等. 文章最后对单口径 TEM_{00} 和 TEM_{00} 两模场的部分理论结果进行了实验验证.

2 相干光束 M^2 因子的理论推导

设传输距离 z 处波长为 λ 的两列高斯光束电场可表为

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) = \frac{a_1 w_{01}}{w_1(z)} \exp\left[-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{d})^2}{w_1^2(z)}\right] \times \exp\left\{-i\left[\frac{ik(\mathbf{r} - \mathbf{d})^2}{2R_1(z)} - \varphi_1\right]\right\}, \quad (1)$$

* 国家自然科学基金重大项目(批准号: 60890200)和中央高等院校基本使用费资助的课题.

† E-mail: sciljl@163.com

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}) = \frac{a_2 w_{02}}{w_2(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w_2^2(z)}\right] \times \exp\left\{-i\left[\frac{ikr^2}{2R_2(z)} - \varphi_2\right]\right\}, \quad (2)$$

式中 a_1, a_2, w_{01}, w_{02} 和 φ_1, φ_2 分别表示两高斯光束的振幅、源处束腰宽度、初位相, $\mathbf{d}(= d_1\mathbf{i} + d_2\mathbf{j})$ 表示两光束中心距离矢量, $k=2\pi/\lambda$. 且

$$z_{01} = \frac{\pi w_{01}^2}{\lambda}, z_{02} = \frac{\pi w_{02}^2}{\lambda},$$

$$w_1(z) = w_{01} \sqrt{1 + (z/z_{01})^2},$$

$$w_2(z) = w_{02} \sqrt{1 + (z/z_{02})^2}, \quad (3a)$$

$$R_1(z) = z_{01}(z/z_{01} + z_{01}/z),$$

$$R_2(z) = z_{02}(z/z_{02} + z_{02}/z),$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (3b)$$

易知, TEM₀₀ 叠加的合场可表为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}). \quad (4)$$

根据二阶矩定义, 传输距离 z 处场 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 在 x, y 方向的束宽 w_{0x}, w_{0y} 分别为

$$w_{0x}^2 = \frac{4}{p} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) dx dy,$$

$$w_{0y}^2 = \frac{4}{p} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) dx dy, \quad (5)$$

式中

$$p = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) dx dy. \quad (6)$$

因而, 空间频率中相干光束的角谱宽度为

$$\theta_x^2 = \frac{4\lambda^2}{p} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x^2 \hat{E}(S_x, S_y, z) \times \hat{E}^*(S_x, S_y, z) dS_x dS_y, \quad (7a)$$

$$\theta_y^2 = \frac{4\lambda^2}{p} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_y^2 \hat{E}(S_x, S_y, z) \times \hat{E}^*(S_x, S_y, z) dS_x dS_y, \quad (7b)$$

式中 $\hat{E}(S_x, S_y, z)$ 为 $E(x, y, z)$ 的傅里叶变换对

$$\hat{E}(S_x, S_y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, y, z) \times \exp[-2\pi i(S_x x + S_y y)] dx dy. \quad (8)$$

基于文献 [11] 中 M^2 因子的定义, 经过复杂的数理整理, 传输距离 z 处相干光束的 M^2 因子为

$$M_x^2 = \frac{e^{f_1+f_4}}{f_0^2 w_1 w_2 f} [(a_2^2 \exp(-f_1 - f_4) f_0^3 w_{02}^2 w_1^2 + a_1^2 \exp(-f_4) f_0^3 w_{02}^2 w_1^2$$

$$-4a_1 a_2 (1 + e^{2f_4}) (2d_1^2 - f_0) w_{01} w_{02} w_1^3 w_2^3 \times \exp(-f_1 - f_2 - f_3 - f_4)) \times (a_1^2 e^{f_1+f_4} f_0^3 w_{01}^2 (4d_1^2 + w_1^2) + a_2^2 e^{f_1+f_4} f_0^3 w_{02}^2 w_2^3 + 4a_1 a_2 e^{f_1 w_2^2/f_0} (\exp(\frac{ikr^2}{R_1}) + \exp(\frac{ikr^2}{R_2})) w_{01} w_{02} w_1 w_2^3 \times (f_0 w_1^2 + 2d_1^2 w_2^2))]^{1/2}, \quad (9)$$

$$M_y^2 = \frac{e^{f_1+f_4}}{f_0^2 w_1 w_2 f} [(\exp(-(d_1^2 + d_2^2 + f_0(f_1 + f_4)/f_0) \times (a_1^2 \exp(f_1 + f_4) f_0^3 w_{02}^2 (4d_2^2 + w_1^2) + a_2^2 \exp(f_1 + f_4) f_0^3 w_{02}^2 w_2^2 + 4a_1 a_2 \exp(f_1 w_2^2/f_0) \times (\exp(\frac{ikr^2}{R_1}) + \exp(\frac{ikr^2}{R_2})) \times w_{01} w_{02} w_1 w_2^3 (f_0 w_1^2 + 2d_1^2 w_2^2)) \times (8a_1 a_2 (-2d_2^2 + f_0) w_{01} w_{02} w_1^3 w_2^3 \times \cos[kr^2(R_2 - R_1)/(2R_1 R_2) + \exp(d_1^2/f_0) f_0^3 (a_2^2 \times w_{02}^2 w_1^2 + a_1^2 w_{01}^2 w_2^2) (\cos(d_2^2/f_0) + \cos(d_2^2/f_0))]^{1/2}, \quad (10)$$

式中

$$f_0 = w_1^2 + w_2^2,$$

$$f_1 = (d_1^2 + d_2^2)/w_1^2,$$

$$f_2 = d_1^2/(w_1^2 + w_2^2),$$

$$f_3 = d_2^2/(w_1^2 + w_2^2),$$

$$f_4 = ikr^2(R_1 + R_2)/(2R_1 R_2),$$

$$f = e^{f_1+f_4} f_0 (a_1^2 w_{01}^2 + a_2^2 w_{02}^2) + 2a_1 a_2 e^{f_1 w_2^2/f_0} (e^{ikr^2/R_1} + e^{ikr^2/R_2}) \times w_1 w_2 w_{01} w_{02}. \quad (11)$$

(9), (10) 式就是本文推出的两 TEM₀₀ 模相干场 M^2 因子表达式.

将 $z = 0$ 代入 (9) 式, 即可得源处相干相干光束的 M^2 因子可简化为

$$M_x^2 = \frac{e^{f_{01}}}{f_{00}^2} [(e^{-f_{01}-f_{03}} \left(\frac{a_1^2 e^{f_{03}} f_{00}^3 w_{01}^2}{w_{01}^2} + \frac{a_2^2 e^{f_{03}} f_{00}^3 w_{02}^2}{w_{02}^2} + 8a_1 a_2 e^{-f_{02}} (-2d_1^2 + f_{00}) w_{01}^2 w_{02}^2 \right) \times (a_1^2 e^{f_{01}} f_{00}^3 w_{01}^2 (4d_1^2 + w_{01}^2) + a_2 e^{f_{01}} f_{00}^3 w_{02}^4$$

$$\begin{aligned}
 &+ 8a_1 a_2 \exp(f_{01} w_{02}^2 / f_{00}) \\
 &\times w_{01}^3 w_{02}^4 (f_{00} w_{01}^2 + 2d_1^2 w_{02}^2))^{1/2} \\
 &/ (a_1^2 e^{f_{01}} f_{00} w_{01}^2 + a_2^2 e^{f_{01}} f_{00} w_{02}^2 \\
 &+ 4a_1 a_2 \exp(f_{01} w_{02}^2 / f_{00}) w_{01}^2 w_{02}^2), \quad (12a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_y^2 = & \frac{e^{f_{01}}}{f_{00}^2} [(\exp(-f_{01}(w_{01} + f_{00})/f_{00}) \\
 &\times (a_1^2 w_{01}^2 (4d_2^2 + w_{01}^2) \\
 &+ a_2^2 e^{f_{01}} w_{02}^2) e^{f_{01}} f_{00}^3 \\
 &+ 8a_1 a_2 e^{-f_{01} w_{02} / f_{00}} w_{01}^2 w_{02}^4) \\
 &\times (w_{01}^4 + 2d_2^2 w_{02}^2 + w_{01}^2 w_{02}^2))(8a_1 a_2 \\
 &\times w_{01}^2 w_{02}^2 (f_{00} - 2d_2^2) \\
 &+ (a_1^2 + a_2^2) e^{f_{02}} f_{00}^3 (\cos(f_{03}) \\
 &+ \sin(f_{03})))^{1/2} / ((a_1^2 w_{01}^2 + a_2^2 w_{02}^2) \\
 &\times e^{f_{01}} f_{00} + 4a_1 a_2 \\
 &\times \exp(f_{01} w_{02}^2 / f_{00}) w_{01}^2 w_{02}^2). \quad (12b)
 \end{aligned}$$

将 $z = 0, d_1 = d_2 = 0$ 代入 (9) 式, 可得同源相干 TEM₀₀ 相干光束的 M^2 因子

$$\begin{aligned}
 M_x^2 = & [(8a_1 a_2 w_{01}^2 w_{02}^2 f_{00} + (a_1^2 + a_2^2) f_{00}^3) \\
 &\times (8a_1 a_2 w_{01}^4 w_{02}^4 f_{00} + (a_1^2 w_{01}^4 + a_2^2 w_{02}^4) f_{00}^3)]^{1/2} \\
 &/ (4a_1 a_2 w_{01}^2 w_{02}^2 f_{00}^2 + (a_1^2 w_{01}^2 + a_2^2 w_{02}^2) f_{00}^3), \quad (13)
 \end{aligned}$$

且 $M_x^2 = M_y^2$, 式中

$$\begin{aligned}
 f_{00} &= w_{01}^2 + w_{02}^2, \\
 f_{01} &= (d_1^2 + d_2^2) / w_{01}^2, \\
 f_{02} &= d_1^2 / (w_{01}^2 + w_{02}^2), \\
 f_{03} &= d_2^2 / (w_{01}^2 + w_{02}^2). \quad (14)
 \end{aligned}$$

从上式可以看出, 同源相干相干光束的 M_x^2 因子不随传输距离的改变而改变, 是一个由源场初始条件所决定的稳定传输物理量.

若相干相干光束为 TEM₁₀ 和 TEM₀₁ 模, 且传输距离 z 处的电场为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) = & \frac{a_1 w_{01}}{w_1} (x - d_1) \exp \left[-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{d}|^2}{w_1^2} \right] \\
 &\times \exp \left\{ i \left[\omega t - \frac{\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{d})}{2R_1} + \varphi_1 \right] \right\}, \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) = & \frac{a_2 w_{02}}{w_2} y \exp \left[-\frac{\mathbf{r}^2}{w_2^2} \right] \\
 &\times \exp \left\{ i \left[\omega t - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{2R_2} + \varphi_2 \right] \right\}, \quad (16)
 \end{aligned}$$

同理将 (15), (16) 式代入 (4)—(8) 式, 即可得 TEM₁₀ 和 TEM₀₁ 相干光束的 M^2 因子

$$\begin{aligned}
 M_x^2 = & \frac{1}{f_0} e^{f_4 + f_1} \{ (\exp(-f_4 - f_1(w_1^2 + f_0)/f_0) \\
 &\times (a_1^2 e^{f_4 + f_1} w_1^4 (4d_1^2 + 3w_1^2) f_0^5 \\
 &+ a_2^2 e^{f_4 + f_1} w_2^6 f_0^5 - 16a_1 a_2 d_1 d_2 \\
 &\times \exp(f_1 w_2^2 / f_0) (\exp(\frac{ikr^2}{R_1}) \\
 &+ \exp(\frac{ikr^2}{R_2})) w_1^4 w_2^6 (w_1^4 \\
 &+ 2d_1^2 w_2^2 - w_1^2 w_2^2 - 2w_2^4)) \\
 &\times (32a_1 a_2 d_1 d_2 w_1^4 w_2^4 (2d_1^2 - 3f_0 \cos(f_5) \\
 &+ e^{f_2} f_0^5 (3a_1^2 w_1^2 + a_2^2 w_2^2) \\
 &\times (\cosh(f_3) + \sinh(f_3)))) \} / ff, \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_y^2 = & \frac{1}{f_0} e^{f_4 + f_1} \{ (\exp(-f_4 - f_1(w_1^2 + f_0)/f_0) \\
 &\times (a_1^2 e^{f_4 + f_1} w_1^4 (4d_2^2 + 3w_1^2) f_0^5 \\
 &+ 3a_2^2 e^{f_4 + f_1} w_2^6 f_0^5 - 16a_1 a_2 d_1 d_2 \\
 &\times \exp(f_1 w_2^2 / f_0) (\exp(\frac{ikr^2}{R_1}) \\
 &+ \exp(\frac{ikr^2}{R_2})) w_1^4 w_2^6 (3w_1^4 \\
 &+ 2d_1^2 w_2^2 + 3w_1^2 w_2^2)) \\
 &\times (32a_1 a_2 d_1 d_2 w_1^4 w_2^4 (2d_1^2 - 3f_0 \cos(f_5) \\
 &+ e^{f_2} f_0^5 (3a_1^2 w_1^2 + a_2^2 w_2^2) \\
 &\times (\cosh(f_3) + \sinh(f_3)))) \} / ff, \quad (18)
 \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 ff = & -8a_1 a_2 d_1 d_2 \exp(f_1 w_2^2 / f_0) \\
 &\times (\exp \left[\frac{ikr^2}{R_1} \right] + \exp \left[\frac{ikr^2}{R_2} \right]) w_1^4 w_2^4 \\
 &+ (a_1^2 w_1^4 + a_2^2 w_2^4) \exp(f_4 + f_1) f_0^3. \quad (19)
 \end{aligned}$$

(17), (18) 式就是本文所推出的 TEM₁₀ 和 TEM₀₁ 相干光束的 M^2 因子. 从上式可以看出, 非同源 TEM₁₀ 和 TEM₀₁ 相干光束的 M^2 子不仅受到相干场的初始条件, 还受相干源之间的空间位置 \mathbf{d} 的影响.

将 $z = 0$ 代入 (17), (18) 式, 源处相干场的 M^2 因子为

$$\begin{aligned}
 M_x^2 = & \frac{e^{f_{01}}}{f_0^2 f f f} \{ e^{-f_{01} - f_{02}} [a_1^2 e^{f_{01}} f_{00}^5 w_{01}^4 (4d_1^2 + 3w_{01}^2) \\
 &+ a_2^2 e^{f_{01}} f_{00}^5 w_{02}^6 - 32a_1 a_2 d_1 d_2 w_{01}^4 w_{02}^6 \\
 &\times \exp(f_{01} w_{02}^2 / f_{00})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times (w_{01}^4 + 2d_{01}^2 w_{02}^2 - w_{01}^2 w_{02}^2 - 2w_{02}^4) \\ & \times (32a_1 a_2 d_1 d_2 w_{01}^4 w_{02}^4 \\ & \times \exp(-f_{02})(2d_1^2 - 3f_{00}) + (3a_1^2 w_{01}^4 f_{00}^4 \\ & + 3a_1^2 w_{01}^2 w_{02}^2 f_{00}^4 \\ & + a_2^2 w_{01}^2 w_{02}^2 f_{00}^4 + a_2^2 w_{02}^4 f_{00}^4) \\ & \times (\cosh(f_{03}) + \sinh(f_{03}))\}^{1/2} \\ & / (16a_1 a_2 d_1 d_2 e^{f_{01} w_{02}^2 / f_{00}} w_{01}^4 w_{02}^4 + (a_1^2 w_{01}^4 \\ & + a_2^2 w_{02}^4) e^{f_{01}} f_{00}^3 w_{01}^4), \end{aligned} \quad (20a)$$

$$\begin{aligned} M_y^2 = & \frac{e^{f_{01}}}{f_{00}^2 f f f f} \{e^{-f_{01}(w_{01}^2 + f_{00}) / f_{00}} \\ & \times [a_1^2 e^{f_{01}} f_{00}^5 w_{01}^4 (4d_2^2 + w_{01}^2) \\ & + 3a_2^2 e^{f_{01}} f_{00}^5 w_{02}^6 - 32a_1 a_2 d_1 d_2 w_{01}^4 w_{02}^6 \\ & \times \exp(f_{01} w_{02}^2 / f_{00}) \\ & \times (3w_{01}^4 + 2d_1^2 w_{02}^2 + 3w_{01}^2 w_{02}^2) \\ & \times (32a_1 a_2 d_1 d_2 w_{01}^4 w_{02}^4 \\ & \times (2d_2^2 - 3f_{00}) + (e^{f_{02}} f_{00}^5 (a_1^2 w_{01}^2 + 3a_2^2 w_{02}^2) \\ & \times (\cosh(f_{03}) + \sinh(f_{03}))\}^{1/2} \\ & / (16a_1 a_2 d_1 d_2 e^{f_{01} w_{02}^2 / f_{00}} w_{01}^4 w_{02}^4 \\ & + (a_1^2 w_{01}^4 + a_2^2 w_{02}^4) e^{f_{01}} f_{00}^3 w_{01}^4). \end{aligned} \quad (20b)$$

将 $z = 0, d_1 = d_2 = 0$ 代入 (17), (18) 式, TEM₁₀ 和 TEM₀₁ 模同源相干的 M^2 因子为

$$\begin{aligned} M_x^2 &= \frac{\sqrt{(3a_1^2 w_{01}^2 + a_2^2 w_{02}^2)(3a_1^2 w_{01}^6 + a_2^2 w_{02}^6)}}{a_1^2 w_{01}^4 + a_2^2 w_{02}^4}, \\ M_y^2 &= \frac{\sqrt{(a_1^2 w_{01}^2 + 3a_2^2 w_{02}^2)(a_1^2 w_{01}^6 + 3a_2^2 w_{02}^6)}}{a_1^2 w_{01}^4 + a_2^2 w_{02}^4}, \end{aligned} \quad (21)$$

从 (21) 式可以看出, TEM₁₀ 和 TEM₀₁ 的同源相干相干光束的 M^2 传输因子不随传输距离的改变而改变, 是一个由相干场初始条件所决定的物理量, 满足 M^2 因子稳定性的物理意义. 当然, 其他相干模相干光束的光束质量也可同样求出.

若 (1) 式所示的 TEM₀₀ 与 (16) 式的 TEM₀₁ 模叠加, 类似可得相干光束的 M^2 因子

$$\begin{aligned} M_x^2 &= \frac{\exp[(-b_2 - f_1 - iw_2)/2]}{f_0^2 w_1 f f f f} \\ & \times \left\{ [4a_1^2 e^{b_2 + f_1} f_0^4 (4d_2^2 + w_1^2) w_{01}^2 \right. \\ & + 16a_1 a_2 d_2 \exp\left(\frac{f_2 w_2^2}{w_2^2 + w_1^2}\right) \\ & \times \left. \left(\exp\left(\frac{ikr^2}{R_1}\right) + \exp\left(\frac{ikr^2}{R_2}\right) \right) w_2^5 w_1 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times (2d_2^2 w_2^2 + 3f_0 w_1^2) w_{01} w_{02} \\ & + 3a_2^2 e^{b_2 + f_1} f_0^4 w_1^4 w_{02}^2] \\ & \times \left[e^{f_1} w_1^2 (4a_1^2 (4w_2^6 + 6w_2^4 w_1^2 \right. \\ & + 4w_2^2 w_1^4 + w_1^6) w_{01}^2 \\ & + 3a_2^2 f_0^4 w_2^2) \cos(b_1) \\ & + 4a_1^2 e^{f_1} w_2^8 w_{01}^2 \cos(b_1) \\ & - 32a_1 a_2 d_2^3 w_2^3 w_1^3 w_{02} w_{01} \\ & \times \cos\left(\frac{kr^2}{R_2}\right) + 48a_1 a_2 f_0 w_2^3 w_1^3 w_{02} w_{01} \\ & \times \cos\left(\frac{kr^2}{R_2}\right) + i4a_1^2 e^{f_1} i4a_1^2 e^{f_1} w_2^8 \\ & \times w_{01}^2 \sin(b_1) + 16ia_1^2 e^{f_1} w_2^6 w_1^2 w_{01}^2 \sin(b_1) \\ & + 24ia_1^2 e^{f_1} w_2^4 w_1^4 w_{01}^4 \sin(b_1) \\ & + 16ia_1^2 e^{f_1} w_2^2 w_1^6 w_{01}^6 \sin(b_1) \\ & + 4ia_1^2 e^{f_1} w_1^8 w_{01}^2 \sin(b_1) \\ & + 3ia_2^2 e^{f_1} w_2^8 w_1^2 w_{02}^2 \sin(b_1) \\ & + 12ia_2^2 e^{f_1} w_2^6 w_1^4 w_{02}^2 \sin(b_1) \\ & + 18ia_2^2 e^{f_1} w_2^4 w_1^6 w_{02}^2 \sin(b_1) \\ & + 12ia_2^2 e^{f_1} w_2^2 w_1^8 w_{02}^2 \sin(b_1) \\ & + 3ia_2^2 e^{f_1} w_1^{10} w_{02}^2 \sin(b_1) \\ & - 32ia_1^2 e^{f_1} d_2^3 w_2^3 w_1^3 w_{01} \sin\left(\frac{kr^2}{R_1}\right) \\ & + 48ia_1 a_2 d_2 w_2^5 w_1^3 w_{01}^2 w_{02}^2 \sin\left(\frac{kr^2}{R_1}\right) \\ & + 48ia_1 a_2 d_2 w_2^3 w_1^5 w_{01}^2 w_{02}^2 \sin\left(\frac{kr^2}{R_1}\right) \\ & - 32ia_1 a_2 d_2^3 w_2^3 w_1^3 w_{01}^2 w_{02}^2 \sin\left(\frac{kr^2}{R_2}\right) \\ & + 48ia_1 a_2 d_2 w_2^5 w_1^3 w_{01}^2 w_{02}^2 \sin\left(\frac{kr^2}{R_2}\right) \\ & + 48ia_1 a_2 d_2 w_2^3 w_1^5 w_{01}^2 w_{02}^2 \sin\left(\frac{kr^2}{R_2}\right) \\ & \left. + 48ia_1 a_2 d_2 w_2^3 w_1^5 w_{01}^2 w_{02}^2 \sin\left(\frac{kr^2}{R_2}\right) \right] \}^{1/2}. \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} M_y^2 &= \frac{\exp[(-b_2 - f_1 - f_2 - iw_2)/2]}{f_0^2 w_1 f f f f} \\ & \times \left\{ [4a_1^2 e^{b_2 + f_1} f_0^4 (4d_1^2 + w_1^2) w_{01}^2 \right. \\ & + 16a_1 a_2 d_2 \exp\left(\frac{f_2 w_2^2}{w_2^2 + w_1^2}\right) \\ & \times \left. \left(\exp\left(\frac{ikr^2}{R_1}\right) + \exp\left(\frac{ikr^2}{R_2}\right) \right) w_2^5 w_1 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left(\exp\left(\frac{ikr^2}{R_1}\right) \right. \\
 & + \exp\left(\frac{ikr^2}{R_2}\right) \left. \right) w_2^5 w_1 \\
 & \times (2d_1^2 w_1^2 + w_1^2 w_2^2 + w_1^4) w_{01} w_{02} \\
 & + a_2^2 e^{b_2 + f_1} f_0^4 w_1^4 w_{02}^2 \\
 & \times \left[-16a_1 a_2 d_2 \left(\exp\left(\frac{ikr^2}{R_1}\right) \right. \right. \\
 & + \exp\left(\frac{ikr^2}{R_2}\right) \left. \right) (2d_1^2 - f_0) w_1^2 w_2^2 w_{01}^2 w_{02}^2 \\
 & + e^{f_1} (w_2^8 + f_0^8 w_1^2 + 3w_2^6 w_1^2 + 3w_1^4 w_2^4 + w_2^2 w_1^6) \\
 & \times (4a_1^2 w_{01}^2 + a_2^2 w_1^2 w_{02}^2) \cos(b_1) \\
 & \left. \left. + i e^{f_1} f_0^4 (4a_1^2 w_{01}^2 + a_2^2 w_1^2 w_{02}^2) \sin(b_1) \right] \right\}^{1/2}, \quad (23)
 \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 b_1 &= (-2id_2^2 R_1 R_2 + (w_2^2 + w_1^2) k r^2 (R_1 + R_2)) \\
 & \quad / (2f_0 R_1 R_2), \\
 b_2 &= i k r^2 (R_1 + R_2) / (2R_1 R_2), \\
 f f f f &= e^{f_2 - b_2} [4a_1^2 e^{f_2 + b_2} f_0^2 w_{01}^2 \\
 & \quad + 8a_1 a_2 d_2 \exp\left(\frac{f_2 w_2^2}{f_0}\right) \\
 & \quad \times (\exp(ikr^2/R_1) + \exp(ikr^2/R_2)) \\
 & \quad \times w_2^3 w_1 w_{01} w_{02} + a_2^2 e^{f_2 + b_2} w_2^2 f_0^2 w_{02}^2]. \quad (24)
 \end{aligned}$$

将 $z = 0$ 代入 (22), (23) 式, 源处相干场的光束质量为

$$\begin{aligned}
 M_x^2 &= e^{-f_{02}/2} \{ [a_2^2 e^{f_{02}} f_{00}^4 w_{02}^6 \\
 & \quad + 4a_1^2 e^{f_{02}} f_{00}^4 w_{01}^4 (4d_1^2 + w_{01}^2) \\
 & \quad + 32a_1 a_2 d_2 \exp\left(\frac{f_{02} w_{01}^2}{f_{00}}\right) w_{02}^6 w_{01}^2 \\
 & \quad \times (2d_1^2 w_{02}^2 + f_{00} w_{01}^2)] \\
 & \quad \times [32a_1 a_2 d_2 (-2d_1^2 + f_{00}) w_{02}^4 w_{01}^2 \\
 & \quad + e^{f_2} f_{00}^3 (4a_1^2 + a_2^2 w_{02}^2) f_{00} \\
 & \quad \times (\cosh(f_{03}) + \sinh(f_{03}))] \}^{1/2} \\
 & \quad / (f_{00}^2 f_p), \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_y^2 &= e^{-f_{03}/2} \{ [3a_2^2 e^{f_{02}} f_{00}^4 w_{02}^6 \\
 & \quad + 4a_1^2 e^{f_{02}} f_{00}^4 w_{01}^4 (4d_1^2 + w_{01}^2) \\
 & \quad + 32a_1 a_2 d_2 \exp(f_{02} w_{01}^2 / f_{00}) \\
 & \quad \times w_{02}^6 w_{01}^2 (2d_2^2 w_{02}^2 + 3f_{00} w_{01}^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times [32a_1 a_2 d_2 (-2d_1^2 + 3f_{00}) w_{02}^4 w_{01}^2 \\
 & \quad + e^{f_{02}} f_{00}^4 (4a_1^2 + 3a_2^2 w_{02}^2) f_{00} \\
 & \quad \times (\cosh(f_{03}) + \sinh(f_{03}))] \}^{1/2} \\
 & \quad / (f_{00}^2 f_p), \quad (26)
 \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 f_p &= a_2^2 e^{f_{02}} f_{00}^2 w_{02}^4 + 4a_1^2 e^{f_{01}} f_{00}^2 w_{01}^2 \\
 & \quad + 16a_1 a_2 d_2 \exp(f_{01} w_{02}^2 / f_{00}) w_{02}^4 w_{01}^2. \quad (27)
 \end{aligned}$$

将 $z = 0$, $d_1 = d_2 = 0$ 代入 (22), (23) 式, TEM₀₀ 和 TEM₁₀ 的同源相干场的光束质量为

$$\begin{aligned}
 M_x^2 &= \frac{\sqrt{(4a_1^2 + a_2^2 w_{02}^2)(a_2^2 w_{02}^6 + 4a_2^2 w_{01}^2)}}{a_2^2 w_{02}^4 + 4a_1^2 w_{01}^2}, \\
 M_y^2 &= \frac{\sqrt{(4a_1^2 + 3a_2^2 w_{02}^2)(3a_2^2 w_{02}^6 + 4a_2^2 w_{01}^2)}}{a_2^2 w_{02}^4 + 4a_1^2 w_{01}^2}. \quad (28)
 \end{aligned}$$

从上式可以看出, TEM₀₀ 和 TEM₁₀ 的同源相干相干光束的 M^2 传输因子不随传输距离的改变而改变, 是一个由相干场初始条件所决定的物理量, 满足 M^2 因子稳定性的物理意义. 当然, 其他相干模相干光束的光束质量也可同样求出.

3 相干相干光束质量 M^2 因子模拟计算

现设相干光束模场典型例 TEM₀₀, TEM₀₁ 和 TEM₁₀ 的两相干光束的波长 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, 束腰宽度分别为 $w_{01} = 0.3 \text{ mm}$, $w_{02} = 1.2w_{01}$, $d_1 = 0.1w_{01}$, $d_2 = 0.3d_1$, $a_1 = 0.8$, $a_2 = 1.4a_1$, $z_{01} = \pi w_{01}^2 / \lambda$, $z_{02} = \pi w_{01}^2 / \lambda$. 将这些参数代入以上各式, 其模拟结果请见以下各图示.

图 1(a), (b) 分别给出了 TEM₀₀, TEM₀₁ 和 TEM₁₀ 两两相干模场的光束质量 M_x^2 和 M_y^2 因子随二者束腰宽度之比的变化. 从图可以看出, 除 TEM₀₁ 和 TEM₁₀ 模相干光束的 M_x^2 和 M_y^2 因子随束腰宽度之比的变化几乎完全相反外, TEM₀₁ 和 TEM₁₀ 模相干光束、TEM₀₀ 和 TEM₀₀ 模相干光束质量因 M_x^2 和 M_y^2 因子随束腰宽度之比的变化相似. 从图可以看出, TEM₀₀ 和 TEM₀₀ 模相干光束质量 M_x^2 和 M_y^2 因子随束腰宽度之比的增大, 先急剧减小, 然后慢慢地增大, 直至一个较为稳定的数值; TEM₀₀ 和 TEM₀₁ 模相干光束质量因子 M_x^2 和 M_y^2 因子随束腰宽度之比的增大而慢慢地增大, 但其变化的幅度较小; TEM₀₁ 和 TEM₁₀ 模相干光束质量因 M_x^2 和 M_y^2 因子随束腰宽度之比的增大,

光束质量因子 M_x^2 首先急剧减小, 然后缓慢地与 1 越来越靠近, 但 M_y^2 因子急剧的增大, 最后与 3.0 无限的靠近. 比较得出, 相干光束的对称性对光束质量的 M^2 因子影响非常明显, 且 $w_{02}/w_{01} < 2.0$ 时, 光束质量的 M^2 因子随束腰宽度之比的增大变化梯度相对要大得多. 当相干光束二者的束腰宽度相比较为悬殊时, 相干光束质量退化为束腰宽度较大光束的 M^2 因子.

图 2 给出了不同振幅 TEM_{00} , TEM_{01} 和 TEM_{10} 两相干光束质量 M_x^2 和 M_y^2 随传输距离 z 的变化. 从图可以看出, 除了 TEM_{01} 和 TEM_{10} 模相干光束 M_x^2 和 M_y^2 因子随束腰宽度之比的变化几乎完全相反外, TEM_{01} 和 TEM_{10} 模相干光束、 TEM_{00} 和 TEM_{00} 模相干光束质量因 M_x^2 和 M_y^2 因子随传输距离的变化相似. 从图可以看出, TEM_{00} 和 TEM_{00} 模相干光束质量因 M_x^2 和 M_y^2 因子随传输距离的增大慢慢地减小, 然后又慢慢地增大到一个较为稳定的数值; TEM_{00} 和 TEM_{01} 模相干光束质量因子 M_x^2 和 M_y^2 因子与两个 TEM_{00} 模相干光束的光束质量因子随传输距离增大的变化相似; TEM_{01} 和 TEM_{10} 模相干光束的光束质量因子 M_x^2 和 M_y^2 因子随传输距离的增大, 二者的变化趋势恰好相反, M_x^2 首先缓慢增大, 而 M_y^2 因子且慢慢地减

小到与 1 靠近. 从图可以看出, 相干光束的传输距离对 TEM_{00} 和 TEM_{01} 模相干光束质量因子影响最小, 对 TEM_{10} 和 TEM_{10} 模相干光束质量因子影响最大; 源场的空间对称性明显影响相干光束的光束质量等. 总的来说, 传输距离对两个 TEM_{00} 模相干光束和 TEM_{00} 和 TEM_{01} 模相干光束质量因子的影响极为细微, 在误差可允许的范围内可忽略不计 (相对变化幅度小于 2%), 但 TEM_{10} 和 TEM_{10} 模相干光束质量因子变化幅度较大. 比较得出, 相干光束的对称性对光束质量的 M^2 因子影响非常明显, 对称性较好光束质量的 M^2 因子随传输距离的增大变化几乎可以忽略.

图 2 给出了不同振幅 TEM_{00} , TEM_{01} 和 TEM_{10} 模相干光束质量因子随振幅之比的变化. 从图可以看出, 除 TEM_{00} 模相干光束 M_x^2 和 M_y^2 因子随振幅之比的增大而变化趋势相似之外, 后两种叠加形式的光束质量 M_x^2 和 M_y^2 因子随振幅之比的变化趋势恰好相反; 两 TEM_{00} 模相干光束的光束质量 M_x^2 和 M_y^2 因子随着振幅之比的增大而急剧变小, 然后随着振幅之比的增大而缓慢地与 1 靠近; TEM_{00} 和 TEM_{01} 相干光束的光束质量 M_x^2 因子随着振幅之比的增大而几乎成线性递减, 而 M_y^2 因子随着振幅之比的增大而几乎成线性增加; TEM_{10}

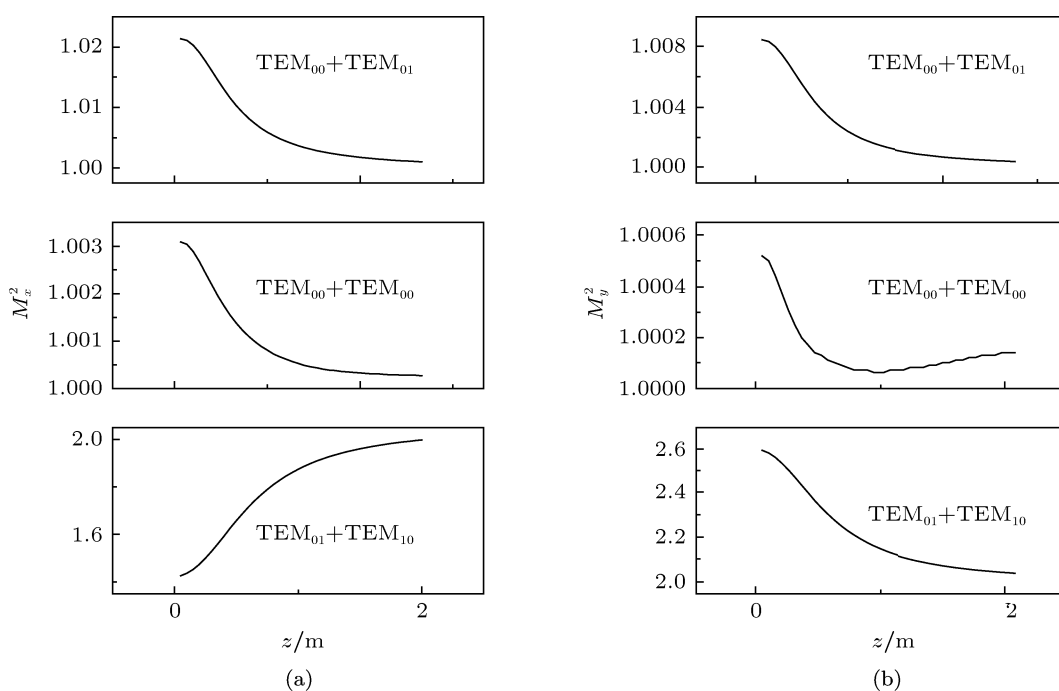


图 1 (a) 相干光束 M_x^2 因子随着传输距离的变化; (b) 相干光束 M_y^2 因子随着传输距离的变化

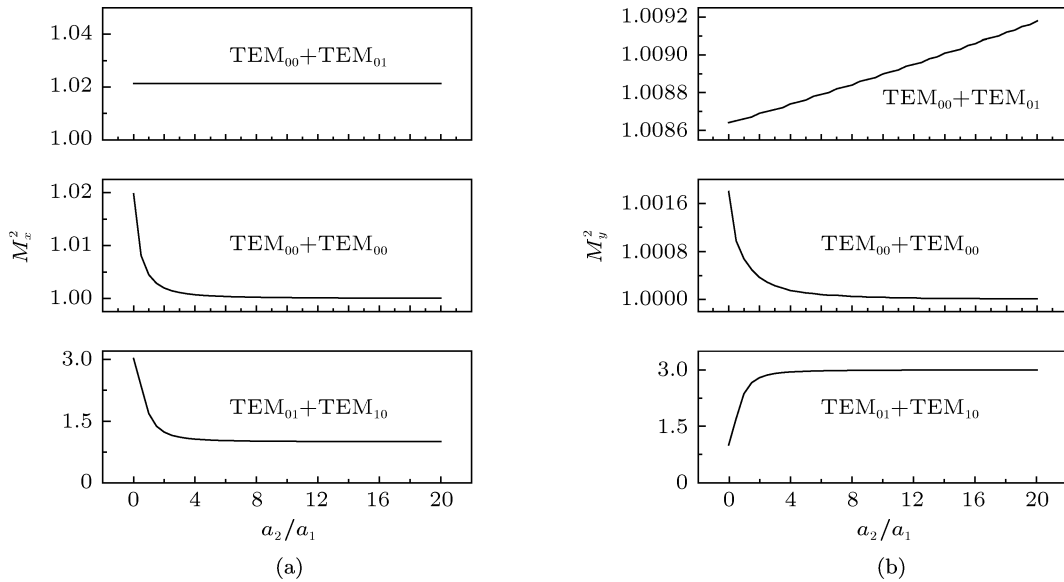


图2 (a) 相干光束 M_x^2 因子随着振幅之比的变化; (b) 相干光束 M_y^2 因子随着振幅之比的变化

和 TEM_{01} 相干光束的光束质量 M_x^2 因子随着振幅之比的增大而急剧减小, 而 M_y^2 因子随着振幅之比的增大而增加. 总的来说, 与传输距离对这三种叠加模式影响相同, 振幅之比的变化对两个 TEM_{00} 和 TEM_{00} 和 TEM_{01} 模相干光束质量因子的影响极为细微, 在误差可允许的范围内可忽略不计 (相对变化幅度小于 2%), 但 TEM_{10} 和 TEM_{10} 模相干光束质量因子变化幅度较大.

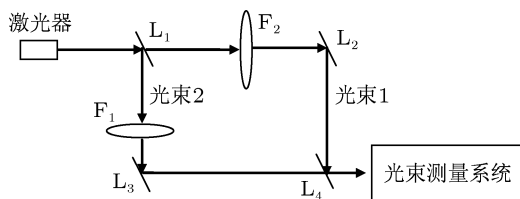


图3 两相干 TEM_{00} 光束质量测试图

图3给出了不同振幅 TEM_{00} , TEM_{01} 和 TEM_{10} 模相干光束质量 M_x^2 和 M_y^2 因子随 d_1 参数的变化. 从图相比而言, 源场位置距离的变化对 TEM_{00} 和 TEM_{00} 模相干光束质量因子 M_x^2 和 M_y^2 的影响极为细微, 可以看出, 当 $d_1 < 100\lambda$ 时, 各种模式相干光束质量因子为一定值. 比较可知, d_1 的变化对 TEM_{00} 和 TEM_{00} 模相干光束质量因子 M_x^2 和 M_y^2 的影响最小; 对 TEM_{00} 和 TEM_{01} 模相干光束质量因子 M_x^2 和 M_y^2 的影响次之, 受影响最大的是 TEM_{01} 和 TEM_{10} 模相干光束的光束质量因子 M_x^2 和 M_y^2 . 这可能是由光场的空间对称性所影

响. 当 $d_1 < 100\lambda$ 时, 我们也模拟此时各相干光束质量因子 M_x^2 和 M_y^2 的传输特性, 发现此时它们的 M_x^2 和 M_y^2 的相对变量小于 2.63%, 几乎为稳定传输, 相关变化曲线在此从略.

4 光束质量的实验验证

我们用图3所示的实验装置对上文中 TEM_{00} 和 TEM_{00} 两相干光束质量因子 M_x^2 随着束腰宽度之比的变化进行了实验. 实验中使用的是 Nd:YAG 激光器, 利用 1/2 分束器 (L_1), 将同一源处出射的激光分为光束1和光束2. 焦距不同的透镜 F_1 , F_2 分别对 1, 2 光束的束腰宽度进行调节, 再对光束 1, 2 的传输距离进行调整, 使之二者的束腰宽度之比能满足上文中的要求, TEM_{00} 和 TEM_{00}

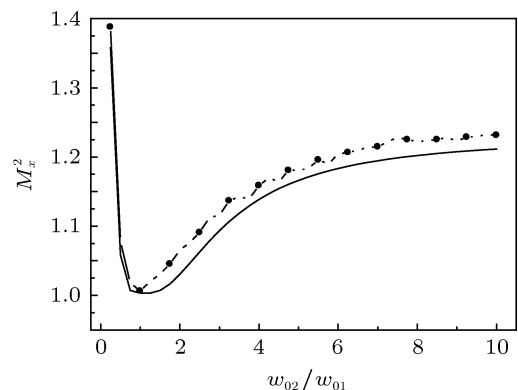


图4 两相干 TEM_{00} 的 M_x^2 因子随着束腰宽度之比变化的理论与实验图示

两相干光束质量的测量结果请见图 4. 图 4 给出了 TEM_{00} 和 TEM_{00} 两相干光束质量因子 M_x^2 随着束腰宽度之比变化的理论与实验曲线. 图中“●”表示两 TEM_{00} 相干光束的实验测量数据, 实线表示各自的理论曲线. 因透镜 F_1 和 F_2 所在位置的不对称性, 使得参与合成的不同光路光束的发散角不同, 合成后的光束质量因子有所劣化, 但从图可以看出, 理论与实验结果吻合的很好, 证明了理论的可靠性.

5 结论

基于 M^2 因子的定义, 文章首次导出了 TEM_{00} 和 TEM_{00} , TEM_{00} 和 TEM_{10} , 以及 TEM_{01} 和 TEM_{10} 相干光束质量的解析表达式, 并讨论了源处、同源相干光束质量因子的物理属性. 数值计算表明, 对称性是影响相干光束质量 M^2 因子的主要因素之一; 二者的束腰宽度相比

较为悬殊时, 相干光束质量退化为束腰宽度较大光束的 M^2 因子. 相干光束的束腰宽度对 TEM_{00} 和 TEM_{00} , TEM_{01} 和 TEM_{10} 二者相干光束质量因子影响相对较大, 而对 TEM_{00} 和 TEM_{10} 相干光束的光束质量影响极为细微; 传输距离和振幅之比对 TEM_{00} 和 TEM_{00} , TEM_{00} 和 TEM_{10} 的影响相比其对 TEM_{01} 和 TEM_{10} 相干光束的影响要小得多, 几乎可忽略; 当 d_1 位于一定范围时, 相干光束 M^2 因子的变化几乎为零, 但是随着 d_1 的变化, 相干光束质量 M^2 因子随之变化明显. 最后的实验验证了束腰宽度之比对两 TEM_{00} 相干光束 M^2 因子的影响. 以上结论的得出, 可用于指导激光的相干合成等. 基于 Li 等人的工作基础 [15], 本文工作也可推广到旋转坐标系下相干光束的 M^2 因子.

感谢陈建国教授与本文作者之一 (李建龙) 进行了讨论, 并提出宝贵意见.

-
- [1] Nabors C D, 1994 *Appl. Opt.* **33** 2284
- [2] Fan T Y 2005 *IEEE J. Sel. Top. Quantum. Electron.* **11** 567
- [3] Zhou P, Liu Z, Xu X 2008 *App. Opt.* **47** 3350
- [4] Zhou P, Liu Z J, Xu X J Wang X L, Chen L 2008 *Chins. Opt. Lett.* **9** 625
- [5] Li Y Z, Qian L J, Lu D Q 2007 *Opt. & Laser Tech.* **39** 957
- [6] Dgoodno G D, Komine H, McNaught S J 2006 *Opt. Lett.* **31** 1247
- [7] Wang J M, Duan K L, Wang Y S 2008 *Acta Physica Sinic* **57** 5627 (in Chinese) [王建明, 段开棕, 王屹山 2008 物理学报 **57** 5627]
- [8] Jeong Y, Sahu J K, Payne D N, Nilsson J 2004 *Opt. Express* **12** 6088
- [9] Li Z, Xue Y H, Zhou J, He B, Liu C, Qi Y F, Dong J X, Wei Y R, Lou Q H, Pan Z Y 2011 *Chinese Journal of Lasers* **4** 0402 (in Chinese) [李震, 薛宇豪, 周军, 何兵, 刘驰, 漆云凤, 董景星, 魏运荣, 楼祺洪, 潘志勇 2011 中国激光 **4** 0402]
- [10] Han K, Xu X J, Zhou P, Ma Y X, Wang X L, Liu Z J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 074206 (in Chinese) [韩凯, 许晓军, 周朴, 马阎星, 王小林, 刘泽金 2011 物理学报 **60** 074206]
- [11] Siegman A E 1990 D.A. Holmes, Edit, *Pro. SPIE* **1224** 2
- [12] Li B, Yan A M, Liu L R, Dai E W, Sun J F, Shen B L, Lv X Y, Wu Y P 2011 *J. Opt.* 055706-5
- [13] Li J L, Tang S H, Zhu S F, Fu K X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5467(in Chinese) [李建龙, 唐世红, 朱世富, 傅克祥 2010 物理学报 **59** 5467]
- [14] Li J L, Zhu S F, Fu K X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3192 (in Chinese) [李建龙, 朱世富, 傅克祥 2010 物理学报 **59** 3192]
- [15] Li W, Feng GY, Huang N, Li G, Yang H M, Xie X D, Cheng J G, Zhou S H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2461 (in Chinese) [李玮, 冯国英, 黄宇, 李刚, 杨火木, 谢旭东, 陈建国, 周寿桓 2009 物理学报 **58** 2461]

Study of the M^2 factor for the single-aperture coherent laser beam synthesis system*

Li Jian-Long^{1)2)†} Feng Guo-Ying²⁾ Zhou Shou-Huan²⁾ Li Wei²⁾

1) (College of Nuclear Science and Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

2) (School of Electronics And Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

(Received 9 May 2011; revised manuscript received 25 August 2011)

Abstract

Beam quality M^2 factor of the single-aperture coherent laser beam synthesis system is a major problem to be solved. Based on the definition of second-order moment, beam quality M^2 factors of the coherently combined beam supposed by the basic model TEM₀₀, TEM₀₁ and TEM₁₀ are presented by some analytical expressions in this paper. And, the effects produced by the beam waist width, the propagation distance, the ratio of the two amplitudes and the distance between the two coherent sources on the beam quality M^2 factor are numerically analyzed. Some results show that the beam quality M^2 factor of the coherently combined beam is unchanged when the propagation distance parameter $d_1 < 100\lambda$. And the experiment is carried to verify some theories of the two TEM₀₀ coherently combined beam.

Keywords: coherently combined field, M^2 factor, analytical expression, experiments

PACS: 42.25.Kb, 42.62.-b, 42.55.Wd

* Project supported by the Major Program of the National Natural Science Foundation of China (No. 60890200), and the Fundamental Research Funds for the Central University.

† E-mail: sciljl@163.com