

菱形网格的行人疏散元胞自动机模型*

永贵¹⁾²⁾ 黄海军^{1)†} 许岩¹⁾²⁾

1) (北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100191)

2) (内蒙古财经大学统计与数学学院, 呼和浩特 010051)

(2012年7月1日收到; 2012年7月20日收到修改稿)

利用改进的层次域元胞自动机模型, 研究了正菱形网格空间中的行人疏散问题. 这类网格可以避免行人贴近房间墙壁或障碍物, 转移概率考虑了各种逃生受阻因素. 数值仿真显示, 出口处的行人分布与实验快照展示的行人分布基本相同, 疏散时间和出口宽度呈线性关系, 行人流率接近实验结果.

关键词: 行人疏散, 元胞自动机, 正菱形网格, 行人流率

PACS: 05.50.+q, 45.70.Mg, 05.65.+b

DOI: 10.7498/aps.62.010506

1 引言

近年来, 建筑物内行人疏散问题引起了许多物理学家的关注, 对建筑物内行人移动行为的了解有助于设计和改进建筑物. 研究行人移动行为特征的模型主要分为连续模型^[1,2]和离散模型^[3-15]. Helbing等^[1,2]提出的社会力模型是一种连续模型, 它研究了恐慌情形下行人的疏散行为, 发现了行人的自组织现象、出口处行人的聚集与成拱现象和快即是慢效应. 离散模型主要包括格子气模型和元胞自动机模型. Muramatsu等^[3-5]提出了无后退偏向随机行走的格子气模型, 研究了相向行人流和交叉行人流中的阻塞相变. Burstedde等^[6]将层次域概念引入到二维元胞自动机模型中, 模拟行人移动行为. 该模型将行人在空间上的长距离相互作用转换为时间上的局部相互作用, 使得模型容易实现大规模计算, 再现了行人动态中的聚集效应和自组织现象. Kirchner和Schadschneider^[7]利用这个模型模拟了行人疏散过程, 并且阐述了该过程中行人表现出来的惊慌行为. 最近几年, 研究人员将行人与行人之间, 行人与建筑物或障碍物之间的摩擦力、排斥力和吸引力^[8,9], 行人之间的博弈行为^[14,15], 行人视线受影响^[16]和亲属效应^[17]等

引入到元胞自动机模型中用于研究行人疏散问题, 文献[18]使用元胞自动机研究了行人和机动车的相互干扰冲突问题.

元胞自动机模型是将空间和时间离散化, 按照一定的规则, 让研究对象在离散的时间纬度上进行演化的动力学系统. 目前的行人疏散研究将疏散空间划分成正方形^[6-9]或正六边形元胞^[11], 行人按照一定的转移概率向相邻的元胞移动. 正方形和正六边形的元胞总有一边与墙壁或者障碍物重合, 导致行人贴近墙壁或者障碍物移动, 这与现实情况不符合. 本文将疏散空间划分成正菱形元胞, 可以解决这个问题, 在计算转移概率时还考虑了行人向相邻元胞移动的路线受阻情况. 完成了计算机仿真研究, 分析了静态与动态层次域参数、初始行人密度对疏散时间和出口宽度对行人流率的影响.

2 模型

疏散空间被离散为大小相同的正菱形网格, 如图1所示. 每个网格为一个元胞, 边长为0.4 m, 每个元胞至多只能容纳一个行人. 元胞要么被行人或障碍物占据, 要么为空. 房间内部墙壁处有三角形的网格, 设定行人不能进入该三角形网格中. 对于

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2012CB725400)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: haijunhuang@buaa.edu.cn

疏散过程的模拟是根据时间步实施的. 在每个时间步, 疏散行人或停止等待, 或以最大速度 $V_{\max} = 1$ 元胞/时间步移动. 行人有九个可选的位置作为自己的下一步目标位置, 即行人可以选择原地等待或者向相邻的八个目标元胞移动, 如图 2(a) 所示. 图 2(b) 中, P_{ij} 是由中心元胞移动到元胞 (i, j) 的转移概率.

与中心元胞 $(0, 0)$ 相邻的八个元胞可以分为两类: 一类是边相邻元胞 $\{(-1, 1), (1, 1), (-1, -1)$ 和 $(1, -1)\}$; 另一类是点相邻元胞 $\{(0, 2), (-2, 0), (2, 0)$ 和 $(0, -2)\}$. 边相邻元胞只要不被行人或障碍物占据, 就可以被中心元胞上的行人选择为目标元胞. 而对于点相邻的元胞, 行人移动时不但需要考虑其是否被占据还要考虑移动的路线是否被阻挡. 如图 3 所示, 如果中心元胞上的行人 A 想要移动到正上方点相邻的元胞, 即使元胞没有被占据, 可能出现如下的四种情形. 前三种情形如图 3(a), 3(b) 和 3(c) 所示, 由于行人 A 的移动路线被左上方和右上方元

胞内的两个或者一个行人阻挡, 导致行人不能移动到正上方的目标元胞, 只有图 3(d) 的情形, 行人才可以移动到目标元胞.

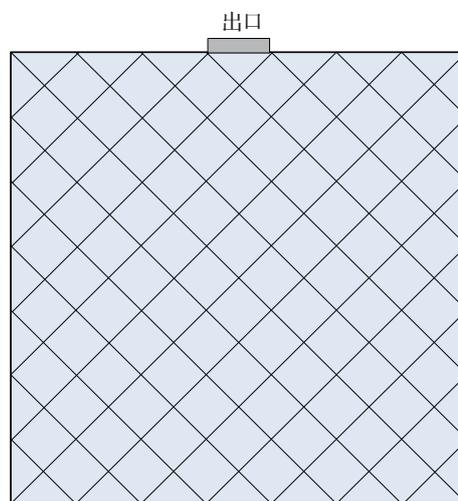


图 1 疏散空间划分图

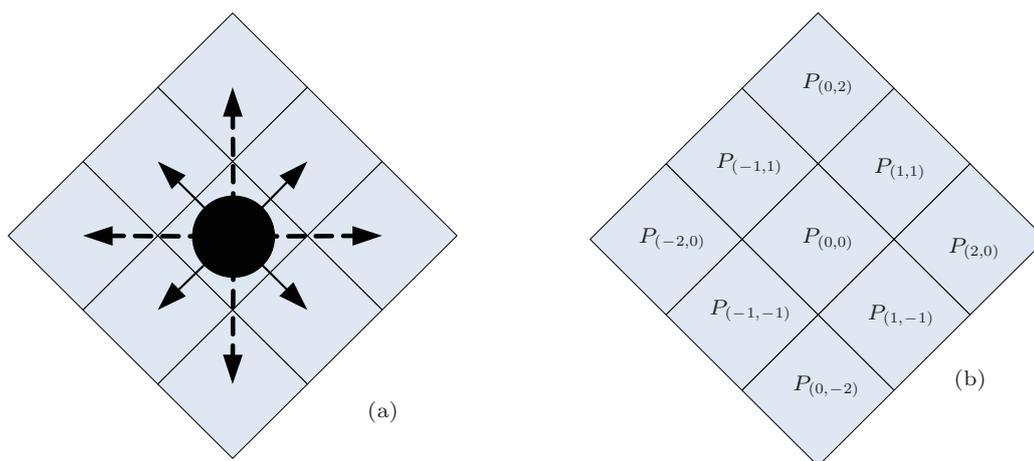


图 2 行人可移动领域 (a) 及其转移概率 (b)

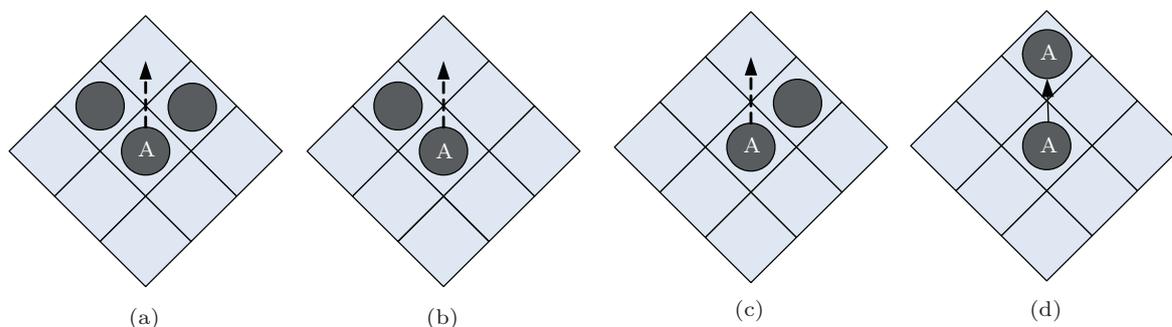


图 3 行人 A 向正上方空元胞移动的四种情况

在每个时间步, 行人根据到各个相邻元胞的转移概率 P_{ij} 确定目标元胞. 根据上面讨论, P_{ij} 由下式给出:

$$P_{ij} = \begin{cases} N_{ij} \exp(k_S S_{ij} + k_D D_{ij}) (1 - \eta_{ij}) \varepsilon_{ij} & \text{若 } (i, j) \text{ 为边相邻元胞,} \\ N_{ij} \exp(k_S S_{ij} + k_D D_{ij}) (1 - \eta_{ij}) \\ \times (1 - \eta_{i'j'}) (1 - \eta_{i''j''}) \varepsilon_{ij} \varepsilon_{i'j'} \varepsilon_{i''j''}, & \text{若 } (i, j) \text{ 为点相邻元胞,} \end{cases}$$

其中, $i' + i'' = i, j' + j'' = j, i', j', i'', j'' \in \{-1, 1\}$, (i', j') 和 (i'', j'') 是中心元胞与点相邻元胞 (i, j) 之间的两个边相邻元胞, N_{ij} 是一个标准化因子, S_{ij} 和 D_{ij} 分别是元胞 (i, j) 的静态层次域和动态层次域. 静态层次域 S_{ij} 依赖于元胞 (i, j) 到出口的距离, 且不随时间变化. 第 (i, j) 元胞的静态层次域 S_{ij} 在模型运行初始时给定

$$S_{ij} = \min_{(i_{T_S}, j_{T_S})} \left\{ \max_{(i_h, j_h)} \left\{ \sqrt{(i_{T_S} - i_h)^2 + (j_{T_S} - j_h)^2} \right\} - \sqrt{(i_{T_S} - i)^2 + (j_{T_S} - j)^2} \right\},$$

其中 (i_h, j_h) 指房间内所有元胞, (i_{T_S}, j_{T_S}) 是出口位置的元胞. 转移概率公式中的动态层次域 D_{ij} 定义为元胞 (i, j) 中玻色子的数量, 玻色子是用来记录行人的虚拟轨迹的. 初始时, 每个元胞都不含有玻色子, 当一个行人从元胞 (i, j) 移动到相邻元胞时, 会在元胞 (i, j) 中留一个玻色子. 在每个时间步, 每个玻色子或者以概率 δ 消失, 或者以概率 α 转移到相邻的某个元胞. k_S 和 k_D 是用来标定 S_{ij} 和 D_{ij} 的参数. η_{ij} 表示相邻元胞 (i, j) 是否被行人占用, 若被占用取值 1, 否则 0. ε_{ij} 表示相邻元胞 (i, j) 处是否存在障碍物, 若存在取值 0, 否则取 1.

模型采用并行更新机制. 在模拟过程中, 当某个行人有多个目标元胞可以移动时, 该行人在这些元胞中以相同概率随机选择一个元胞; 当某个空元胞被多个行人同时选择为目标元胞时, 系统以相等的概率随机选择一个行人占用这个元胞, 没有被选中的行人留在原位置上.

3 仿真分析

将大小为 $6.23 \text{ m} \times 6.23 \text{ m}$ 的疏散房间紧密划分为 198 个正菱形元胞, 某面墙的中心有一个出口, 出口宽为 0.57 m (一个元胞的对角线长度). 初始时

刻, 疏散行人随机分布在房间内. 疏散行人的密度 ρ 定义为房间内行人总数与总元胞数的比值. 行人疏散时间定义为房间内所有行人离开房间所需的总时间步. 行人流率定义为疏散总人数与行人疏散实际时间 (行人疏散时间与每个时间步取值的乘积) 的比值, 可以用来描述出口的疏散能力. 在仿真过程中, 为减少初始状态对各项统计指标的影响, 每项统计指标都是 50 次运行结果的平均值. 时间步取值为 0.3 s , 也就是说行人向边相邻元胞移动的速度为约 1.33 m/s , 向点相邻元胞移动的速度为约 1.89 m/s . 玻色子的消失概率 δ 和扩散概率 α 均取 0.5 .

图 4 显示当 $k_S \rightarrow 0$ 时, 疏散时间很长, k_S 增加令疏散时间减少. 这是因为 k_S 取较大值时行人可沿着到出口的最短路径移动. 取较小值说明房间内昏暗或布满烟雾, 导致行人不熟悉出口位置, 从而增加了疏散时间 [7]. 图 5 说明, 随 k_D 值增加, 总疏散时间是上升的, 较大的 k_D 值体现了人们行为上较强的聚集效应 [7].

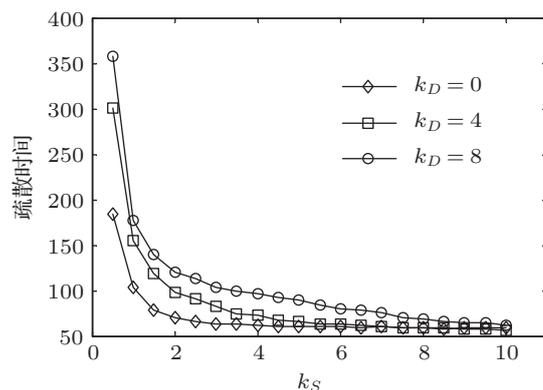


图 4 参数 k_S 与疏散时间的关系

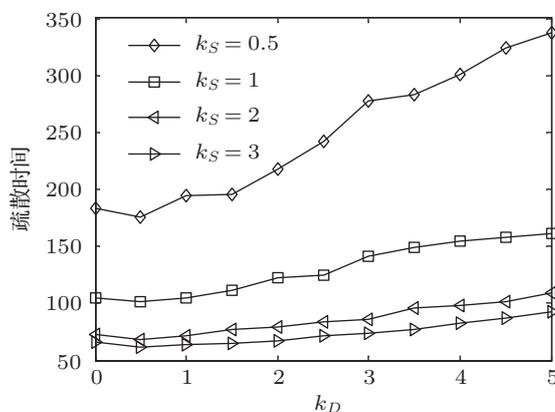


图 5 参数 k_D 与疏散时间的关系

图 6 给出了三种情形下的初始行人密度 ρ 与疏散时间的关系曲线. 第一种情形是宽度为 0.57 m 的出口位于 6.23 m \times 6.23 m (198 个元胞) 的正方形房间的某面墙壁中间位置. 第二种情形是宽度为 0.57 m 的出口位于 2.28 m \times 5.70 m (76 个元胞) 的矩形房间较长的一面墙壁中间位置, 第三种情形是相同宽度的出口位于矩形房间较短的一面墙壁中间. 三种情形下的模型基本参数均为 $k_S = 2$ 和 $k_D = 1$. 从图中可以看出, 疏散时间随初始密度的增加几乎呈线性增长. 当房间为矩形, 出口位于较长一面墙壁的时候, 行人与出口距离的最大值要小于出口位于较短墙壁的情形, 这能让行人能更快到达出口, 所以其疏散时间要小于出口位于较短墙壁的

情况.

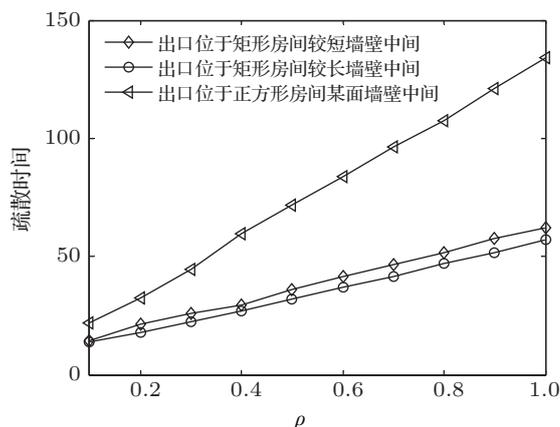


图 6 初始行人密度 ρ 与疏散时间的关系曲线

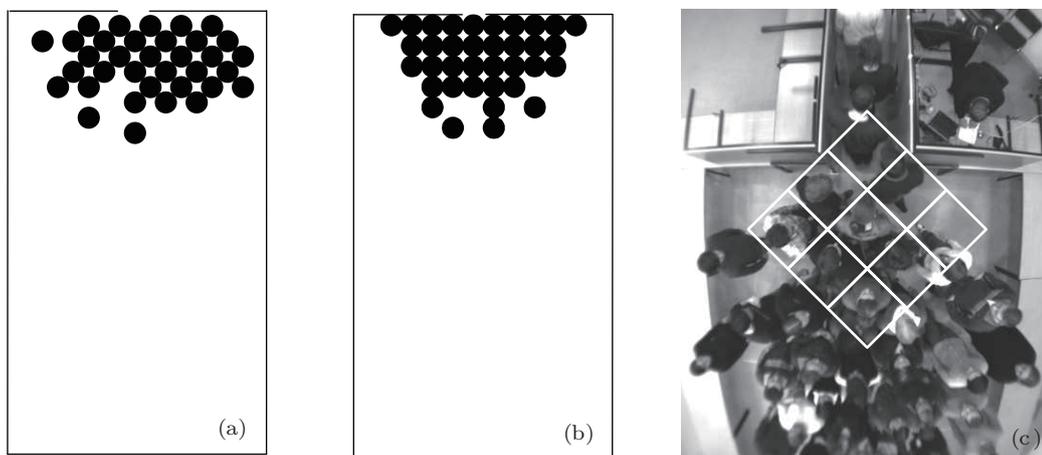


图 7 菱形元胞 (a) 和正方形元胞 (b) 的逃生状态以及文献 [12] 报道的实验快照 (c)

图 7(a) 给出了 4.0 m \times 8.8 m 的疏散空间被划成正菱形元胞 (188 个元胞) 时、时间步为 40 的行人位置分布散点图. 图 7(b) 是相同的疏散空间被划分为正方形元胞 (10 \times 22 元胞), 取相同参数值和疏散人数, 由文献 [7] 的模型所得到的相同时间步的行人位置分布散点图. 图 7(c) 是文献 [12] 中房间大小为 4.0 m \times 8.8 m, 出口宽度为 0.8 m 的行人疏散过程中出口处实验快照. 从图 7(a) 和 7(b) 中可以看出, 疏散行人在出口处均为拱形分布. 图 7(a) 中出口处的三个行人成倒着的“品”字形分布, 与图 7(c) 中出口处三个行人分布相同, 图 7(b) 没有出现这种情况.

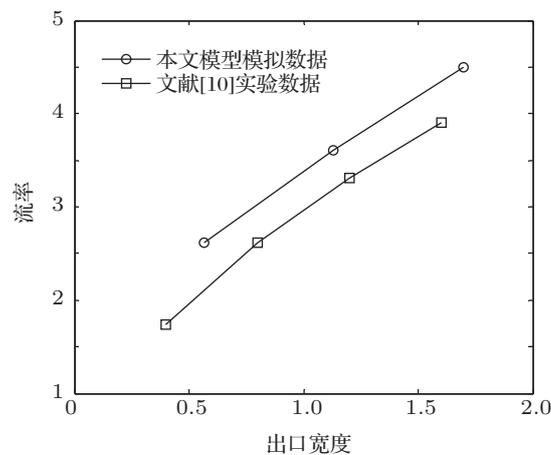


图 8 出口宽度与流率关系图

图 8 给出了大小为 $2.28\text{ m} \times 5.70\text{ m}$ 的房间被划分成 76 个正菱形元胞, 出口宽度分别为 0.57, 1.14 和 1.71 m (分别为正菱形元胞对角线长度的 1—3 倍), 疏散人数为 60, 参数 $k_S = 1.0$ 和 $k_D = 0.5$ 的情况下模拟得到的流率. 文献 [10] 报道了房间大小为 $2\text{ m} \times 6\text{ m}$, 疏散人数为 60, 出口宽度分别为 0.4, 0.8 和 1.2 m 的实验数据. 从图 8 中可以看出, 本文模型模拟得到的流率随出口宽度的增加近似线性增加, 流率曲线与文献 [10] 中的曲线几乎平行, 表明本文模型在定性上是正确的. 本文模型没有考虑行人之间、行人与墙壁之间的相互作用和其他随机因素, 模拟结果与实验结果之间存在一定偏差是可以理解的.

4 结论

本文提出一个将疏散空间划分成菱形元胞的层次域元胞自动机模型, 考虑了每个时间步行人移动路线被阻挡的情况, 改进了转移概率的计算方法, 能更真实地反映行人移动规律. 在不考虑行人之间的摩擦、吸引和排斥等因素下进行了计算机仿真模拟, 结果表明模型符合行人的实际移动规律, 疏散过程中出口处的行人分布符合文献 [12] 中由实验快照得到的形状, 在多组模型输入参数下的模拟结果接近实验报道结果, 说明本文模型在定性上是正确的.

-
- [1] Helbing D, Molnar P 1995 *Phys. Rev. E* **51** 4282
- [2] Helbing D, Farkas I, Vicsek T 2000 *Nature* **407** 487
- [3] Muramatsu M, Irie T, Nagatani T 1999 *Physica A* **267** 487
- [4] Muramatsu M, Nagatani T 2000 *Physica A* **275** 281
- [5] Muramatsu M, Nagatani T 2000 *Physica A* **286** 377
- [6] Burstedde C, Klauck K, Schadschneider A, Zittartz J 2001 *Physica A* **295** 507
- [7] Kirchner A, Schadschneider A 2002 *Physica A* **312** 260
- [8] Song W G, Yu W F, Wang B H, Fan W C 2006 *Physica A* **371** 658
- [9] Guo R Y, Huang H J 2008 *J. Phys. A: Math. Theor.* **41** 385104
- [10] Nagai R, Fukamachi M, Nagatani T 2006 *Physica A* **367** 449
- [11] Guo R Y, Huang H J, Wong S C 2011 *Transport. Res. B* **45** 490
- [12] Seyfried A, Passon O, Steffen B, Boltes M 2009 *Transport. Sci.* **43** 395
- [13] Xu Y, Huang H J 2012 *Physica A* **391** 991
- [14] Zheng X P, Cheng Y 2011 *Physica A* **390** 1042
- [15] Tanimoto J, Hagishima A, Tanaka Y 2010 *Physica A* **389** 5611
- [16] Yue H, Shao C F, Guan H Z, Duan L M 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4499 (in Chinese) [岳昊, 邵春福, 关宏志, 段龙梅 2010 物理学报 **59** 4499]
- [17] Zhou J W, Kuang H, Liu M R, Kong L J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3001 (in Chinese) [周金旺, 邝华, 刘慕仁, 孔令江 2009 物理学报 **58** 3001]
- [18] Sun Z, Jia B, Li X G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 100508 (in Chinese) [孙泽, 贾斌, 李新刚 2012 物理学报 **61** 100508]

A cellular automata model of pedestrian evacuation in rooms with squared rhombus cells*

Yong Gui¹⁾²⁾ Huang Hai-Jun^{1)†} Xu Yan¹⁾²⁾

1) (*School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100191, China*)

2) (*School of Statistics and Mathematics, Inner Mongolia University of Finance and Economics, Huhhot 010051, China*)

(Received 1 July 2012; revised manuscript received 20 July 2012)

Abstract

The modified floor field cellular automata model is used to simulate the pedestrian evacuation in rooms which are discretized into squared rhombus cells. This discretization can effectively stop pedestrians to move against walls or obstacles. The pedestrian transition probabilities from one cell to neighbor cells are computed by considering various factors influencing evacuation. Simulation results show that the pedestrian distribution nearby exit is basically the same as that indicated by the experimental snapshot, the evacuation time increases almost linearly with exit width, and the flow rate from exit is close to the one observed from experiment.

Keywords: pedestrian evacuation, cellular automata, squared rhombus cell, flow rate

PACS: 05.50.+q, 45.70.Mg, 05.65.+b

DOI: 10.7498/aps.62.010506

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2012CB725400).

† Corresponding author. E-mail: haijunhuang@buaa.edu.cn