

# 基于无模型方法的混沌系统自适应控制

王跃钢 文超斌 杨家胜 左朝阳 崔祥祥

(第二炮兵工程大学, 西安 710025)

(2012年7月16日收到; 2013年1月13日收到修改稿)

传统的混沌控制方法大多需要获知混沌系统的模型知识, 但是工业实际中系统的参数经常是未知的, 与此同时系统建模过程当中经常会不可避免地存在未建模的动态不确定性, 这种情况下常规的混沌控制方法不能取得优化的控制性能指标. 为解决此问题, 提出了一类基于无模型方法的混沌系统自适应控制算法. 该算法基于数据驱动, 无需混沌系统的先验知识, 无需训练过程, 在线调整参数较少, 是一种低成本的控制方法. 数学证明了该控制系统的稳定性, 仿真结果说明了这种理论的有效性.

**关键词:** 混沌控制, 自适应, 无模型, 数据驱动

**PACS:** 05.45.Gg, 05.45.pq, 07.05.Dz, 05.45.Ac

**DOI:** 10.7498/aps.62.100504

## 1 引言

自从 Lorenz 于 1963 年发现混沌吸引子以来<sup>[2]</sup>, 随着不断的深入研究, 人们认识到混沌现象广泛存在于自然界和人类社会. 由于混沌运动特有的“蝴蝶效应”和长时间发展趋势的不可预见性, 因此混沌应用的关键环节在于混沌控制. 1989 年 Hubler 发表了控制混沌的第一篇文章<sup>[3]</sup>. 1990 年 Ott, Grebogi 和 Yorke 提出了 OGY 方法<sup>[4]</sup>. 十多年来, 混沌控制和同步的研究得以蓬勃发展, 这一方向迅速成为混沌研究领域的重要热点. 人们提出了多种控制混沌的方法, 如反馈控制、自适应控制、延迟反馈控制、滑模变结构控制、优化控制和模糊控制等<sup>[1]</sup>. 这些方法大多需要获知混沌系统的模型知识, 在系统模型未知或者存在大量不确定性时, 将很难适用. 而且建立受控系统的状态空间模型、输入输出模型、模糊规则或网络模型不是一件容易的事情, 有时甚至是不可能的. 即使可以建立受控系统的数学模型, 未建模动态也不可避免. 基于数学模型所设计的混沌控制系统, 在实际应用中就有可能出现问题, 变成不安全的控制系统. 近几年发展起来的无模型自适应控制 (model free adaptive control, MFAC) 思想是一种基于数据

驱动的递推设计方法, 将伪偏导数估计算法和控制器设计结合在一起, 控制器设计仅需要被控系统量测 I/O 数据, 无需任何模型信息<sup>[5-8]</sup>. 但将该方法引入混沌控制领域还未发现有相关文献, 为了弥补现有混沌控制方法的不足, 本文基于无模型自适应控制方法的思想设计了一类混沌控制算法, 并且从数学角度证明了该控制算法的稳定性.

## 2 非线性混沌系统动态线性化方法

从本质上讲混沌系统属于非线性系统的范畴, 目前发展起来的针对非线性化系统研究和应用的成熟方法, 其基本思想可概括为利用线性化的方法将原非线性系统转化到线性系统的框架中再进行研究. 典型的线性化方法有反馈线性化、Taylor 线性化、分段线性化、正交函数逼近线性化等. 这几种线性化方法都侧重于数学意义下的模型转化, 即非线性函数的线性逼近. 它们要么需要系统模型的精确信息, 要么不同程度地忽略了函数线性化给控制器设计或系统分析可能带来的影响<sup>[9,13]</sup>. 换句话说, 这些线性化方法的目的并不是为控制系统设计的. 这里基于伪偏导数等新概念, 介绍了一种新型的混沌系统线性化方法——动态线性化技术, 它是一种基于输入输出增量形式的动态线性化数据模

† 通讯作者. E-mail: weijing123@126.com

型,其理论的目的在于控制系统设计的线性化方法,具有结构简单、可调参数适中、方便控制器设计、方便输入输出数据的直接利用等特点.

假设离散时间非线性混沌系统如下

$$y(k+1) = f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k), \dots, u(k-n_u)), \quad (1)$$

其中  $u(k) \in R, y(k) \in R$  分别表示  $k$  时刻混沌系统的输入和输出.

提出如下一些假设.

**假设 1** 函数  $f$  关于第  $(n_u + n_y + 2)$  个变量的偏导数是连续的.

**假设 2** (1) 式非线性混沌系统是广义 Lipschitz 的, 对任意  $k_1 \neq k_2, k_1, k_2 \geq 0$  和  $u(k_1) \neq u(k_2)$ ,  $|y(k_1 + 1) - y(k_2 + 1)| \leq b|u(k_1) - u(k_2)|$  成立, 其中  $y(k_i + 1) = f(y(k_i), \dots, y(k_i - n_y), u(k_i), \dots, u(k_i - n_u)), i = 1, 2, b > 0$  是常数.

从实际角度出发, 这些对于混沌控制对象的假设是合理且可以接受的. 假设 1 是在控制系统设计中一般非线性混沌系统的一种典型约束条件. 假设 2 是对系统输出变化率上界的一种限制, 从能量角度来看, 有界的输入能量变化应产生有界的输出能量变化. 为方便定理的叙述, 记  $\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k)$  为相邻时刻的输出变化,  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$  为相邻两个时刻的输入变化.

**定理 1** 对于满足假设 1 和假设 2 的非线性混沌系统 (1), 当  $|\Delta u(k)| \neq 0$  时, 一定存在一个被称为伪偏导数的时变参数  $\phi_c(k) \in R$ , 使得系统 (1) 可以转化为如下动态线性化数据模型:

$$\Delta y(k+1) = \phi_c(k) \Delta u(k), \quad (2)$$

并且  $|\phi_c(k)| \leq b$ .

**证明** 由 (1) 式知

$$\begin{aligned} \Delta y(k+1) = & f(y(k), \dots, y(k-n_y), \\ & u(k), \dots, u(k-n_u)) \\ & - f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k-1), \\ & u(k-1), \dots, u(k-n_u)) \\ & + f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k-1), \\ & u(k-1), \dots, u(k-n_u)) \\ & - f(y(k-1), \dots, y(k-n_y-1), \\ & u(k-1), \dots, u(k-n_u-1)), \quad (3) \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} \psi(k) = & f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k-1), \\ & u(k-1), \dots, u(k-n_u)) \\ & - f(y(k-1), \dots, y(k-n_y-1), \\ & u(k-1), \dots, u(k-n_u-1)). \end{aligned}$$

由假设 1 和微分中值定理, (3) 式可写为如下形式:

$$\Delta y(k+1) = \frac{\partial f^*}{\partial u(k)} \Delta u(k) + \psi(k), \quad (4)$$

其中  $\partial f^* / \partial u(k)$  表示  $f(\dots)$  关于第  $(n_y + 2)$  个变量的偏导数在  $[y(k), \dots, y(k-n_y), u(k-1), u(k-1), \dots, u(k-n_u)]^T$  和  $[y(k), \dots, y(k-n_y), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_u)]^T$  两点之间某点处的值. 对每一个固定时刻  $k$ , 考虑以下含有变量  $\eta(k)$  的方程

$$\psi(k) = \eta(k) \Delta u(k), \quad (5)$$

由于  $|\Delta u(k)| \neq 0$ , 故方程 (5) 一定存在解  $\eta^*(k)$ .

令  $\phi_c(k) = \eta^*(k) + \partial f^* / \partial u(k)$ , 方程 (4) 就可以写成  $\Delta y(k+1) = \phi_c(k) \Delta u(k)$ . 再利用假设 2, 则立即得到  $|\phi_c(k)| \leq b$ .

伪偏导数  $\phi_c(k)$  显然是一个时变参数. 从以上证明中可以看出  $\phi_c(k)$  与到采样时刻  $k$  为止的系统输入输出信号有关.  $\phi_c(k)$  可以认为是某种意义上的一种微分信号, 且对任意时刻  $k$  有界. 在实际系统中, 如果采样周期和  $\Delta u(k)$  的值不是很大,  $\phi_c(k)$  可以看成是一个慢时变参数, 这样从理论上就可以设计参数估计器来对其进行估计, 进而可以实现对原非线性混沌系统的自适应控制. 另外, 动态线性化数据模型 (2) 式是一种精确等价的、基于 I/O 数据的、目的在于混沌控制系统设计的线性化模型, 这与其他线性化方法有着本质的区别; 相比较而言, Taylor 线性化给出的仅仅是一种近似模型, 因为该方法会将 Taylor 展开后的高阶项忽略. 动态线性化数据模型 (2) 式不依赖于原系统的结构和参数, 而只与由混沌系统产生的 I/O 数据有关. 动态线性化数据模型 (2) 式给出的是关于输入信号增量和输出信号增量之间的一种直接映射关系, 在下一节的设计中将会发现这种线性化方法给控制系统设计带来了极大的便利, 因此它被认为是一种目的在于控制系统设计的线性化方法. 在定理 1 中要求对所有时刻  $k$  都满足  $|\Delta u(k)| \neq 0$ . 实际上, 如果在某些采样时刻出现  $\Delta u(k) = 0$  的情形, 此时可以向前移动  $\sigma_k \in Z^+$  个采样时间直到  $u(k) \neq u(k - \sigma_k)$  成立后再按照相同的方法进行线性化.

### 3 基于动态线性化方法的无模型自适应控制系统设计

#### 3.1 控制算法

通常情况下,对于离散时间系统,一方面由最小化一步向前预报误差准则函数推导出的控制律算法,在实际过程中往往会产生比较大的控制输入作用,使控制系统本身遭到破坏.另一方面由最小化加权一步向前预报误差准则函数而得到的控制律算法,也有其缺陷性,即有可能产生比较大的稳态跟踪误差.分析上面两种控制算法的缺点以后,本文混沌系统控制问题考虑如下控制输入准则函数:

$$J(u(k)) = |y^*(k+1) - y(k+1)|^2 + \lambda |u(k) - u(k-1)|^2, \quad (6)$$

其中  $\lambda > 0$  是一个权重因子,用来限制混沌系统控制输入量的变化.  $y^*(k+1)$  为期望的输出信号.

将 (2) 式代入准则函数 (6), 根据最优条件  $\frac{\partial J(u(k))}{\partial u(k)} = 0$ , 同时为了使控制算法更具一般性引入步长因子  $\rho$ , 给出如下混沌系统的控制算法

$$u(k) = u(k-1) + \frac{\rho \phi_c(k)}{\lambda + |\phi_c(k)|^2} \times (y^*(k+1) - y(k)). \quad (7)$$

可见,该混沌控制算法 (7) 式是一种基于数据驱动的无模型自适应混沌系统控制算法. 控制算法中的  $\lambda$  限制了控制输入的变化  $\Delta u(k)$ , 从而限制了非线性系统 (1) 可被动态线性系统 (2) 替代的范围, 进而间接地限制伪偏导数值的变化. 实际上,  $\lambda$  对系统控制器的设计非常重要, 适当选取  $\lambda$  可保证被控系统的稳定性, 并能获得较好的输出性能.

#### 3.2 控制算法中的伪偏导数计算

由定理 1 可知, 满足假设 1 和假设 2 的非线性混沌系统可由带有时变参数  $\phi_c(k)$  的动态线性化数据模型 (2) 式来表示. 为了利用该数据模型设计控制系统, 需要设计估计算法来估计未知的参数  $\phi_c(k)$ .

传统的参数估计准则函数是极小化系统模型输出与真实输出之差的平方. 然而, 在应用由此类准则函数推导出的参数估计算法时, 其参数的估计值经常变化太快, 或者对某些突变的不准确的采样

数据 (可能由于干扰或者传感器失灵等原因引起的) 过于敏感. 为此, 针对本文非线性混沌系统, 用如下估计准则函数

$$J(\phi_c(k)) = |y(k) - y(k-1) - \phi_c(k)\Delta u(k-1)|^2 + \mu |\phi_c(k) - \hat{\phi}_c(k-1)|^2, \quad (8)$$

其中  $\mu > 0$  是权重因子.

同 (7) 式推导过程根据最优条件  $\frac{\partial J(\phi_c(k))}{\partial \phi_c(k)} = 0$ , 可给出伪偏导数的估计算法

$$\hat{\phi}_c(k) = \hat{\phi}_c(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u(k-1)^2} \times (\Delta y(k) - \hat{\phi}_c(k-1)\Delta u(k-1)), \quad (9)$$

其中  $\eta$  是步长因子,  $\hat{\phi}_c(k)$  为  $\phi_c(k)$  的估计值,  $\mu$  是对估计值变化量的惩罚因子.

#### 3.3 控制方案

综合前面非线性混沌系统的控制算法及相应伪偏导数估计算法, 可以给出基于无模型方法的混沌系统自适应控制方案如下

$$\hat{\phi}_c(k) = \hat{\phi}_c(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u(k-1)^2} \times (\Delta y(k) - \hat{\phi}_c(k-1)\Delta u(k-1)), \quad (10)$$

$\hat{\phi}_c(k) = \hat{\phi}_c(1)$ , 如果

$$|\hat{\phi}_c(k)| \leq \varepsilon \text{ 或 } \text{sign}(\hat{\phi}_c(k)) \neq \text{sign}(\hat{\phi}_c(1)), \quad (11)$$

$$u(k) = u(k-1) + \frac{\rho \hat{\phi}_c(k)}{\lambda + |\hat{\phi}_c(k)|^2} (y^*(k+1) - y(k)), \quad (12)$$

其中  $\varepsilon$  是一个充分小的正数,  $\hat{\phi}_c(1)$  是  $\hat{\phi}_c(k)$  的初值.

在上述方案中, (11) 式的引入是为了使伪偏导数估计算法具有更强的对时变参数的跟踪能力. 该方案中, 需要在线调整的只有一个一维的参数, 即系统伪偏导数的估计值. 从控制方案 (10)—(12) 式可以看出, 该方案仅利用受控系统的 I/O 数据进行控制器设计, 这是一种数据驱动的控制方法. 另外, 该控制方案与受控系统的显式或隐式的动力学模型和系统结构信息均无关, 因此它是一种无模型非线性混沌系统的控制方法.

#### 3.4 算法稳定性分析

下面基于压缩映射的方法分析无模型非线性混沌系统控制算法的稳定性, 为了以下的讨论更严谨, 我们进一步给出如下两个假设.

**假设 3** 对某一给定的有界期望输出信号  $y^*(k+1)$ , 总存在一个有界的  $u^*(k)$ , 使得非线性混沌系统在此控制输入信号的驱动下, 其输出等于  $y^*(k+1)$ .

**假设 4** 对任意时刻  $k$  及  $\Delta u(k) \neq 0$ , 系统伪偏导数的符号保持不变, 即满足  $\phi_c(k) > 0$ , 或  $\phi_c(k) < 0$ .

假设 3 是控制问题可设计求解的一个必要条件. 假设 4 的物理意义很明显, 即控制输入增加时, 相应的系统输出应该是不减的. 此条件也可以说是非线性系统的一种“拟线性系统”特征. 很多实际系统均能满足此条假设, 如温度控制系统, 压力控制系统等.

**定理 2** 针对非线性混沌系统 (1) 式, 在假设 1, 2, 3, 4 满足的条件下, 采用非线性混沌系统控制方案 (10)—(12) 式, 存在一个正数  $\lambda_{\min} > 0$ , 使得当  $\lambda > \lambda_{\min}$  时有:

$$(a) \lim_{k \rightarrow \infty} |y^* - y(k+1)| = 0,$$

$$(b) \{y(k)\} \text{ 和 } \{u(k)\} \text{ 为有界序列.}$$

**证明** 定义  $\tilde{\phi}_c(k) = \hat{\phi}_c(k) - \phi_c(k)$  为控制算法中的伪偏导数估计误差, 在参数估计算法 (10) 式两端同时减去  $\phi_c(k)$  可得:

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_c(k) &= \hat{\phi}_c(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u(k-1)^2} \\ &\quad \times (\Delta y(k) - \hat{\phi}_c(k-1) \Delta u(k-1)) \\ &\quad - \phi_c(k), \end{aligned} \quad (13)$$

代入  $\Delta y(k) = \phi_c(k-1) \Delta u(k-1)$  得到:

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_c(k) &= \hat{\phi}_c(k-1) - \phi_c(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u(k-1)^2} \\ &\quad \times (\phi_c(k-1) \Delta u(k-1) - \hat{\phi}_c(k-1) \Delta u(k-1)) \\ &\quad + \phi_c(k-1) - \phi_c(k). \end{aligned}$$

又由于  $\tilde{\phi}_c(k-1) = \hat{\phi}_c(k-1) - \phi_c(k-1)$  得到:

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_c(k) &= \left(1 - \frac{\eta \Delta u(k-1)^2}{\mu + \Delta u(k-1)^2}\right) \tilde{\phi}_c(k-1) \\ &\quad + \phi_c(k-1) - \phi_c(k) \\ &= \left(1 - \frac{\eta + \Delta u(k-1)^2}{\mu + \Delta u(k-1)^2}\right) \tilde{\phi}_c(k-1) \\ &\quad + \phi_c(k-1) - \phi_c(k). \end{aligned} \quad (14)$$

对 (14) 式两边取绝对值运算得:

$$\begin{aligned} |\tilde{\phi}_c(k)| &\leq \left| \left(1 - \frac{\eta \Delta u(k-1)^2}{\mu + \Delta u(k-1)^2}\right) \right| |\tilde{\phi}_c(k-1)| \\ &\quad + |\phi_c(k-1) - \phi_c(k)|. \end{aligned} \quad (15)$$

由于  $\Delta u(k) \neq 0$ , 那么当取  $0 < \eta \leq 1$  和  $\mu \geq 0$  时, 则存在常数  $d_1$ , 满足

$$0 \leq \left| \left(1 - \frac{\eta \Delta u(k-1)^2}{\mu + \Delta u(k-1)^2}\right) \right| \leq d_1 < 1. \quad (16)$$

另一方面, 利用假设 2, 则得到  $|\phi_c(k)| \leq b$ , 所以  $|\phi_c(k-1) - \phi_c(k)| \leq 2b$ .

利用 (15) 和 (16) 式我们有如下递推不等式:

$$\begin{aligned} |\tilde{\phi}_c(k)| &\leq d_1 |\tilde{\phi}_c(k-1)| + 2b \\ &\leq d_1^2 |\tilde{\phi}_c(k-2)| + 2d_1 b + 2b \leq \dots \\ &\leq d_1^{k-1} |\tilde{\phi}_c(1)| + \frac{2b(1-d_1^{k-1})}{1-d_1}, \end{aligned} \quad (17)$$

上式意味着  $\tilde{\phi}_c(k)$  有界. 又因为  $|\phi_c(k)| \leq b$  有界, 故  $\hat{\phi}_c(k)$  有界.

定义系统跟踪误差为

$$e(k+1) = y^* - y(k+1). \quad (18)$$

将模型 (2) 式代入 (18) 式, 结合 (12) 式取绝对值运算得:

$$\begin{aligned} |e(k+1)| &= |y^* - y(k+1)| \\ &= |y^* - y(k) - \phi_c(k) \Delta u(k)| \\ &\leq \left| 1 - \frac{\rho \phi_c(k) \hat{\phi}_c(k)}{\lambda + |\hat{\phi}_c(k)|^2} \right| |e(k)|, \end{aligned} \quad (19)$$

由假设 4 和 (11) 式可知  $\phi_c(k) \hat{\phi}_c(k) \geq 0$ .

令  $\lambda_{\min} = \frac{b^2}{4}$ . 利用不等式  $\alpha^2 + \beta^2 \geq 2\alpha\beta$ , 并选取  $\lambda > \lambda_{\min}$ , 则存在一个常数  $M_1$  ( $0 < M_1 < 1$ ) 使得下式成立:

$$\begin{aligned} 0 < M_1 &\leq \frac{\phi_c(k) \hat{\phi}_c(k)}{\lambda + |\hat{\phi}_c(k)|^2} \leq \frac{b \hat{\phi}_c(k)}{\lambda + |\hat{\phi}_c(k)|^2} \\ &\leq \frac{b \hat{\phi}_c(k)}{2\sqrt{\lambda} \hat{\phi}_c(k)} < \frac{b}{2\sqrt{\lambda_{\min}}} = 1, \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $b$  是满足定理 1 结论  $|\phi_c(k)| \leq b$  的常数.

又根据 (20) 式, 以及  $0 < \rho < 1$  和  $\lambda > \lambda_{\min}$ , 则一定存在一个常数  $d_2$  ( $d_2 < 1$ ), 使得

$$\begin{aligned} &\left| 1 - \frac{\rho \phi_c(k) \hat{\phi}_c(k)}{\lambda + |\hat{\phi}_c(k)|^2} \right| \\ &= 1 - \frac{\rho \phi_c(k) \hat{\phi}_c(k)}{\lambda + |\hat{\phi}_c(k)|^2} \leq 1 - \rho M_1 \triangleq d_2 < 1. \end{aligned} \quad (21)$$

结合 (19) 和 (21) 式有:

$$\begin{aligned} |e(k+1)| &\leq d_2 |e(k)| \leq d_2^2 |e(k-1)| \leq \dots \\ &\leq d_2^k |e(1)|, \end{aligned} \quad (22)$$

上式意味着定理 2 结论 (a) 成立, 也就是该控制算法可控制非线性混沌系统到期望的输出. 另外, 由于  $y^*(k)$  为常数,  $e(k)$  收敛意味着  $y(k)$  有界. 利用  $(\sqrt{\lambda})^2 + |\hat{\phi}_c(k)|^2 \geq 2\sqrt{\lambda}\hat{\phi}_c(k)$  及  $\lambda > \lambda_{\min}$ , 由 (12) 式给出如下不等式:

$$\begin{aligned} |\Delta u(k)| &= \left| \frac{\rho \hat{\phi}_c(k) (y^* - y(k))}{\lambda + |\hat{\phi}_c(k)|^2} \right| \leq \left| \frac{\rho \hat{\phi}_c(k)}{\lambda + |\hat{\phi}_c(k)|^2} \right| |e(k)| \\ &\leq \left| \frac{\rho \hat{\phi}_c(k)}{2\sqrt{\lambda}\hat{\phi}_c(k)} \right| |e(k)| \leq \left| \frac{\rho}{2\sqrt{\lambda_{\min}}} \right| |e(k)| \\ &= M_2 |e(k)|, \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $M_2 = \rho / (2\sqrt{\lambda_{\min}})$  是一个有界常数.

利用 (22) 和 (23) 式有:

$$\begin{aligned} |u(k)| &\leq |u(k) - u(k-1)| + |u(k-1)| \\ &\leq |u(k) - u(k-1)| + |u(k-1) - u(k-2)| + |u(k-2)| \\ &\leq |\Delta u(k)| + |\Delta u(k-1)| + \dots + |\Delta u(2)| + |u(1)| \\ &\leq M_2 (|e(k)| + |e(k-1)| + \dots + |e(2)|) + |u(1)| \\ &\leq M_2 (d_2^{k-1} |e(1)| + d_2^{k-2} |e(1)| + \dots + d_2 |e(1)|) \\ &\quad + |u(1)| < M_2 \frac{d_2}{1-d_2} |e(1)| + |u(1)|, \end{aligned} \quad (24)$$

(24) 式意味着定理结论 (b) 成立, 即系统是 BIBO 稳定的.

## 4 仿真研究

下面以混沌系统中常见的 Henon 映射为例 [1] 来验证本文提出的基于无模型方法的混沌系统自适应控制算法的正确性和有效性. 控制方案中没有用到系统的任何模型信息. 文中利用系统的模型仅是为了产生系统的 I/O 数据, 并不参与系统控制器的设计.

### 4.1 Henon 映射的混沌现象

$$\begin{cases} y(n+1) = A - y(n)^2 + Bx(n), \\ x(n+1) = y(n), \end{cases} \quad (25)$$

假设可调参数  $A = A_0 + u(n)$ ,  $A_0$  为系统的标称值,  $u(n)$  为控制参数数量的输入离散形式. 当  $A = A_0 = 1.4$ ,  $B = 0.3$  时, 该系统呈现出混沌状态, 其分数维

是 1.3, 令:

$$\begin{cases} y_F = A_0 - y_F^2 + Bx_F, \\ x_F = y_F, \end{cases} \quad (26)$$

则系统的一个不稳定不动点为:

$$y_F = x_F = (B - 1 + \sqrt{(1-B^2) + 4A_0}) / 2. \quad (27)$$

混沌吸引子如图 1 所示, 可见系统呈显出明显的混沌特性.

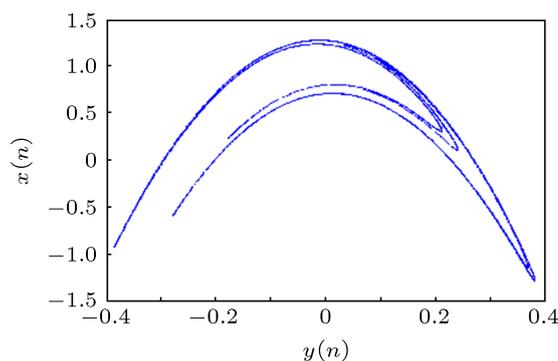


图 1 Henon 映射系统的混沌吸引子

### 4.2 投入本文控制器后的混沌控制效果

系统初始条件设置为  $u(1) = 0.5$ ,  $u(2) = 1$ ,  $y(1) = 0.6$ ,  $y(2) = 0.8$  及  $\hat{\phi}_c(1) = 2$ . 基于无模型方法的混沌系统自适应控制方案 (10)—(12) 式的步长因子选取为  $\rho = 0.6$ ,  $\eta = 1$ ;  $\varepsilon$  设置为  $10^{-5}$ . Henon 映射 (25) 式变形为以下形式:

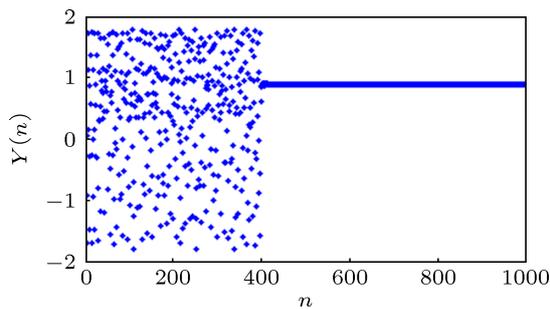
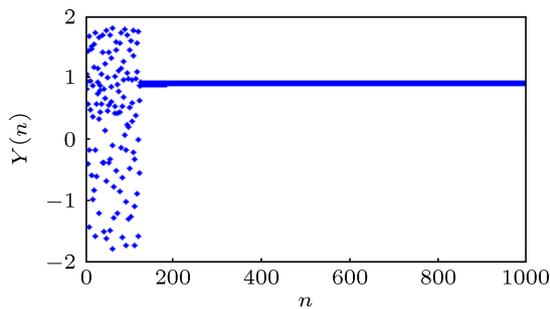
$$y(n+1) = A - y(n)^2 + By(n-1). \quad (28)$$

同样令:  $A_0 = 1.4$ ,  $B = 0.3$ .

非线性混沌系统期望输出信号设为混沌系统的一个不动点:

$$\begin{aligned} y^*(n+1) &= y_F = x_F \\ &= (B - 1 + \sqrt{(1-B^2) + 4A_0}) / 2 \\ &= 0.8839. \end{aligned}$$

当权重因子分别选为  $\lambda = 0.1$ ,  $\lambda = 0.08$  时结果如图 2 和图 3 所示. 可以看出系统跟踪性能良好, 利用本文的混沌控制方法, 在  $\lambda = 0.1$  时, 当  $n = 400$  左右时混沌系统被控制到了该不稳定不动点  $y_F = x_F = 0.8839$  上; 在  $\lambda = 0.08$  时, 当  $n = 125$  左右时混沌系统被控制到了该不稳定不动点. 可见利用本文方法只要参数选择恰当, 即可实现对非线性混沌系统的有效控制.

图2  $\lambda = 0.1$  时的控制效果图图3  $\lambda = 0.08$  时的控制效果图

## 5 结论

本文介绍了一种基于无模型方法的混沌控制系统自适应控制算法和方案,该方法对混沌系统进行控制的过程中,仅利用系统的在线 I/O 数据,无需被控系统的模型信息,是一种数据驱动无模型自适应控制方法,且在线调整参数较少,是一种低成本的控制方案.本文给出了该控制方案的稳定和误差单调收敛的理论性分析,并通过仿真结果验证所提方案的有效性.

然而关于这种新的基于无模型方法的混沌控制方法还有很多问题值得进一步探讨与研究,如研究如何在多维混沌系统中应用这种无模型的自适应控制算法,利用该控制算法进行混沌系统的同步控制问题,将这种新的混沌控制方法应用到更为复杂的实际系统等等,这些都是可以进一步深入研究的课题.

- [1] Mei X P, Fan Z P, Chen C L 2002 *Chaos Control and The Application on Security Communication* (1st Ed.) (Beijing: National Defence Industry Press) p75 (in Chinese) [美新平, 范正平, 陈彩莲 2002 混沌控制及其在保密通信中的应用 (北京: 国防工业出版社) 第 75 页]
- [2] Lorenz E N 1963 *Atmos. Science* **20** 130
- [3] Hubler A 1989 *Helv. Phys. Acta* **62** 343
- [4] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [5] Hou Z S, Bu X H 2011 *Expert Syst. Appl.* **38** 710
- [6] Hou Z S, Jin S T 2011 *IEEE Trans. Neural Networks* **22** 2173
- [7] Jens W, Marco A, Leonardo R 2011 *Int. J. Control.* **84** 138
- [8] Bu X H, Yu F S, Zhang H W 2012 *Math. Problems Engin.* **55** 1
- [9] Abudourehman Kadeer 2009 *Ph. D. Dissertation* (Dalian: Dalian University of Technology) (in Chinese) [阿布都热合曼·卡的尔 2009 博士学位论文 (大连: 大连理工大学)]
- [10] Tao C H, Lu J A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 281 (in Chinese) [陶朝海, 陆君安 2003 物理学报 **52** 281]
- [11] Chen Y S, Liang J S 2006 *J. Hebei Univ. Sci. Technol.* **27** 267 (in Chinese) [陈予恕, 梁建术 2006 河北科技大学学报 **27** 267]
- [12] Yu D C, Meng Q H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1092 (in Chinese) [禹东川, 孟庆浩 2005 物理学报 **54** 1092]
- [13] Tian G B 2009 *Ph. D. Dissertation* (Guangzhou: South China University of Technology) (in Chinese) [钱恭斌 2009 博士学位论文 (广州: 华南理工大学)]

# Adaptive control of chaotic systems based on model free method

Wang Yue-Gang Wen Chao-Bin Yang Jia-Sheng  
Zuo Zhao-Yang Cui Xiang-Xiang

(The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

(Received 16 July 2012; revised manuscript received 13 January 2013)

## Abstract

Conventional chaos control methods need model information of the chaos system, but model parameter is always unknown in engineering practice and the dynamic uncertainty of model-building often appears inevitably. In this case it is impossible to acquire best control performance index of optimization. To resolve this problem an adaptive control algorithm of chaotic systems based on model free method is proposed. It is a low cost controller. With this method, we can easily know a priori knowledge of chaos system only by adjusting a few parameters online without training before hand. We prove that this algorithm has a good stability mathematically. Simulation results show the effectiveness of this theory.

**Keywords:** chaotic control, adaptive, model free, data-drive

**PACS:** 05.45.Gg, 05.45.pq, 07.05.Dz, 05.45.Ac

**DOI:** 10.7498/aps.62.100504

---

† Corresponding author. E-mail: weijing123@126.com