# 相对论速调管中间腔与调制电子束间的 非线性互作用<sup>\*</sup>

陈永东1)† 吴洋2) 谢鸿全3) 李正红2) 周自刚3)

(四川理工学院理学院,自贡 643000)
 (中国工程物理研究院应用电子学研究所,高功率微波技术重点实验室,绵阳 621900)
 (西南科技大学理学院,绵阳 621010)
 (2012年9月20日收到; 2012年12月11日收到修改稿)

在强流相对论电子束驱动的相对论速调管放大器中,由于强流和高场强的影响,尤其是中间腔具有高 Q 值,微 波腔与电子束之间的非线性作用很明显,严重影响器件性能.根据麦克斯韦方程组以及电子在微波场作用下运动 方程给出了中间腔的束-波互作用自治方程.从这些方程出发,研究了调制深度和调制频率对间隙电压幅度和相位的影响.对比常规速调管的等效电路模型,自治公式给出的间隙电压幅值同粒子模拟结果更接近,尤其是较高调制深度的情况.同时器件带宽随调制深度的增加而变宽,这也同粒子模拟结果一致.由此设计了一个 S 波段高增益 相对论放大器,在 LTD (长脉冲螺旋线)加速器上开展了相应的实验工作,实验上获得了 1.1 GW 的输出功率,器件 增益 49 dB.

关键词:相对论速调管,非线性互作用,自治方程 PACS: 41.75.Ht, 42.60.Fc

#### DOI: 10.7498/aps.62.104104

#### 1 引 言

强流电子束与微波腔间的非线性互作用是高 功率微波研究的重点<sup>[1-3]</sup>.电子束驱动的相对论速 管 (RKA)通过孤立的微波腔实现电子束与微波间 的能量交换. RKA 中间腔的主要作用是提高束调制 深度以及器件的增益<sup>[4,5]</sup>.由于束的调制深度取决 于中间腔的间隙电压,在 RKA 设计与实验中准确 掌握 RKA 间隙电压值变得非常重要.

在 RKA 中间腔处, 电子束能同时与多种模式 发生互作用, 但主要是与工作模式间发生互作用. 由于非工作模式可以通过优化设计抑制, 因而非 工作模式对束 - 波互作用的影响可以忽略不计. 由 于电子束为空心束, 同时又有引导磁场的作用, 电 子的横向运动和分布非常小, 因此可做如下近似: 1) 电子只沿 z 向运动; 2) 电子束无横向分布和运动;

© 2013 中国物理学会 Chinese Physical Society

3) 忽略非工作模式的存在. 然后根据假设建立了描述被调制电子束与中间腔之间非线性互作用的过程, 用于研究束调制深度和频率对间隙电压和相位的影响.

### 2 束 - 腔互作用等效电路模型

电子束进入中间腔之前已被输入腔调制并发 生群聚.本文假设束阻抗与未调制束的阻抗相同, 那么调制电子束与中间腔之间的互作用可以等效 电路的形式表示,用 *R*, *L*, *C*分别代表带束载的中间 腔等效电阻、电感、电容.采用激励源为感应电流 的等效电路图由图 1 所示<sup>[6]</sup>.

等效电路的场激励公式 [1,7]

$$\frac{\mathrm{d}^2 V_{\mathrm{gap}}(t)}{\mathrm{d}^2 t} + \frac{\omega_0}{Q_\mathrm{b}} \frac{V_{\mathrm{gap}}(t)}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 V_{\mathrm{gap}}(t)$$

http://wulixb.iphy.ac.cn

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 61271109) 资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: yongddongchen1@163.com

$$=\frac{1}{c}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}MI_{1}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)},\tag{1}$$

其中 M 为耦合系数,  $I_1$  为基波调制电流,  $I_{ind} = MI_1$  为谐振腔感应电流,  $Q_b$  为电子束束载品质因子.



图1 中间腔的等效电路模型

令  $V_{gap}(t) = Ae^{j\omega t}$ 由 (1)式的等式两端虚部相等可求得间隙电压稳态值为

$$A = \frac{MI_1 \rho Q_{\rm b}}{\sqrt{1 + Q_{\rm b}^2 \delta^2}},\tag{2}$$

其中 $\delta = f/f_0 - f_0/f$ ,  $\rho$ 为特性阻抗由有腔体结构 决定,该式表明中间腔的结构不变,间隙电压与束 调制电流成线性关系.

3 束-腔互作用非线性自洽理论

1) 相对论电子束的运动方程

根据前面的假设,电子一维运动方程可表示为<sup>[8]</sup>

$$\frac{d\gamma}{dz} = \frac{e}{m_0 c^2} A(t) E_{0z}(z) + \frac{e}{m_0 c^2} E_z^{sc},$$
(3)

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}z} = \frac{1}{c} \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}},\tag{4}$$

其中 E<sub>z</sub><sup>sc</sup> 是空间电荷波的轴向分量,当电子束为环 形且厚度无限薄,同时间隙宽度比射频波长小很多 的情况下 E<sub>z</sub><sup>sc</sup> 可以忽略不计.

2) 中间腔的电场激励

理论上, 腔的间隙电压与腔结构、电子束电流调制深度以及频率有关.本文对一个间隙宽为 2.1 cm 振荡频率为 2.78 GHz 的中间腔进行了模拟 和计算研究, 其结构和场分布如图 2 和图 3 所示.

从中间腔的间隙电场分布可以看出,间隙处电场几乎是均匀分布的,因而近似认为实际的间隙电场分布是均匀的.因此其表达式可表示为<sup>[4]</sup>

$$\boldsymbol{E} = \operatorname{Re}\left\{A \operatorname{e}^{\mathrm{j}\omega t} \boldsymbol{E}_{0z}\right\},\tag{5}$$

其中 ω 为信号频率, A 是射频场的幅值, 是时间的 缓变函数, **E**<sub>0z</sub> 为 z 向归一化电场.





图 3 中间腔 z 向电场分布

令  $\alpha(t) = A e^{j\omega t}$ ,根据麦克斯韦方程组,可推导出微波腔中的电场激励公式为 <sup>[4]</sup>

$$\frac{\mathrm{d}^{2}}{\mathrm{d}t^{2}}\alpha(t) + \omega_{0}^{2}\alpha(t) + \frac{\omega_{0}}{Q_{b}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\alpha(t)$$
$$= -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\int_{V}\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{E}^{*}\mathrm{d}\nu}{\int_{V}|\boldsymbol{E}|^{2}\,\mathrm{d}\nu},$$
(6)

其中 $\omega_0$ 是冷腔频率, J是电子束电流密度高频分量.

定义间隙电压  $V_{gap}(t) = \alpha(t) \int_L E_{0z}(z) dz$ ,则(6) 式可化为

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} V_{\mathrm{gap}}(t) + \omega_0^2 V_{\mathrm{gap}}(t) + \frac{\omega_0}{Q_b} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V_{\mathrm{gap}}(t)$$
$$= -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\int_V \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{E}^* \mathrm{d}v}{\int_V |\boldsymbol{E}|^2 \mathrm{d}v} \int_L \boldsymbol{E}_{0z}(z) \mathrm{d}z. \tag{7}$$

将  $\alpha(t) = Ae^{j\omega t}$  代入 (7) 式, 由于  $t \to \infty$  时  $\frac{dA}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} = 0$ , 电流引入基波电流指数因子  $e^{j(\omega t + \varphi(t))}$ ,  $\varphi$ 

表示谐波电流和射频场间的相移,且为时间的缓变 函数,由等式两端实部和虚部相等可得下列关系式

$$\frac{\omega_0}{2Q_b}A = \operatorname{Re}\left\{-\frac{1}{\varepsilon}\frac{\int_L I_1 e^{j\varphi} E^* dz}{\int_V |\boldsymbol{E}|^2 d\nu}\right\},\tag{8}$$

$$(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_0)A = \operatorname{Im}\left\{-\frac{1}{\varepsilon}\frac{\int_L I_1 e^{j\boldsymbol{\varphi}} E^* dz}{\int_V |\boldsymbol{E}|^2 dv}\right\}, \quad (9)$$

其中 I1 表示电子束中的基波调制电流.

(8), (9) 和 (3) 式构成自治方程组可分析中间腔 的束-波互作用.



3 2 1 自治方程 2.70 2.75 2.80 2.85

Phi/rad



f/GHz

在采用束电压为 1.3 MV, 束流为 10 kA 的电 子束, 谐波电流频率为 2.75 GHz, 中间腔冷腔频率 为 2.78 GHz 时, 分析比较自洽方程计算的间隙电 压与由等效电路求得的间隙电压可知, 前者的值 要低一些 (如图 4 所示). 同时与间隙电压幅度峰 值相关的频率小于腔的振荡频率. 当调制电流深度  $i_1 = I_1/I_0 = 0.03$  时, 由两种方法获得的带宽 (半高 宽) 在等效电路情况下的要宽一些. 由图 5 可见两

种方法求得的电压相位略有不同.不同调制深度下 电压的幅值及相位同调制频率的关系曲线分别如 图 6 和图 7 所示, 当电压当 i1 取不同值时, 由图 6 可见间隙电压幅值随电流调制深度非线性增加,同 时腔的工作带宽随调制深度的增加而变宽. 由图 7 可见调制深度的变化对相位的影响较小,调制深度 增大相位随频率的变化范围略有增加. 由图 7 发 现相位对于调制深度的变化不敏感,在不同调制深 度下相位略有所不同. 由自洽方程、等效电路以及 PIC (particle in cell) 程序分别给出的间隙电压幅值 与束调制的深度的关系曲线显示在图 8 中. 由图可 见当调制深度小于3%时,由自洽方程、等效电路 与 PIC 模拟得到的间隙电压一致;由于用自洽方程 计算间隙电压时,忽略了空间电荷效应,所以当调 制深度小于7%时,空间电荷效应对电子束群聚的 影响较小,因此用自洽方程计算的间隙电压与 PIC 模拟得到的间隙电压一致. 但是. 当调制深度大于 7%时,由于空间电荷效应不能再忽视,用自洽方程 计算的结果与 PIC 模拟得到的间隙电压将不一致.



图 6 不同 i1 电压幅值与调制频率的关系





此外,饱和效应是由非线性特性引起的,因而随着调制深度的增加,用自治方程计算的间隙电压与 PIC 模拟得到的间隙电压都将趋于饱和.



图 8 自治方程、等效电路及 PIC 模拟的间隙电压幅值与束 调制深度间的关系曲线

## 4 RKA 模型设计和实验

设计了一个 S 波段高增益 RKA, 由 800 kV, 7 kA 的环形电子束驱动, 其外半径为 2 cm, 厚度 为 2 mm, 中间腔间隙宽度约 1.6 cm. 由于空间电 荷波波长远远大于腔的间隙宽度,因此空间电荷效 应可以忽略不计,在注入微波功率为18.3 kW, f = 2.88 GHz 时, 其输出峰值功率达到 1.4 GW. 在如图 9 所示的结构中, 第一个中间腔放在输入腔后 10 cm 处, 冷腔频率为 2.89, 第二个中间腔在第一个中 间腔后 9.2 cm 处, 其冷腔频率为 2.92. 当电子束进 入中间腔 1,由于其调制深度很低,仅 1.6%,电子束 的非线性效应可以忽略,等效电路模型计算得到间 隙电压是 94 kV. 与由 PIC 模拟得到的值是一致的, 在中间腔之后电子束在其后面的漂移管中进一步 群聚,此时基波调制电流达到约1.6 kA, 且束调制 深度达到14.6%,因此对于该模型,电子束非线性效 应使得等效电路模型不适用于中间腔 2. 由电路模 型得到的间隙电压约 565 kV, 远远大于 PIC 得到的 532 kV, 而采用自洽方程 (3), (8) 和 (9) 得到的间隙 电压为 546 kV, 与 PIC 模拟值基本一致.

采用上述结构器件进行了相应的实验工作,实验中采用长脉冲加速器提供 750 kV,7 kA 的强流相

对论环形电子束,在注入微波功率为 19 kW 的情况 下得到 1.1 GW 的输出功率,增益为 49 dB (见图 10 所示).该功率小于模拟值,其原因是由于空间电荷 效应的影响的存在,且影响还比较大因而实际的注 入微波功率要高些.



图 9 相对论速调管二维结构图



#### 5 结 论

本文根据麦克斯韦方程组和电子一维运动方 程给出了束腔互作用过程的自洽非线性方程.研究 了调制深度和调制电子束基波电流频率对间隙电 压幅值和相位的影响,表明当调制深度大于 3%时, 自洽方程给出的间隙电压值比等效电路估算值低, 同时当束调制深度变宽时工作频带也变宽.这对研 究提高相对论速调管放大器增益的中间腔场激励 过程有着重要的意义.

<sup>[1]</sup> Uhm H S, Kim H S 2001 Appl. Phys. 89 4224

<sup>[2]</sup> Friedman M, Serlin V 1988 Appl. Phys. 58 1460

<sup>[3]</sup> Uhm H S 1993 Phys. Fluids B 5 2343

<sup>[4]</sup> Nusinovich G, Read M, Song L Q 2004 Phys. Plasmas 11 4894

<sup>[5]</sup> Wu Y, Xu Z, Jin X, Chang A B, Li Z H, Huang H, Liu Z, Luo X, Ma Q S, Tang C X 2011 Acta Phys. Sin. 60 044102 (in Chinese) [吴洋, 许 州, 金晓, 常安碧, 李正红, 黄华, 刘忠, 罗雄, 马乔生, 唐传祥 2011 物理学报 60 044102]

[6] Carlsten B E, Faehl R J, Fazio M V, Haynes W B, Ryne R D, Stringfield R M 1994 IEEE Trans. Plasma Sci. 22 730

[7] Ding Y G 2008 Theory and Computer Simulation of High Power Klystron (Beijing: Nation Defense Industry Press) p74 (in Chinese) [丁耀根 2008 大功率速调管的理论与计算模拟 (北京: 国防工业出 版社) 第 63 页]

[8] Li Z H, Meng F B, Chang A B, Huang H, Ma Q S 2005 Acta Phys. Sin.
 54 3578 (in Chinese) [李正红, 孟凡宝, 常安碧, 黄华, 马乔生 2005 物理学报 54 3578]

## Nonlinear interaction between modulated electron beam and the intermediate cavity of RKA

Chen Yong-Dong<sup>1)†</sup> Wu Yang<sup>2)</sup> Xie Hong-Quan<sup>3)</sup> Li Zheng-Hong<sup>2)</sup> Zhou Zi-Gang<sup>3)</sup>

1) (College of Science, Sichuan University of Science and Engineering, Zigong 643000, China)

2) (Science and Technology on High Power Microwave Laboratory, Institute of Applied Electronics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900,

China)

3) (College of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China)

(Received 20 September 2012; revised manuscript received 11 December 2012)

#### Abstract

In the relativistic klystron driven by intense relativistic electron beam, due to the influences of intense current and high electric field, especially the high Q value for the intermediate cavity, the nonlinear interaction between the intermediate cavity and the electron beam is very strong. It will significantly affect the performance of the device. According to the Maxwell equations and one-dimensional motion equation of electron, the self-consistent equation of the beam-wave interaction is obtained in the intermediate cavity. Based on these equations, the influences of the modulation depth and the modulation frequency on the amplitude and phase of gap voltage are studied respectively. The voltage amplitude obtained by the self-consistent equation is close to the voltage amplitude of particle in cell simulation, especially under the higher modulation depth compared with that obtained from the equivalent circuit model of conventional klystron. Meanwhile, the bandwidth of device becomes wide with the increase of the modulation depth. Finally, an S-band high-gain RKA is designed, and the corresponding experiments are done on the LTD accelerator. The output power with 1.1 GW is obtained, the gain is 49 dB.

Keywords: RKA, nonlinear interaction, self-consistent equation

**PACS:** 41.75.Ht, 42.60.Fc

DOI: 10.7498/aps.62.104104

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61271109).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: yongddongchen1@163.com