

# 基于压缩感知理论的非线性 $\gamma$ 谱分析方法\*

冯丙辰 方晟<sup>†</sup> 张立国 李红 童节娟 李文茜

(清华大学核能与新能源技术研究院, 北京 100084)

(2013年1月23日收到; 2013年2月26日收到修改稿)

$\gamma$  谱分析是一种重要的放射性核素定量分析方法. 弱峰的检测和重叠峰的分解是  $\gamma$  谱分析中的难点. 为了解决这两个问题, 基于压缩感知理论, 提出了一种新的  $\gamma$  谱分析方法. 这一方法从谱仪对  $\gamma$  谱调制的物理机理出发, 通过数学建模, 将  $\gamma$  谱分析转化为一个以真实  $\gamma$  谱为解的求逆问题, 并在压缩感知理论框架下, 运用  $\gamma$  谱特征峰的稀疏性, 进行逆问题的求解, 直接获得  $\gamma$  谱的估计结果. 数值模拟结果和蒙特卡洛模拟结果表明: 该方法能在降低统计涨落的同时, 有效减小谱仪调制带来的能谱展宽, 从而提高  $\gamma$  谱分析精度.

**关键词:**  $\gamma$  谱分析, 压缩感知, 非线性, 逆问题

**PACS:** 29.30.Kv, 07.50.Qx, 29.85.-c

**DOI:** 10.7498/aps.62.112901

## 1 引言

$\gamma$  谱分析方法通过测量和分析不同能量的  $\gamma$  射线, 获得被测对象中放射性核素的种类及含量信息, 是一种重要的放射性核素定量分析方法, 在核科学与技术、环境监测、天体物理和地质学等领域有着广泛的应用<sup>[1-3]</sup>. 然而, 对于放射性活度微弱的放射性核素, 其特征峰有可能被  $\gamma$  谱的本底统计涨落所淹没. 同时, 由于探测器分辨率的限制以及探测器电荷收集不完全导致的拖尾效应, 射线能量接近的  $\gamma$  能峰容易叠加在一起, 形成重叠峰<sup>[4]</sup>.

这两个问题对  $\gamma$  能谱分析的准确性有着明显的影响. 传统  $\gamma$  谱分析方法将  $\gamma$  谱分析过程分割成线性平滑、寻峰、峰拟合等独立步骤分别处理上述问题, 没有纳入有关物理机理, 缺乏严密的数学框架, 易造成低计数峰丢失、重叠峰分辨困难等问题. 而近年来诞生的压缩感知理论指出: 对于稀疏信号, 可以在降低采样率的同时, 通过特定的非线性信号恢复算法, 恢复原始信号. 压缩感知理论在遥感成像、地震勘探、表面测量、多媒体数据编码等领域得到了广泛的应用<sup>[5-11]</sup>.

为了解决传统  $\gamma$  谱分析中弱峰和重叠峰探测能力差的问题, 基于压缩感知理论框架, 提出了一种新的  $\gamma$  谱分析方法, 并通过数值模拟和蒙特卡洛模拟进行了验证. 该方法从谱仪对真实  $\gamma$  谱信号调制的物理机理出发, 通过数学建模, 将  $\gamma$  谱分析转化为一个求逆问题; 基于压缩感知理论将  $\gamma$  谱的稀疏信号模型与谱仪调制模型耦合起来, 通过非线性优化方法求解, 在降低统计涨落的同时, 减小了能谱展宽, 有效提高了弱峰和重叠峰的分辨能力. 该方法为  $\gamma$  谱分析方法的发展提供了新的思路.

## 2 $\gamma$ 谱仪调制的物理建模

$\gamma$  射线与物质的相互作用会导致探测器内的原子电离,  $\gamma$  谱仪通过收集电离产生的电荷测量样品的  $\gamma$  能谱. 然而由于电离产生电荷的统计涨落、探测器的边缘效应以及弹道效应<sup>[12]</sup> 都会造成带电粒子能量的波动, 从而导致  $\gamma$  谱产生展宽. 实验观察到的  $\gamma$  谱展宽通常符合高斯分布, 可以用如下的高斯函数进行描述:

$$f(E) = ae^{-\frac{(E-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1)$$

其中  $a, \mu, \sigma$  均为大于 0 的实常数.

\* 国家自然科学基金(批准号: 81101030)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: fangsheng@tsinghua.edu.cn

能谱的展宽通常用半高宽描述,其定义为全能峰半高度处的全宽度,简称为FWHM.对 $\gamma$ 谱而言,半高宽大致和射线能量的平方根成正比,即 $\text{FWHM} \propto \sqrt{E}$ .也有用包含能量的二次项来描述FWHM与 $E$ 的关系,具体表达式为 $\text{FWHM} = a + b\sqrt{E} + cE^2$ .目前广泛使用的蒙特卡洛模拟程序MCNP(Monte Carlo N-Particle transport, MCNP)<sup>[13]</sup>中即采用二次项关系式来描述探测系统的全能峰半高宽,其中系数 $a, b, c$ 通过实验确定.

根据 $\gamma$ 谱仪的展宽分布,可以建立下述谱仪调制模型:

$$\Psi \rho = d, \quad (2)$$

其中, $\rho$ 是以不同道址计数为元素的列向量,代表实际的 $\gamma$ 信号. $d$ 是经过 $\gamma$ 谱仪调制后的列向量,代表观测到的 $\gamma$ 信号. $\Psi$ 为描述 $\gamma$ 谱仪对于真实 $\gamma$ 谱调制作用的系统矩阵:

$$\Psi = \begin{pmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & \cdots & h_{nn} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中 $n$ 是 $\gamma$ 能谱的总道数. $\Psi$ 中元素的取值如下:

$$h_{kl} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(k-l)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4)$$

$\sigma$ 为标准偏差.根据高斯分布半高宽和标准偏差的关系,有 $\text{FWHM} = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma$ ,又已知 $\text{FWHM} = a + b\sqrt{E} + cE^2$ ,因此可以得出 $\sigma = \frac{a + b\sqrt{E} + cE^2}{2\sqrt{2\ln 2}}$ .

可以看出 $\Psi$ 的列向量以对角线元素为中心呈归一化的高斯分布, $h_{kl}$ 的值代表第 $l$ 道计数因高斯展宽对第 $k$ 道计数的贡献.

根据谱仪调制模型,在最小二乘意义下,真实 $\gamma$ 谱数据的求解可以表示为

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} \|\Psi \rho - d\|_2. \quad (5)$$

### 3 压缩感知理论

压缩感知理论提供了利用非线性优化方法完整重建稀疏信号的框架,为许多逆问题的求解提供了有力的途径<sup>[14,15]</sup>.压缩感知理论包括稀疏信号模型、数据采集和稀疏信号完整重建算法三个方面<sup>[16,17]</sup>.对于 $\gamma$ 谱分析而言,上述三个模型中获得直接应用的是稀疏信号模型和稀疏信号完整重建算法.

### 3.1 稀疏信号模型

对于长度为 $N$ 的信号向量 $\rho$ ( $\rho \in R^N$ ),利用 $R^N$ 空间中某一组基 $\{\phi_i\}_{i=1}^N$ 将向量 $\rho$ 线性展开,可以得到如下的变换系数 $c_i$ :

$$c_i = \langle \rho, \phi_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

写成矩阵形式有

$$c = \Phi \rho, \quad (7)$$

其中 $\Phi$ 是由基向量 $\{\phi_i\}_{i=1}^N$ 组成的 $N \times N$ 的线性变换矩阵, $c$ 是由 $c_i$ 组成的系数向量.

如果系数向量 $c$ 最多只有 $k$ 个非零点,即

$$\|c\|_0 \leq k, \quad (8)$$

其中 $\|\bullet\|_0$ 是0范数.则信号向量 $\rho$ 是一个 $k$ 稀疏的信号向量, $\Phi$ 为对应的稀疏变换矩阵.对于某些本身即具备稀疏性的信号,不需要进行稀疏变换.此时, $\Phi$ 退化成单位矩阵,(8)式可以改写成

$$\|\rho\|_0 \leq k. \quad (9)$$

### 3.2 稀疏信号完整重建

对于稀疏信号 $\rho$ ,如果采样矩阵 $\Theta$ 满足约束等距(Restricted Isometry Property)条件,则可以在只采集少量数据 $d$ 的情况下,通过求解如下的优化问题,完整重建信号<sup>[18]</sup>.

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} \|\Phi \rho\|_0, \quad \text{s.t. } \Theta \rho = d. \quad (10)$$

然而(10)式是NP难度的问题,直接求解较为困难.故通常用1范数代替(10)式中的0范数,从而将(10)式的非凸优化问题转化为更易于求解的凸优化问题<sup>[19]</sup>:

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} \|\Phi \rho\|_1, \quad \text{s.t. } \Theta \rho = d, \quad (11)$$

其中 $\|\bullet\|_1 = \sum_{i=1}^N |\bullet|$ ,为1范数.有研究表明,1范数具有提升向量稀疏性的作用,从而能起到与0范数类似的效果.(11)式则可以直接通过如下的无约束最优化问题求解:

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} \left\{ \frac{1}{2} \|\Theta \rho - d\|_2^2 + \lambda \|\Phi \rho\|_1 \right\}, \quad (12)$$

其中, $\lambda$ 是正则化参数.

## 4 基于压缩感知的非线性 $\gamma$ 谱分析

### 4.1 理论模型

由于  $\gamma$  谱中的特征峰仅出现在几个少数的能量段上, 所以  $\gamma$  谱是典型的稀疏信号. 对照 (2) 式与 (11) 式, 不难发现, 谱仪调制模型可以作为约束条件, 直接纳入到压缩感知框架中, 系统矩阵  $\Psi$  即对应采样矩阵  $\Theta$ . 由此, 即可以实现稀疏信号模型和谱仪调制模型的耦合, 将  $\gamma$  谱分析转换成以真实  $\gamma$  谱为求解目标的数值最优化问题, 并通过下式求解:

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} \left\{ \frac{1}{2} \|\Psi\rho - d\|_2 + \lambda \|\Phi\rho\|_1 \right\}. \quad (13)$$

由于受谱仪性能的影响, 测量所得  $\gamma$  谱存在展宽, 拖尾等现象, 降低了  $\gamma$  谱的稀疏性. 因此, 本文选用一阶差分算子对  $\gamma$  谱进行变换, 以获得更为稀疏的变换系数, 通过这些变换系数来衡量  $\gamma$  谱的稀疏程度. 相应地, (13) 式可以进一步写成

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} \left\{ \frac{1}{2} \|\Psi\rho - d\|_2 + \lambda \|\nabla\rho\|_1 \right\}, \quad (14)$$

其中,  $\nabla$  是一阶差分变换算子矩阵. 上式等号右边第一项衡量了  $\gamma$  谱与谱仪调制模型的偏差; 第二项衡量了  $\gamma$  谱与稀疏信号模型的偏差. 正则化参数  $\lambda$  则对两种误差进行均衡, 以使所得到的求解结果与谱仪调制模型和稀疏信号模型都有较好的符合.

### 4.2 数值求解算法

根据欧拉 - 拉格朗日方程, (14) 式达到稳定最优解时, 有

$$-\Psi^H(\Psi\rho - d) - \lambda \nabla \cdot \left( \frac{\nabla\rho}{|\nabla\rho|} \right) = 0. \quad (15)$$

经整理, 可以得到对应的梯度下降流为

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \Psi^H(\Psi\rho - d) + \lambda \nabla \cdot \left( \frac{\nabla\rho}{|\nabla\rho|} \right). \quad (16)$$

采用人工时间演化方法, 可以建立如下的迭代步骤:

$$\rho_t = \rho_{t-1} + \Delta t \left[ \Psi^H(\Psi\rho_{t-1} - d) + \lambda \nabla \cdot \left( \frac{\nabla\rho_{t-1}}{|\nabla\rho_{t-1}|} \right) \right], \quad (17)$$

其中  $\Delta t$  是人工演化的时间步长, 满足 CFL 条件, 以保证人工演化过程稳定收敛. 因此, (14) 式的迭代求解过程可以表示如下:

初始值  $\rho_0 = 0$ , 对于第  $t$  次迭代, 有

$$\rho_t = \rho_{t-1} + \Delta t \left[ \Psi^H(\Psi\rho_{t-1} - d) + \lambda \nabla \cdot \left( \frac{\nabla\rho_{t-1}}{|\nabla\rho_{t-1}|} \right) \right]. \quad (18)$$

## 5 模拟与验证

为了验证所建立的  $\gamma$  谱分析方法, 分别进行了数值模拟和  $\gamma$  谱测量的蒙特卡洛模拟.

### 5.1 数值模拟

通过计算机模拟产生了长度为 1024 道的  $\gamma$  谱信号, 并运用随机抽样方法产生了 7 个  $\gamma$  特征峰. 如图 1(a) 中短箭头所示, 所模拟的理想  $\gamma$  谱的第 301 道存在计数较低的弱特征峰. 第 536 和 549 道则存在两个十分邻近的特征峰 (图 1(a) 中长箭头所指). 理想  $\gamma$  谱的各个特征峰的平均半高宽为 6 个道址.

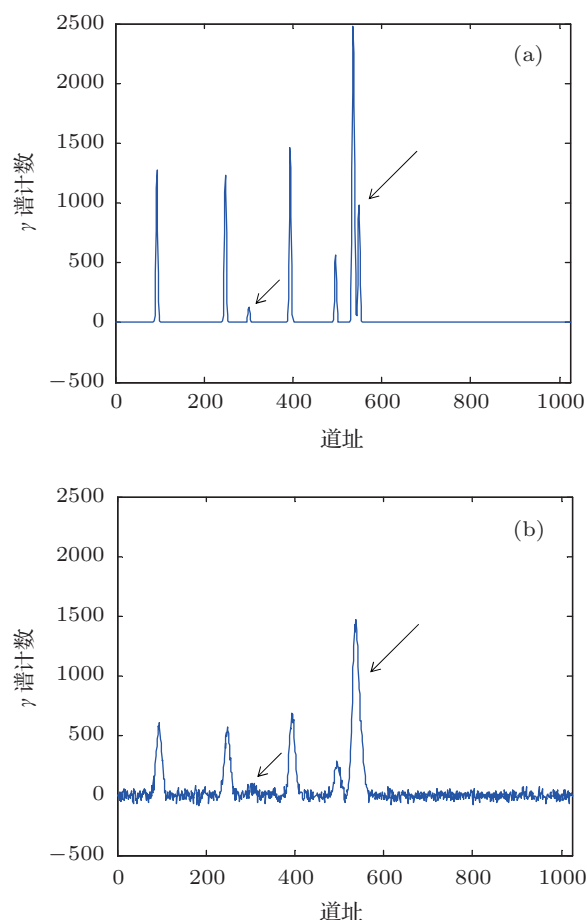


图 1 所模拟的  $\gamma$  谱信号 (a) 理想  $\gamma$  谱信号; (b) 考虑了谱仪展宽和统计涨落的  $\gamma$  谱信号

为了模拟实际谱仪造成的展宽效应,采用半高宽为 15 个道址的高斯卷积核理想  $\gamma$  谱进行了卷积.在此基础上,进一步叠加了高斯白噪声,模拟实际  $\gamma$  谱中的统计涨落现象.如图 1(b) 所示,理想  $\gamma$  谱信号经过高斯卷积后,各个特征峰均出现了不同程度的展宽.其中,位于第 536 和 549 道的特征峰由于卷积的展宽作用而重叠在一起(如图 1(b) 长箭头所示);位于第 301 道的弱特征峰则在展宽和统计涨落的共同作用下,几乎淹没在统计涨落之中.

## 5.2 蒙特卡洛模拟

蒙特卡洛方法可以逼真地模拟光子与探测系统各部件物质中的原子发生的物理作用过程(包括光电效应、康普顿效应和电子对效应),并记录光子沉积在探头上的能量,生成与实验符合较好的脉冲高度谱. MCNP 即是一种通过蒙特卡洛方法进行粒子(包括光子,中子和电子)输运模拟的大型软件

包,是由美国 Los Alamos 国家实验室研制开发的,在射线测定领域有着广泛的应用<sup>[20,21]</sup>.

为了验证所提出  $\gamma$  谱分析方法,运用 MCNP 程序模拟了 ORTEC 公司的  $\gamma$  射线探测系统.该系统包括 GEM30P70 型 HPGe 探测器、DSPEC-Plus 数字化光谱仪和 X-Cooler- II 电致冷器.通过对放射性燃料球的分析计算,根据探测器探头可能探测到的  $\gamma$  射线强度建立了采样过程,并运用蒙特卡洛方法对探测过程进行了模拟.

蒙特卡洛模拟中的几何模型如图 2 所示.燃料球发出的  $\gamma$  射线经过密封部件和准直系统,被探测器接收,探测器根据  $\gamma$  射线的强度和能量将接收到的信号转化为能谱图.所采用的蒙特卡洛方法根据放射性燃料球的  $\gamma$  光子发射率和准直系统的角度因子进行源抽样,记录能够通过准直器系统到达探测器探头的  $\gamma$  光子数,模拟  $\gamma$  射线能量沉积的幅度分布,采样计算的  $\gamma$  光子总数约为  $10^4$ .

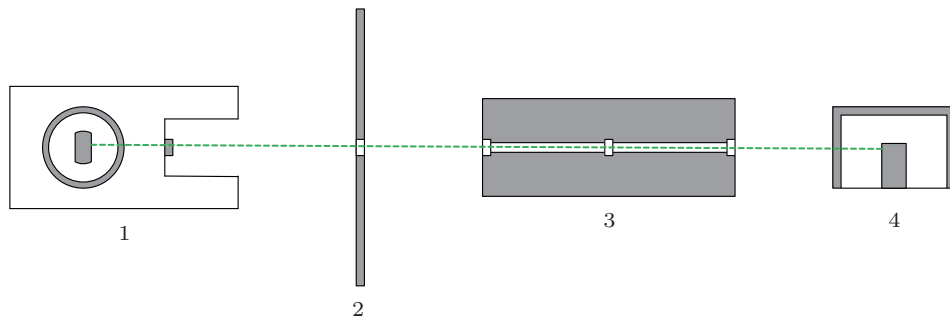


图 2  $\gamma$  射线探测系统示意图(部件 1, 2, 3, 4 分别代表装有放射性燃料球的定位器、密封部件、准直器和 GEM30P70 型 HPGe 探测器)

## 6 结果分析

图 3 显示了数值模拟结果.如图 3(a) 所示,非线性  $\gamma$  谱估计方法在去除统计涨落的同时,有效减小了特征峰的展宽.图 3(b) 放大了  $\gamma$  谱中含有重叠峰和低计数特征峰的能段,更清晰地显示了非线性  $\gamma$  谱估计方法对特征峰信息的恢复效果.由于展宽而重叠在一起的两个特征峰被成功分离开(图 3(b) 中长箭头所指),且恢复后的两个特征峰的峰形与理想  $\gamma$  谱中的对应特征峰峰形基本一致,准确度较高.同时,整个  $\gamma$  谱中的统计涨落被有效降低,低计数特征峰信息则保留完好,避免了传统线性平滑方法中低计数峰易丢失的问题.

表 1 比较了数值模拟中理想  $\gamma$  谱、存在展宽和涨落的  $\gamma$  谱和非线性  $\gamma$  谱估计结果的峰面积和

半高宽.由表可见,展宽和统计涨落会明显改变  $\gamma$  谱的峰面积和半高宽的信息,给  $\gamma$  谱定量带来明显的误差.非线性  $\gamma$  谱估计方法有效减少了这种误差,其估计结果的峰面积和半高宽与理想  $\gamma$  谱符合较好.

图 4 显示了  $\gamma$  谱测量的蒙特卡洛模拟结果.与数值模拟结果类似,整体上,非线性  $\gamma$  谱估计方法有效降低了所采集  $\gamma$  谱中的统计涨落;同时,各个  $\gamma$  谱的特征峰信息也得到了很好地保留(图 4(a)).图 4(b) 放大了蒙特卡洛模拟谱中含有重叠峰和低计数特征峰的能段,以进一步评估非线性  $\gamma$  谱估计方法的效果.如图 4(b) 中所示,由于谱仪的展宽作用,662 keV 的 Cs-137 特征峰、665 keV 的 Ce-143 特征峰、670 keV 和 672 keV 的 I-132 特征峰均被淹没在了 668 keV 的 I-132 特征峰中.经过非线性  $\gamma$

谱估计方法处理后, 很好地将模拟测量中的五重重叠峰分解, 恢复了强特征峰周围的弱特征峰, 消除了谱仪展宽带来的  $\gamma$  特征峰丢失问题. 同时, 计数

较低的弱特征峰的峰形状也与实际采集  $\gamma$  谱符合地很好, 这说明非线性  $\gamma$  谱估计方法对于弱特征峰信息破坏较少.

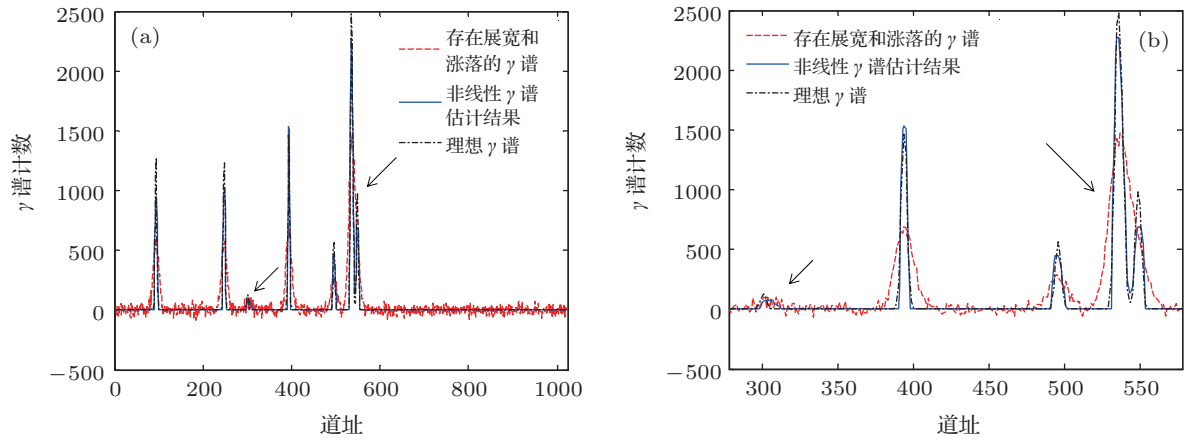


图3 数值模拟结果 (a) 对 1024 道模拟  $\gamma$  谱进行非线性估计的结果; (b) 估计所得  $\gamma$  谱的局部放大图

表1 数值模拟中的  $\gamma$  谱特征峰面积和半高宽计算结果

特征峰		1	2	3	4	5	6	7
理想 $\gamma$ 谱	峰面积	$6.37 \times 10^3$	$6.18 \times 10^3$	$6.47 \times 10^2$	$7.33 \times 10^3$	$2.84 \times 10^3$	$1.59 \times 10^4$	$4.97 \times 10^3$
	半高宽	5	5	6	5	6.5	5	5
存在展宽与涨落的 $\gamma$ 谱	峰面积	$9.10 \times 10^3$	$8.46 \times 10^3$	$8.84 \times 10^2$	$1.04 \times 10^4$	$4.24 \times 10^3$	$2.92 \times 10^4$	
	半高宽	15	14	—	14	14	20	
非线性 $\gamma$ 谱分析结果	峰面积	$6.47 \times 10^3$	$6.04 \times 10^3$	$7.39 \times 10^2$	$7.38 \times 10^3$	$3.00 \times 10^3$	$1.61 \times 10^4$	$4.78 \times 10^3$
	半高宽	7	6	8	5	7	6	7

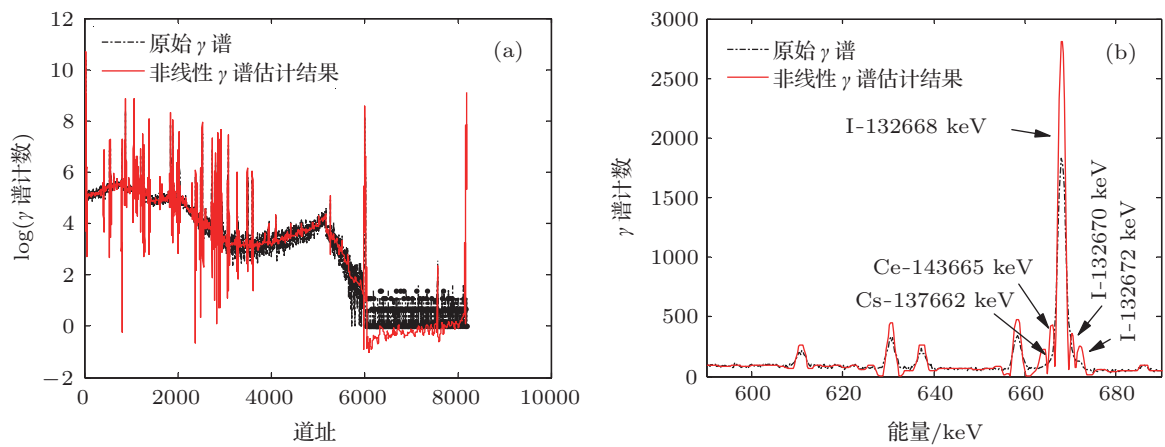


图4  $\gamma$  谱测量蒙特卡洛模拟结果 (a) 非线性  $\gamma$  谱估计的结果; (b) 非线性  $\gamma$  谱估计的结果的局部放大图

对于 HPGe 探测器, 只考虑统计涨落影响时,  $\gamma$  谱的理论最小展宽可以用下式表示:

$$\text{FWHM} = 2.36\sqrt{FEW}, \quad (19)$$

其中  $F$  为 Ge 的法诺因子, 取值 0.13;  $E$  为特征峰中心能量;  $W$  为 Ge 的平均电离能, 取值  $2.98 \times 10^{-3}$  keV. 蒙特卡洛模拟中以此为标准, 对非线性  $\gamma$  谱分析结果进行了定量评估.

表 2 比较了由 (19) 式计算出的 HPGe 探测器理论最小能谱展宽、蒙特卡洛模拟谱的能谱展宽

和非线性  $\gamma$  谱估计结果的能谱展宽. 可以看出, 蒙特卡洛模拟谱主要的特征峰展宽约为理论最小展宽的 2 倍, 经过非线性  $\gamma$  估计方法处理后, 特征峰的展宽得到了有效的降低, 比模拟测量结果更接近理论最小展宽; 与蒙特卡洛模拟谱相比, 非线性  $\gamma$  谱估计结果最大减小了 16.7% 的特征峰展宽, 最小减小了 10.9% 的特征峰展宽. 以上结果表明, 非线性  $\gamma$  谱估计方法能够较为稳定的减小谱仪调制形成的能谱展宽, 更真实地反映出实际  $\gamma$  谱的特征.

表 2 蒙特卡洛模拟  $\gamma$  谱特征峰展宽对比结果

能量/keV	611	631	637	658
HPGe 探测器理论最小展宽/keV	1.15	1.17	1.17	1.19
$\gamma$ 谱模拟测量结果/keV	2.16	2.39	2.39	2.39
非线性 $\gamma$ 谱估计结果/keV	1.86	1.99	2.13	2.13
与测量结果相比非线性 $\gamma$ 谱估计结果展宽减小量/%	13.9	16.7	10.9	10.9

## 7 结论

本文基于  $\gamma$  谱仪对于  $\gamma$  谱信号的物理调制过程和压缩感知理论框架, 提出了一种新的  $\gamma$  谱分析方法. 该方法从测量谱仪中  $\gamma$  谱信号形成的物理过程出发, 通过数学建模, 将  $\gamma$  谱分析转化为一个求

逆问题, 并建立以信号稀疏性作为约束条件的非线性优化求解方法. 数值模拟和蒙特卡洛模拟结果表明: 该方法能在降低本底涨落的同时, 有效减小  $\gamma$  谱中特征峰的展宽, 从而提高弱峰和重叠峰的分辨能力, 有望在环境监测、核燃料燃耗监测等  $\gamma$  谱应用领域获得进一步应用.

- [1] Hao F H, Hu G C, Liu S P, Gong J, Xiang Y C, Huang R L 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3523 (in Chinese) [郝樊华, 胡广春, 刘素萍, 龚建, 向永春, 黄瑞良 2005 物理学报 **54** 3523]
- [2] Zhao H F, Du L, He L, Bao J L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 028501 (in Chinese) [赵鸿飞, 杜磊, 何亮, 包军林 2011 物理学报 **60** 028501]
- [3] Wang C J, Bao D M, Cheng S, Zhang A L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5361 (in Chinese) [王崇杰, 包东敏, 程松, 张爱莲 2008 物理学报 **57** 5361]
- [4] Grenier G, Poussier C 1970 *Nuclear Instruments and Methods* **89** 199
- [5] Sun B, Jiang J J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110701 (in Chinese) [孙彪, 江建军 2011 物理学报 **60** 110701]
- [6] Bai X, Li Y Q, Zhao S M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044209 (in Chinese) [白旭, 李永强, 赵生妹 2013 物理学报 **62** 044209]
- [7] Lustig M, Donoho D, Pauly J M 2007 *Magnetic Resonance in Medicine* **58** 1182
- [8] Yu S W, Khwaja A S, Ma J W 2012 *Signal Process.* **92** 357
- [9] Ma J W, Hussaini M Y 2011 *IEEE. T. Instrum. Meas.* **60** 3128
- [10] Ma J W 2010 *IEEE. T. Instrum. Meas.* **59** 1600
- [11] Ma J W, Plonka G, Hussaini M Y 2012 *IEEE. T. Circ. Syst. Vid.* **22** 1354
- [12] Hou Q W, Cao B Y, Guo Z Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7809 (in Chinese) [侯泉文, 曹炳阳, 过增元 2009 物理学报 **58** 7809]
- [13] Briesmeister J F 1997 *MCNP-A General Monte Carlo N-Particle Transport Code Version 4B, LA-12625-M*. Los Alamos National Laboratory
- [14] Candes E J, Tao T 2005 *IEEE. T. Inform. Theory.* **24** 118
- [15] Donoho D L, Elad M, Temlyakov V N 2006 *IEEE. T. Inform. Theory.* **52** 6
- [16] Candes E J, Romberg J, Tao T 2006 *IEEE. T. Inform. Theory.* **52** 489
- [17] Donoho D L 2006 *IEEE. T. Inform. Theory.* **52** 1289
- [18] Candes E J, Romberg J, Tao T 2006 *Commun. Pur. Appl. Math.* **59** 1207
- [19] Candes E J, Wakin M B 2008 *IEEE. Signal Proc. Mag.* **25** 21
- [20] Xu M H, Liang T J, Zhang J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2357 (in Chinese) [徐妙华, 梁天骄, 张杰 2006 物理学报 **55** 2357]
- [21] Xu H B, Peng X K, Chen C B 2010 *Chin. Phys. B* **19** 062901

# A non-linear analysis for gamma-ray spectrum based on compressed sensing\*

Feng Bing-Chen Fang Sheng<sup>1)†</sup> Zhang Li-Guo Li Hong  
Tong Jie-Juan Li Wen-Qian

(*Institute of Nuclear and New Energy Technology, Tsinghua University, Beijing 10084, China*)

(Received 23 January 2013; revised manuscript received 26 February 2013)

## Abstract

The gamma-ray spectrum analysis is an important method for quantitative analysis of radionuclide. Although widely used, the weak peak identification and overlapping peaks resolution are still difficult for gamma-ray spectrum analysis. To solve the problem, a new method based on compressed sensing is proposed for improving gamma-ray spectrum analysis in this paper. The proposed method models physical modulation of gamma spectrometer as a linear equation, and formulates the gamma-ray spectrum analysis as a corresponding inverse problem. The true gamma spectrum is obtained by solving the inverse problem by applying sparsity constraint under the framework of compressed sensing. The feasibility of the proposed method is demonstrated by both numerical simulation and Monte Carlo simulation experiments. Results demonstrate that the proposed method can simultaneously resolve overlapped peaks and reduce the fluctuations of gamma-ray spectrum, effectively improving the accuracy of gamma-ray spectrum analysis.

**Keywords:** gamma-ray spectrum analysis, compressed sensing, non-linear, inverse problem

**PACS:** 29.30.Kv, 07.50.Qx, 29.85.-c

**DOI:** 10.7498/aps.62.112901

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 81101030).

† Corresponding author. E-mail: fangsheng@tsinghua.edu.cn