

# 一种基于误差补偿的多元混沌时间序列混合预测模型\*

韩敏<sup>†</sup> 许美玲

(大连理工大学电子信息与电气工程学部, 大连 116023)

(2012年11月5日收到; 2013年2月16日收到修改稿)

针对多元混沌时间序列的预测问题, 考虑到单纯改进储备池算法无法明显地提高预测精度, 提出一种基于误差补偿的时间序列混合预测模型. 实际观测的数据既包含线性特征又包含非线性特征. 首先利用自回归移动平均模型预测线性特征, 使得残差数据仅含非线性特征; 然后, 建立正则化回声状态网络模型预测; 最后, 将非线性部分的预测值与线性部分的预测值相加, 以实现高精度的多元混沌时间序列预测. 基于 Lorenz 和太阳黑子 - 黄河径流量时间序列的仿真实验验证了本文所提模型的有效性.

**关键词:** 回声状态网络, 混沌, 多元时间序列预测, 误差补偿

**PACS:** 05.45.Tp

**DOI:** 10.7498/aps.62.120510

## 1 引言

混沌时间序列是一种短期内可以预测而长期不可预测的貌似无规则、类似随机的非线性系统, 广泛存在于气象、水文、医学、经济和电子等众多领域<sup>[1,2]</sup>. 早期的混沌时间序列预测技术可追溯到 20 世纪. 1927 年, Yule 发明了自回归技术 (autoregressive, AR) 用于太阳黑子数的预测. 在接下来的 50 年里, 以自回归移动平均模型 (autoregressive and moving average model, ARMA) 为代表的线性预测技术占据统治地位<sup>[3]</sup>. 然而随着研究的深入, 人们意识到混沌时间序列不仅包括线性特征还包括非线性特征, 而非线性特征无法用线性模型去描述<sup>[4]</sup>, 因此开展非线性混沌时间序列预测技术的研究就变得越来越重要.

神经网络模型能够以任意精度逼近非线性函数<sup>[5]</sup>, 只需较少的统计学知识即可获得理想的预测效果, 因此广泛应用于多元混沌时间序列的预测建模中<sup>[6,7]</sup>. 但是一般神经网络利用梯度下降法对网

络权值反复学习, 收敛速度慢, 易陷入局部最优<sup>[8]</sup>. 针对这一问题, Jaeger 提出一种新型的递归神经网络——回声状态网络 (echo state network, ESN), 其核心部分是一个大规模储备池, 网络的输入权值和储备池内部连接权值随机生成, 并在训练中保持不变, 只有输出权值需要通过线性回归方法求解, 学习算法简单快速, 弥补了一般神经网络收敛速度慢的缺点, 一经提出, 就在不同的领域取得了广泛的应用<sup>[9,10]</sup>. 然而, 预测大规模混沌时间序列时, 一般 ESN 模型易产生病态解, 影响泛化性能. 为解决这一问题, 文献 [11] 借鉴统计学习原理中的结构风险最小化原理, 提出正则化回声状态网络模型 (regularized echo state network, RESN), 引入正则项, 以权衡结构风险和泛化风险, 从而使 ESN 具有更好的泛化能力.

随着研究的深入, 有学者指出, 虽然以 RESN 为代表的神经网络能够很好地解决非线性时间序列预测问题, 但是其预测混沌时间序列的线性特征时, 仅对于某些特定的问题有效, 而对于大部分线性特征预测效果并不满意<sup>[12]</sup>, 并且非线性模型待

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61074096) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: minhan@dlut.edu.cn

求解参数较多,增加了问题的计算复杂度.对于实际观测的时间序列,由于无法精确地辨别其是否既包含线性关系又包含非线性关系,所以单一地使用 ARMA 模型或 RESN 模型预测多元混沌时间序列均不能得到理想的效果.

基于以上问题,本文建立一种基于误差补偿的 ARMA-RESN 混合预测模型.使用 ARMA 模型模拟原始混沌时间序列的线性特征,将 ARMA 预测值与原始观测值做差得到残差序列.在此基础上,使用 RESN 模型预测残差序列,模拟原始混沌时间序列的非线性特征.最后将残差序列预测值与 ARMA 模型预测值相加,实现完整的多元混沌时间序列预测,达到提高预测精度的目的.

## 2 正则化回声状态网络

ESN 是一种非线性递归神经网络,网络结构包含输入层、内部储备池和输出层三层.其中储备池是 ESN 的核心部分,结构稀疏,递归连接,起到存储历史信息的作用,保证了网络的回声性质<sup>[9]</sup>.

ESN 的状态方程为

$$\mathbf{x}(t+1) = \text{sigmoid}[\mathbf{W}_{\text{in}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{W}_x\mathbf{x}(t)]; \quad (1)$$

输出方程为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t)\mathbf{W}_{\text{out}}, \quad (2)$$

上式中 sigmoid 激活函数通常取双曲正切 tanh 函数,  $\mathbf{W}_{\text{in}}$  和  $\mathbf{W}_x$  分别为输入连接矩阵和储备池内部连接矩阵,初始化随机设置后保持不变.通常,  $\mathbf{W}_x$  的规模很大,在 [50, 1000] 之间,稀疏度保持在 [0.01, 0.05] 之间,谱半径  $\rho(\mathbf{W}_x) < 1$ . 输出连接向量  $\mathbf{W}_{\text{out}}$  是惟一由训练求解的参数.  $\mathbf{u}(t)$ ,  $\mathbf{x}(t)$ ,  $\mathbf{y}(t)$  分别为  $t$  时刻多元输入向量,储备池内部状态向量和输出向量.

ESN 的关键是求解输出权值,最常用的方法是最小二乘法,最小化下式所示的目标函数:

$$\min \|\mathbf{X}\mathbf{W}_{\text{out}} - \mathbf{Y}\|, \quad (3)$$

其中  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(l)]^T$ ,  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{l \times N}$ ,  $l$  为训练数据长度,  $N$  为储备池节点数.相应地,  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(l)]^T$ . 通常,对于大规模混沌时间序列,  $l > N$ . 由 (3) 式得到解:

$$\hat{\mathbf{W}}_{\text{out}} = \mathbf{X}^\dagger \mathbf{Y} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}, \quad (4)$$

其中,  $\hat{\mathbf{W}}_{\text{out}}$  是对  $\mathbf{W}_{\text{out}}$  的估计.

设状态矩阵  $\mathbf{X}$  的奇异值分解表示如下:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{v}_i^T, \quad (5)$$

其中  $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_l)$  和  $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_N)$  是酉阵,对角阵  $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r, \sigma_{r+1}, \dots, \sigma_N)$ , 假设  $\mathbf{X}$  的秩为  $r$ , 则有奇异值

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > \sigma_{r+1} = \dots = \sigma_N = 0. \quad (6)$$

进而  $\mathbf{X}^\dagger$  表示为

$$\mathbf{X}^\dagger = (\mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^T)^\dagger = \mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}^\dagger\mathbf{U}^T = \sum_{i=1}^r \frac{\mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T}{\sigma_i}, \quad (7)$$

有

$$\hat{\mathbf{W}}_{\text{out}} = \mathbf{X}^\dagger \mathbf{Y} = \sum_{i=1}^r \frac{\mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T}{\sigma_i} \mathbf{Y}, \quad (8)$$

从上式可以看出,输出权值幅值与奇异值大小成反比.当奇异值过小时,一般 ESN 模型会出现病态解问题.

实际观测的时间序列通常含有扰动,假设扰动信号为  $\mathbf{e}_p$ , 那么含扰动的目标值记为  $\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} + \mathbf{e}_p$ , 则输出权值计算公式为

$$\tilde{\mathbf{W}}_{\text{out}} = \mathbf{X}^\dagger \tilde{\mathbf{Y}} = \sum_{i=1}^r \frac{\mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T}{\sigma_i} \mathbf{Y} + \sum_{i=1}^r \frac{\mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T}{\sigma_i} \mathbf{e}_p. \quad (9)$$

当  $\mathbf{X}$  的奇异值  $\sigma_i$  很小,具有病态特性时, (9) 式求得的输出权值幅值较大,扰动信号  $\mathbf{e}_p$  严重影响  $\tilde{\mathbf{W}}_{\text{out}}$  的值.大的输出权值往往降低网络的泛化性能,因为即使网络的测试输入与训练输入有微小的差别,测试输出与训练输出也可能相差很大.

为解决以上问题,RESN 模型将岭回归方法应用于储备池网络中,在目标函数中增加正则项,以解决不适定问题并提高泛化能力<sup>[11]</sup>.岭回归解为

$$\hat{\mathbf{W}}_{\text{out}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \mu^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}, \quad (10)$$

其中,正则项系数  $\mu \in \mathbb{R}^+$ , 它等价于最小化下式所示的代价函数:

$$L(\mathbf{W}_{\text{out}}) = \|\mathbf{X}\mathbf{W}_{\text{out}} - \mathbf{Y}\|_2^2 + \mu \|\mathbf{W}_{\text{out}}\|_2^2. \quad (11)$$

在  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  上施加正则项,避免了  $\mathbf{X}$  的奇异值过小,改善了  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  的性质,使得 (8) 式求得的输出权值幅值减小,从而平衡了模型的误差项和复杂度,得到具有较好泛化性能的储备池模型.

## 3 ARMA-RESN 混合预测模型

RESN 能够很好地拟合非线性函数的输入输出映射关系.但是,由于实际观测的数据通常既包括

非线性特征, 又包括线性特征, 因此 RESN 在处理线性问题时, 精度很大程度上依赖于问题的规模和误差水平的高低 [12]. 所以, 对于某些实际观测的时间序列, 不能得到满意的预测效果. 鉴于以上分析, 本文建立一种基于误差补偿的多元混沌时间序列混合预测模型 ARMA-RESN 模型, 充分刻画混沌时间序列的动态特性.

### 3.1 ARMA(p, q) 模型

ARMA(p, q) 模型是一种应用广泛的线性时间序列预测模型, 包括 AR 项和移动平均 (moving average, MA) 项, 表示当前时刻的预测值不仅与以前时刻的自身值有关, 还与之前时刻的误差扰动有关 [3]. 当 AR 项为 0 时, 模型简化为 MA(q) 模型. 当 MA 项为 0 时, 模型简化为 AR(p) 模型. 具有以下形式.

AR(p) 模型

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{v} + \varphi_1 \mathbf{y}(t-1) + \dots + \varphi_p \mathbf{y}(t-p) + \varepsilon(t). \quad (12)$$

当误差项  $\varepsilon(t)$  自相关时, 可以被有限阶滑动平均表示:

$$\varepsilon(t) = \mathbf{a}(t) + \Theta_1 \mathbf{a}(t-1) + \dots + \Theta_q \mathbf{a}(t-q), \quad (13)$$

这里  $\mathbf{a}(t)$  是零均值白噪声,  $\mathbf{a}(t)$  的协方差矩阵  $\Sigma_a$  非奇异,  $\mathbf{v}$  和  $\varphi_i$  ( $i = 1, \dots, p$ ),  $\Theta_j$  ( $j = 1, \dots, q$ ) 为待估计的参数. 综合 AR(p) 自回归项和 MA(q) 移动平均项, 有 ARMA(p, q) 模型:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \mathbf{v} + \varphi_1 \mathbf{y}(t-1) + \dots + \varphi_p \mathbf{y}(t-p) + \varepsilon(t) \\ &= \mathbf{v} + \varphi_1 \mathbf{y}(t-1) + \dots + \varphi_p \mathbf{y}(t-p) + \mathbf{a}(t) \\ &\quad + \Theta_1 \mathbf{a}(t-1) + \dots + \Theta_q \mathbf{a}(t-q). \end{aligned} \quad (14)$$

对于一个很大的阶数  $n$ , AR(n) 与 ARMA(p, q) 近似等价. AR(n) 表示如下:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{v} + \sum_{i=1}^n \varphi_i \mathbf{y}(t-i) + \mathbf{a}_n(t), \quad (15)$$

上式中,  $\mathbf{a}_n(t)$  表示 AR 模型阶数为  $n$  时的误差项. 由 (15) 式得到残差的估计值

$$\hat{\mathbf{a}}_n(t) = \mathbf{y}_t - \sum_{i=1}^n \hat{\varphi}_i \mathbf{y}(t-i) - \mathbf{v}, \quad (16)$$

其中  $\hat{\varphi}_i$  采用多元最小二乘法估计. 使用估计值  $\hat{\mathbf{a}}_n(t)$  建立多元 ARMA(p, q) 模型

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{v} + \varphi_1 \mathbf{y}(t-1) + \dots + \varphi_p \mathbf{y}(t-p)$$

$$\begin{aligned} &+ \mathbf{a}(t) + \Theta_1 \hat{\mathbf{a}}_n(t-1) + \dots + \Theta_q \hat{\mathbf{a}}_n(t-q) \\ &= [\mathbf{v}, \varphi_1, \dots, \varphi_p; \Theta_1, \dots, \Theta_q] \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{y}(t-1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(t-p) \\ \hat{\mathbf{a}}_n(t-1) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{a}}_n(t-q) \end{bmatrix} + \mathbf{a}(t). \end{aligned} \quad (17)$$

模型阶数  $n$ ,  $p$  和  $q$  采用 AIC (Akaike information criterion) 准则确定 [13]:

$$\text{AIC}(p, q) = \ln |\hat{\Sigma}_a(p, q)| + \frac{2}{S} P_{\text{num}}, \quad (18)$$

上式中  $|\hat{\Sigma}_a(p, q)|$  为  $\hat{\mathbf{a}}(t)$  的协方差矩阵  $\hat{\Sigma}_a$  的行列式,  $S$  为样本个数,  $P_{\text{num}}$  为待估计参数的个数. 第一项是关于模型参数的对数似然项, 第二项是关于模型复杂度的惩罚项. 若仅依据参数的对数似然项来选择模型, 会导致过拟合. 由于附加了惩罚项, AIC 准则能够有效控制模型的复杂度, 避免过度拟合.

### 3.2 ARMA-RESN 混合预测模型

本文建立 ARMA-RESN 混合预测模型, 使用 ARMA(p, q) 模型和 RESN 模型分别估计多元时间序列的线性部分和非线性部分, 以提高预测精度.

假设  $t$  时刻多元混沌时间序列的观测值为  $\mathbf{y}(t)$ , 线性部分为  $\mathbf{L}(t)$ , 非线性部分为  $\mathbf{N}(t)$ , 有

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{L}(t) + \mathbf{N}(t). \quad (19)$$

先使用 ARMA(p, q) 模型估计  $t$  时刻的线性值  $\hat{\mathbf{L}}(t)$ , 有

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{L}}(t) &= \mathbf{v} + \varphi_1 \mathbf{y}(t-1) + \dots + \varphi_p \mathbf{y}(t-p) + \varepsilon(t) \\ &= \mathbf{v} + \varphi_1 \mathbf{y}(t-1) + \dots + \varphi_p \mathbf{y}(t-p) + \mathbf{a}(t) \\ &\quad + \Theta_1 \mathbf{a}(t-1) + \dots + \Theta_q \mathbf{a}(t-q). \end{aligned} \quad (20)$$

记  $t$  时刻线性模型的预测残差为  $\mathbf{e}(t)$ , 则残差序列

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{L}}(t) \approx \mathbf{N}(t), \quad (21)$$

近似只含有非线性部分, 满足

$$\begin{aligned} \mathbf{N}(t) &= \mathbf{e}(t) = \\ &f[\mathbf{e}(t-1), \mathbf{e}(t-2), \dots, \mathbf{e}(t-m)] + \varepsilon(t), \end{aligned} \quad (22)$$

其中,  $m$  为残差序列的嵌入维数. 接下来, 使用 RESN 预测非线性残差序列  $N(t)$ , 将预测值  $\hat{N}(t)$  补偿到 ARMA( $p, q$ ) 的预测值中, 起到削峰填谷的作用, 实现更高精度的多元混沌时间序列预测. 由于 RESN 具有一般 ESN 的“回声”性质<sup>[9]</sup>, 因此设定  $m = 1$ , 即 RESN 输入为  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{e}(t - 1)$ , 有

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \text{sigmoid}[\mathbf{W}_{\text{in}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{W}_{\text{x}}\mathbf{x}(t - 1)], \\ \hat{N}(t) &= \mathbf{W}_{\text{out}}\mathbf{x}(t), \end{aligned} \quad (23)$$

进而有

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \hat{N}(t) + \hat{L}(t). \quad (24)$$

基于以上分析, 本文提出的 ARMA-RESN 混合预测模型包括三个步骤.

**步骤 1** 使用 ARMA( $p, q$ ) 预测多元混沌时间序列的线性部分  $\hat{L}(t)$ .

**步骤 2** 采用 RESN 预测残差序列  $\mathbf{e}(t)$ , 即 RESN 模拟多元混沌时间序列的非线性部分  $\mathbf{e}(t) \approx \hat{N}(t)$ .

**步骤 3** 将 RESN 模型预测的残差  $\hat{N}(t)$  与 ARMA( $p, q$ ) 的预测值  $\hat{L}(t)$  相加, 得到  $\mathbf{y}(t)$  的预测值  $\hat{\mathbf{y}}(t)$ .

ARMA-RESN 混合预测模型示意图如图 1 所示.

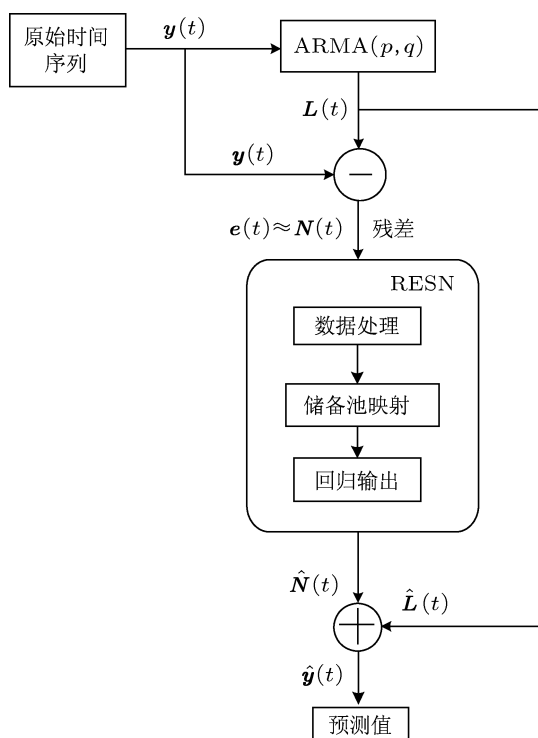


图 1 ARMA-RESN 混合预测模型示意图

## 4 仿真结果与分析

为验证本文所提模型的有效性, 将其应用于 Lorenz 时间序列和太阳黑子 - 黄河径流量序列的预测仿真中. 同时, 在相同的数据集上, 与 ARMA<sup>[3]</sup> 以及其他 ESN 改进模型 (包括 RESN<sup>[11]</sup>, SVESM<sup>[14]</sup> 和 ESGP<sup>[15]</sup>) 的仿真结果进行比较. ESN 改进模型储备池参数设置与本文所提的混合模型储备池参数设置一致. 采用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 和平均绝对百分率误差 (symmetric mean absolute percentage error, SMAPE) 作为预测性能的评价指标.

均方根误差反应模型预测值对观测值的平均偏离程度. 计算公式如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{t=1}^S [\hat{y}(t) - y(t)]^2 / (S - 1)}, \quad (25)$$

其中,  $\hat{y}(t)$  为模型预测值,  $y(t)$  为实际观测值,  $S$  为样本个数.

平均绝对百分率误差衡量时间序列拟合的准确度, 主要评估时间序列的趋势. 计算公式如下:

$$\text{SMAPE} = \frac{1}{S} \sum_{t=1}^S \left| \frac{y(t) - \hat{y}(t)}{y(t) + \hat{y}(t)} \right|. \quad (26)$$

### 4.1 Lorenz 时间序列

Lorenz 系统是美国气象学家 Lorenz 模拟大气环流模型建立的三元一阶常微分方程组, 表达式如下:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a(-x + y), \\ \frac{dy}{dt} = bx - y - xz, \\ \frac{dz}{dt} = xy - cz. \end{cases} \quad (27)$$

当  $a = 10, b = 28, c = 8/3, x(0) = 12, y(0) = 2, z(0) = 9$  时, 系统具有混沌特性. 取步长 0.02, 选用四阶 Runge-Kutta 方法产生 1250 组多元混沌时间序列. 本文使用前 800 组数据训练, 后 450 组数据测试, 比较不同模型对  $x(t)$  的预测效果. 在 ESN 改进模型中, 储备池参数设置如表 1 所示. 利用 AIC 准则确定 ARMA( $p, q$ ) 模型的阶数为  $p = 2, q = 5$ .

表 1 ESN 改进模型参数设置 (Lorenz 序列)

储备池规模	谱半径	稀疏度	输入变换系数	正则项系数
200	0.9	0.05	0.1	$10^{-10}$

ARMA(2, 5) 对测试集上  $Lorenz-x(t)$  的预测曲线如图 2(a) 所示, 将目标值与 ARMA(2, 5) 线性预测值做差得到残差序列, RESN 对残差序列拟合, 拟合曲线如图 2(b) 所示, 最后将 RESN 预测的残差值与 ARMA(2, 5) 预测的线性值相加, 得到混合模型的预测值, 预测曲线和误差曲线如图 2(c) 和 (d) 所示. 从图 2(b) 可以看出, ARMA(2, 5) 预测得到的残差序列曲线光滑, 具有明显的非线性特征, RESN 对残差序列进行了较高精度的拟合, 最终得到的误差序列类似白噪声, 如图 2(d) 所示. 并且, 从图中可以看出, ARMA-RESN 模型的预测绝对误差较 ARMA(2, 5) 预测的绝对误差小了一个数量级. 表明  $Lorenz-x(t)$  时间序列的线性特征和非线性特征已得到充分估计.

表 2 给出了不同模型对测试集上  $Lorenz-x(t)$  的预测误差. 可以看出, 单独使用 ARMA( $p, q$ ) 模型和 RESN 模型预测  $Lorenz-x(t)$  时间序列, 预测误差 RMSE 均在  $10^{-4}$  数量级上, ESN 改进模型 ESGP 和 SVESM 的 RMSE 在  $10^{-5}$  数量级上, 而本文所提模型由于对残差进行补偿, 预测值与真实值偏离较小, RMSE 达到  $10^{-6}$  数量级上. 对于 SMAPE, 本文所提模型 ARMA-RESN 在  $10^{-7}$  数量级上, 略好于 SVESM, 明显好于其他模型, 表明本文模型能够高精度地估计 Lorenz 序列的变化趋势.

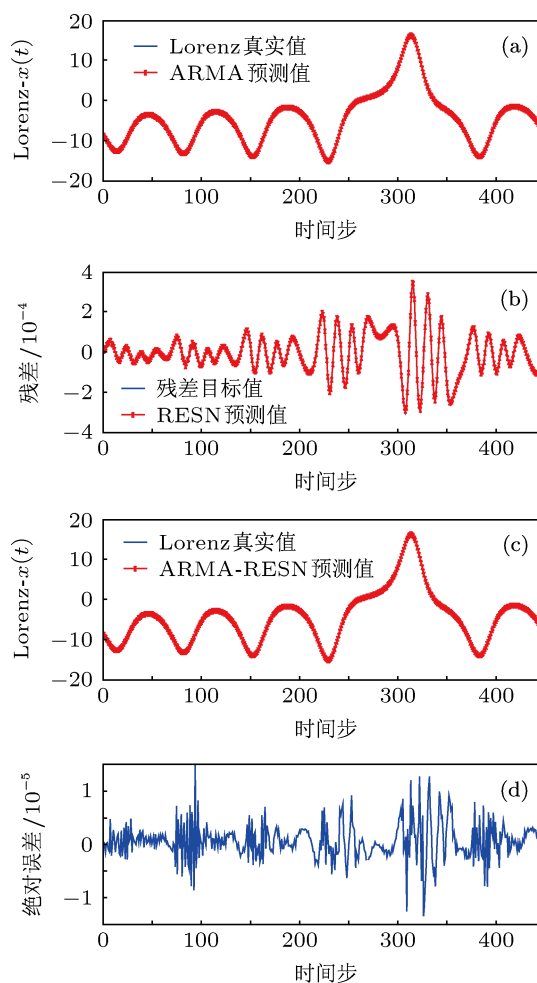


图 2 测试集  $Lorenz-x(t)$  时间序列 (a)ARMA(2, 5) 预测  $Lorenz-x(t)$  曲线; (b) RESN 预测残差序列曲线; (c) ARMA-RESN 预测  $Lorenz-x(t)$  曲线; (d) ARMA-RESN 预测  $Lorenz-x(t)$  的绝对误差曲线

表 2 不同模型对测试集  $Lorenz-x(t)$  预测误差表

模型	ARMA	RESN	ESGP	SVESM	ARMA-RESN
RMSE	$1.5603 \times 10^{-4}$	$1.2238 \times 10^{-4}$	$9.1258 \times 10^{-5}$	$1.2676 \times 10^{-5}$	$3.0264 \times 10^{-6}$
SMAPE	$1.5890 \times 10^{-5}$	$3.2156 \times 10^{-5}$	$1.7845 \times 10^{-5}$	$7.6531 \times 10^{-7}$	$3.3689 \times 10^{-7}$

## 4.2 太阳黑子时间序列

选取河南省三门峡水文站观测的 1700—2003 年的年太阳黑子数 - 黄河径流量 304 组二变量数据作为本文模型的仿真数据.

表 3 ESN 改进模型参数设置 (太阳黑子数 - 黄河径流量时间序列)

储备池规模	谱半径	稀疏度	输入变换系数	正则项系数
100	0.9	0.05	0.36	$10^{-4}$

使用前 258 组太阳黑子和黄河径流量序列训练, 后 46 组测试, 比较不同模型对下一年太阳黑子

数的预测效果. ESN 改进模型的参数设置如表 3 所示. 利用 AIC 准则确定 ARMA( $p, q$ ) 模型的阶数为  $p = 2, q = 2$ . ARMA(2, 2) 对测试集上太阳黑子数的预测曲线如图 3(a) 所示, 将目标值与 ARMA(2, 2) 预测的线性值做差得到残差序列, 残差序列具有较明显的非线性趋势, RESN 对残差序列进行拟合, 预测曲线如图 3(b) 所示, 最后将 RESN 预测的残差值与 ARMA(2, 2) 预测的线性值相加, 得到 ARMA-RESN 模型的预测曲线和误差曲线, 如图 3(c) 和 (d) 所示. 储备池丰富的动态性能和稀疏的结构充分地映射了太阳黑子 - 黄河径流量残差序列的非线性特征, 可以看出, ARMA-RESN 模型的预测误差近似

为白噪声.

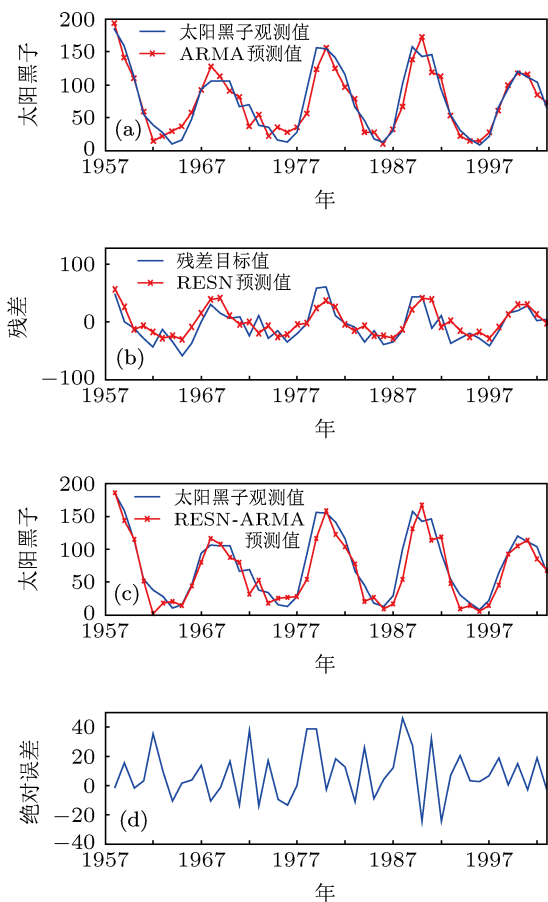


图3 测试集太阳黑子时间序列 (a)ARMA(2, 2) 预测太阳黑子曲线; (b)RESN 预测残差序列曲线; (c) ARMA-RESN 预测太阳黑子曲线; (d) ARMA-RESN 预测太阳黑子绝对误差曲线

不同模型对测试集上太阳黑子数的预测误差如表 4 所示, 本文所提模型的 SMAPE 比 ARMA 和

RESN 有所减小, 略高于 ESGP 和 SVESM. 但是本文模型的 RMSE 较 ARMA 和其他 ESN 改进模型都有所减小, 原因在于实际观测的太阳黑子 - 黄河径流量数据本身含有较大的随机误差, 本文模型对误差补偿, 减小了预测值与真实值之间的偏差, 起到了削峰填谷的作用, 更好地描绘出太阳黑子的动力学特性.

以上仿真结果表明, 本文所提的模型能够有效地模拟多元混沌时间序列的线性特征和非线性特征, 普遍适用于多元混沌时间序列预测.

表 4 不同模型对测试集太阳黑子数预测误差表

模型	ARMA	RESN	ESGP	SVESM	ARMA-RESN
RMSE	18.2564	17.1846	16.5282	15.9040	15.7937
SMAPE	0.1680	0.2120	0.1308	0.1370	0.1471

## 5 结论

本文根据多元混沌时间序列的特点, 提出了基于误差补偿的 ARMA-RESN 混合模型, 预测多元时间序列. 该模型兼具 ARMA( $p, q$ ) 和 RESN 的优点, ARMA( $p, q$ ) 模型能够以很高的精度逼近多元混沌时间序列的线性特性; RESN 能够准确地描绘多元混沌时间序列的非线性特性, 算法简单高效. 因此, 相较于单一模型, 本文模型适用范围更广. 仿真结果表明, ARMA-RESN 预测模型精确地刻画了多元混沌时间序列的动力学特性, 预测精度高, 具有普适性和有效性.

[1] Xiu C B, Xu M 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7650 (in Chinese) [修春波, 徐劭 2010 物理学报 **59** 7650]

[2] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese) [张家树, 肖先赐 2000 物理学报 **49** 403]

[3] Rojas I, Valenzuela O, Rojas F, Guillen A, Herrera L J, Pomares H, Marquez L, Pasadas M 2008 *Neurocomputing* **71** 519

[4] Chattopadhyay S, Jhajharia D, Chattopadhyay G 2011 *C. R. Geosci.* **343** 433

[5] Cao F L, Xu Z B 2004 *Sci. China E* **34** 361 (in Chinese) [曹飞龙, 徐宗本 2004 中国科学: E 辑 **34** 361]

[6] Buonomano D V 2009 *Neuron* **63** 423

[7] Ma Q L, Zheng Q L, Peng H, Qin J W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1410 (in Chinese) [马千里, 郑启伦, 彭宏, 覃姜维 2009 物理学报 **58** 1410]

[8] Zhang X, Wang H L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110201 (in Chinese) [张弦, 王宏力 2011 物理学报 **60** 110201]

[9] Jaeger H, Haas H 2004 *Science* **304** 78

[10] Song Q S, Feng Z R, Li R H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5057 (in Chinese) [宋青松, 冯祖仁, 李人厚 2009 物理学报 **58** 5057]

[11] Dutoit X, Schrauwen B, Campenhout J V, Stroobandt D, Brussel H V, Nuttin M 2009 *Neurocomputing* **72** 1534

[12] Zhang G P 2003 *Neurocomputing* **50** 159

[13] Seghouane A K 2011 *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **47** 1154

[14] Shi Z W, Han M 2007 *IEEE Trans. Neural Netw.* **18** 359

[15] Chatzis S P, Demiris Y 2011 *IEEE Trans. Neural Netw.* **22** 1435

# A hybrid prediction model of multivariate chaotic time series based on error correction\*

Han Min<sup>†</sup> Xu Mei-Ling

1) ( Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China )

( Received 5 November 2012; revised manuscript received 16 February 2013 )

## Abstract

Considering the problem that simply modifying the reservoir algorithm cannot significantly improve the prediction accuracy of chaotic multivariate time series, in this paper we propose a hybrid prediction model based on error correction. The observed data includes both linear and nonlinear features. First, we use autoregressive and moving average model to capture the linear features, then build a regularized echo state network to portray the dynamic nonlinear features. Finally, we add the predicted nonlinear value to the predicted linear value, in order to improve forecasting accuracy achieved by either of the models used separately. The experimental results of Lorenz and Sunspot-Runoff in the Yellow River time series demonstrate the effectiveness and characteristics of the proposed model herein.

**Keywords:** echo state network, chaos, multivariate time series prediction, error correction

**PACS:** 05.45.Tp

**DOI:** 10.7498/aps.62.120510

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61074096).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: minhan@dlut.edu.cn