

用于三层有源隔声结构误差传感的压电传感 薄膜阵列及其优化设计*

马玺越[†] 陈克安 丁少虎 张冰瑞

(西北工业大学航海学院环境工程系, 西安 710072)

(2012年7月11日收到; 2013年3月7日收到修改稿)

基于平面声源的三层有源隔声结构系统易于实现且具有良好的低频隔声性能, 实现该系统需解决的关键问题是误差信号的检测. 本文将压电传感薄膜聚偏氟乙烯 (polyvinylidene fluoride, PVDF) 阵列检测简支梁辐射模态的理论拓展到二维结构, 并应用到三层隔声结构实现误差传感的优化设计. 根据三层结构中特殊的能量传输规律, 对误差传感方案中目标函数的选取、PVDF 数目确定以及传感系统优化等问题进行深入分析. 研究表明, 由于辐射板能量主要集中在有限个振动模态上, 只需将少数经固定系数加权的 PVDF 薄膜输出电流求和即可获得前三阶辐射模态幅值. 辐射模态幅值的检测值与理论值符合良好, 保证传感精度的同时有效简化了系统.

关键词: 三层有源隔声结构, 误差传感策略, 压电传感薄膜阵列, 辐射模态

PACS: 43.50.+y, 43.40.+s, 43.20.+g

DOI: 10.7498/aps.62.124301

1 引言

与单层结构相比, 双层隔声结构具有优越的隔声性能, 被广泛应用到噪声控制领域. 双层隔声结构在中高频具有良好的隔声性能, 受板-腔耦合共振的影响, 在低频段其隔声性能急剧下降. 单纯通过施加被动措施 (如添加吸声与隔声材料等) 不但收效甚微而且会增加系统重量. 为了提高低频隔声性能, 将有源控制技术引入双层结构, 形成了双层有源隔声结构^[1-8].

已有的双层结构有源控制可分为利用次级力源控制结构振动^[2-4,7,8]和利用次级声源控制空腔声场^[1,3-8]两种策略. 空腔控制策略从传播途径有效抑制了声能量的传输, 与结构控制策略相比能获得更好的控制效果^[4]. 传统的次级声源为集中参数系统的电动式纸盆扬声器, 其体积庞大不易安装, 导致系统难以实现. 近年来, 像平面扬声器这类分布参数式扬声器得到极大发展, 且被逐步应用到有

源噪声控制领域^[9-11]. 将平面声源平行置于双层结构中形成的三层有源隔声结构, 系统易于实现, 进行有源隔声的同时能进一步提高系统的被动隔声性能.

基于平面声源的多层有源隔声结构系统实现时, 误差信号的检测是关键性且关乎整个系统性能的问题. 直接传感外侧辐射板的声功率需要大量位于远场的声传感器^[12], 且太长的次级通路延时还会影响系统的稳定性^[13], 导致系统难以实现. 于是, 人们引入结构传感器来代替声传感器, 其中较有效的传感方式应将结构-流体的耦合考虑在内, 只传感结构向外辐射声的结构振动. 声辐射模态概念^[14]的提出解决了上述问题, 它是结构表面一组相互独立的辐射形式, 只要减少任一阶辐射模态的幅值 (或声功率), 总的声功率就可降低^[15,16]. 辐射模态幅值可通过结构传感器 (如分布式智能材料聚偏氟乙烯, PVDF) 测量获得^[17], 实现了误差传感的同时使得控制系统更加简单紧凑. 单层或双层板情

* 高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20096102110007)、航空科学基金 (批准号: 2011ZA53004) 和西北工业大学博士论文创新基金 (批准号: CX201004) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: mxy3641@163.com

况下, 仅以前一阶或两阶辐射模态的声功率为控制目标即可获得满意的宽频段降噪效果^[18-21]. 然而对于本文所涉及的三层结构, 由于特殊的声能量传输规律导致辐射板低频段内不同的辐射模态声功率在不同的频段占主导, 因而控制目标须同时包含前三阶辐射模态的声功率才能获得低频段内良好的降噪效果. 采用条形 PVDF 薄膜进行直接传感, 传感一阶辐射模态幅值需设计两条甚至多条^[22] 具有特定形状的 PVDF 薄膜, 且必须布置于特定位置. 对于本文的三层结构, 就需同时设计多对形状各异且布置于特定位置的 PVDF 薄膜, 这无疑增加了 PVDF 薄膜的裁剪与敷设难度, 同时增大检测误差. 若通过矩形 PVDF 薄膜阵列检测结构振动模态来间接传感辐射模态幅值^[23], 虽然无须形状设计但要获得精确的检测结果需布置大量的 PVDF 薄膜, 系统仍无法实现. 由于三层结构中声能量的特殊传输规律, 导致辐射板能量主要集中在有限几个振动模态内. 结合上述规律, 本文对通过 PVDF 薄膜阵列检测辐射模态幅值的传感策略进行优化设计, 能同时克服上述传感方式的弊端而有效解决三层复杂结构的误差传感问题.

本文将 Mao 等^[23] 关于 PVDF 阵列检测简支梁声辐射模态幅值的理论进行二维拓展并应用于三层隔声结构, 借助声能量的特殊传输规律, 将辐射板振动模态精选后进行辐射模态幅值的传感设计. 结果表明, 只需将少数矩形 PVDF 薄膜的输出电流通过固定的权向量加权求和即可获得前三阶辐射模态幅值的检测值. 系统所需 PVDF 薄膜数目较少且无须进行形状设计, 同时布放位置也较灵活.

2 有源隔声结构建模

2.1 系统的振动响应

将相同尺寸的平面声源置于双层结构中形成的有源隔声系统如图 1(a) 所示, 将平面声源等效为点力驱动的平板, 原系统成为三层隔声结构, 其侧面如图 1(b) 所示. 分别定义板 a 为入射板, 板 b 为中间板, 板 c 为辐射板. 三块平板的长和宽均为 l_x 与 l_y , 厚度分别为 h_a, h_b, h_c , 面积均为 A . 空腔 1 与空腔 2 的厚度分别为 h_1 与 h_2 , 体积为 V_1 与 V_2 . 两腔内介质均为空气, 其密度和声速分别为 ρ_0 与 c_0 . 腔中除上下两表面为弹性壁面外, 其余四面均为刚

性壁面.

假设初级激励为斜入射平面波, 通过平板与空腔的耦合声能量传输到另一侧. 对于两空腔, 腔内任一点声压 $p(r, t)$ 满足封闭空间波动方程, 根据模态叠加原理, 同时结合格林第二公式以及模态函数的正交性可得^[24] 两空腔声模态幅值满足的关系式为

$$\begin{aligned} & \ddot{P}_{1n}(t) + 2\xi_{1n}\omega_{1n}\dot{P}_{1n}(t) + \omega_{1n}^2P_{1n}(t) \\ &= \frac{A}{V_1} \sum_{m=1}^{M_1} \ddot{q}_{1m}(t)L_{1nm} - \frac{A}{V_1} \sum_{m=1}^{M_2} \ddot{q}_{2m}(t)L_{2nm}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{P}_{2n}(t) + 2\xi_{2n}\omega_{2n}\dot{P}_{2n}(t) + \omega_{2n}^2P_{2n}(t) \\ &= \frac{A}{V_2} \sum_{m=1}^{M_2} \ddot{q}_{2m}(t)L_{3nm} - \frac{A}{V_2} \sum_{m=1}^{M_3} \ddot{q}_{3m}(t)L_{4nm}, \end{aligned} \quad (2)$$

(1), (2) 式中, $P_{1n}(t)$ 与 $P_{2n}(t)$ 分别为两空腔第 n 阶声模态的模态幅值, ω_{1n} 与 ω_{2n} 为两腔第 n 阶声模态的固有频率, ξ_{1n}, ξ_{2n} 为对应的声模态阻尼.

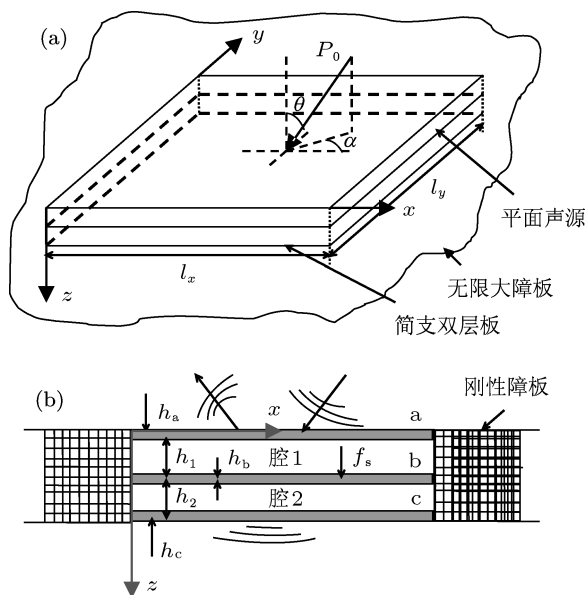


图 1 系统模型 (a) 有源隔声结构示意图; (b) 模型侧面图

对于三块平板, 表面位移 $w(r, t)$ 满足平板振动的位移方程, 根据模态叠加原理以及模态函数的正交性可得各平板振动模态幅值满足的关系式为

$$\begin{aligned} & M_{1m}[\ddot{q}_{1m}(t) + 2\xi_{1m}\omega_{1m}\dot{q}_{1m}(t) + \omega_{1m}^2q_{1m}(t)] \\ &= Q_{pm}(t) - \rho_0c_0^2A \sum_{n=1}^{N_1} \frac{P_{1n}(t)}{M_{1n}} L_{1nm}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & M_{2m}[\ddot{q}_{2m}(t) + 2\xi_{2m}\omega_{2m}\dot{q}_{2m}(t) + \omega_{2m}^2q_{2m}(t)] \\ &= \rho_0c_0^2A \sum_{n=1}^{N_1} \frac{P_{1n}(t)}{M_{1n}} L_{2nm} - \rho_0c_0^2A \sum_{n=1}^{N_2} \frac{P_{2n}(t)}{M_{2n}} L_{3nm} \end{aligned}$$

$$-Q_{sm}(t), \quad (4)$$

$$M_{3m}[\dot{q}_{3m}(t) + 2\xi_{3m}\omega_{3m}q_{3m}(t) + \omega_{3m}^2q_{3m}(t)] = \rho_0 c_0^2 A \sum_{n=1}^{N_2} \frac{P_{2n}(t)}{M_{2n}} L_{4nm}, \quad (5)$$

(3)—(5) 式中, $q_{i,m}$ ($i = 1, 2, 3$) 为三块平板第 m 阶模态的模态幅值, $M_{i,m}$ ($i = 1, 2, 3$) 为三块板第 m 阶模态的广义模态质量, $M_{i,m} = \rho h \int_A \phi_{i,m}^2 ds$, $\omega_{i,m}$ ($i = 1, 2, 3$) 为第 m 阶模态固有频率, $\xi_{i,m}$ ($i = 1, 2, 3$) 为相应的模态阻尼; M_{1n}, M_{2n} 分别为两空腔第 n 阶声模态的广义模态质量, $M_{i,n} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} (\phi_{i,n})^2 dV$; L_{1nm}, L_{2nm} 分别为空腔 1 与板 a 和板 b 的模态耦合系数, L_{3nm}, L_{4nm} 分别为空腔 2 与板 b 和板 c 的模态耦合系数, $L_{nm} = \frac{1}{V} \int_A \phi_m \phi_n ds$; $Q_{pm}(t)$ 为广义初级模态力, 在斜入射平面波激励下其具体表达式见参考文献 [7], $Q_{sm}(t)$ 为广义次级模态力, $Q_{sm}(t) = \int_A \phi_m(x, y) f_s dA$.

联立 (1)—(5) 式即可获得系统的耦合方程组, 求解出各平板与空腔的模态幅值即可获得整个系统的振动响应. 上述方程组为时域内互耦的微分方程, 可直接利用时域内的变分原理 (如差分法) 进行求解, 求解过程较复杂且不利于分析, 本文通过傅里叶变换, 将其变换到频率内进行求解. 限于篇幅略去具体过程. 获得平板与空腔各模态幅值后带入下式即可求出系统各部分的振动响应:

$$w_i(x, y, t) = \sum_m q_{i,m}(t) \phi_{i,m}(x, y) \quad i = 1, 2, 3, \quad (6)$$

$$p_i(x, y, z, t) = \sum_n P_{i,n}(t) \phi_{i,n}(x, y, z) \quad i = 1, 2, \quad (7)$$

(6) 和 (7) 式中, $\phi_{i,m}(x, y)$ 为平板第 m 阶振动模态的振型函数, $\phi_{i,n}(x, y, z)$ 为空腔第 n 阶声模态形状函数. 值得注意的是, 耦合方程中还含有未知量次级力源强度 f_s , 最优 f_s 的求解依赖于目标函数的选取. 获得使目标函数最小所对应的 f_s 值, 才能得到整个系统的振动响应.

2.2 控制策略与目标函数

利用近场方法求解结构辐射声功率, 将辐射板均匀分割为 N 个面元, 则辐射板 c 的总声功率为 [14]

$$W = \mathbf{V}^H \mathbf{R} \mathbf{V}, \quad (8)$$

式中 $\mathbf{R} = \Delta S \text{Re}(\mathbf{Z})/2$, \mathbf{Z} 为 $N \times N$ 阶声传输阻抗矩阵, $\mathbf{V} = (v_1, v_2, \dots, v_N)^T$ 为各面元上法向振速组成的 N 阶列矢量. 由声功率的物理意义知矩阵 \mathbf{R} 为实对称正定矩阵, 可作特征值分解 $\mathbf{R} = \mathbf{Q}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}$, 其中 \mathbf{Q} 为 $N \times N$ 阶特征向量矩阵, 它由 N 个实特征矢量 \mathbf{q}_k ($k = 1, 2, \dots, N$) 组成, $\mathbf{\Lambda}$ 为由特征值 λ_k ($k = 1, 2, \dots, N$) 组成的对角矩阵. 将上述特征分解代入 (8) 式可得:

$$W = \mathbf{y}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{y} = \sum_{k=1}^N \lambda_k |y_k|^2, \quad (9)$$

其中 $\mathbf{y} = \mathbf{Q}^H \mathbf{V}$ 为辐射模态幅值矢量, $y_k = \mathbf{q}_k^T \mathbf{V}$ 相应为第 k 声辐射模态幅值, \mathbf{q}_k 在二维空间构成的曲面称为辐射模态形状. 由 (9) 式可知各阶辐射模态辐射声功率相互独立, 结构总辐射声功率为各辐射模态声功率之和, 只要减少任一阶辐射模态幅值, 总声功率就可降低. 研究表明 [25], 在构成总声功率的前 N 阶声辐射模态中, 低频段内起主导作用的仅是前几阶 (称为主导辐射模态), 只需将这几阶辐射模态声功率作为控制目标, 即可获得满意的降噪效果. 假设需控制的主导辐射模态个数为 K , 同时定义 $\mathbf{y}_K = (y_1, y_2, \dots, y_K)^T$, 则需要控制的目标函数变为

$$J_K = \mathbf{y}_K^H \mathbf{\Lambda}_K \mathbf{y}_K, \quad (10)$$

其中 $\mathbf{\Lambda}_K = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K)$, 是由前 K 阶辐射模态的特征值组成的对角矩阵, 前 K 阶声辐射模态幅值矢量可表示为 $\mathbf{y}_K = \mathbf{Q}_K \mathbf{V}$, 其中 $\mathbf{Q}_K = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_K)$, (10) 式进一步改写为

$$J_K = \mathbf{V}^H \mathbf{Q}_K \mathbf{\Lambda}_K \mathbf{Q}_K^H \mathbf{V}. \quad (11)$$

将辐射板 c 表面振速列矢量 \mathbf{V} 表示为次级力源强度 f_s 的函数并代入 (11) 式, 同时利用线性二元最优理论最小化目标函数 J_K , 可得最优次级力源强度为

$$f_{s0} = -(\mathbf{B}^H \mathbf{C} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{C} \mathbf{A}, \quad (12)$$

其中矩阵 \mathbf{A}, \mathbf{B} 与 \mathbf{C} 分别为

$$\mathbf{A} = \Psi \mathbf{G}_4 \mathbf{\Lambda} \mathbf{X}_{21} \mathbf{G}_1 \mathbf{Q}_p, \quad (13a)$$

$$\mathbf{B} = \Psi \mathbf{G}_4 \mathbf{\Lambda} (\mathbf{X}_{21} \mathbf{G}_2 + \mathbf{X}_{22} \mathbf{G}_3) \Phi_2(r_c), \quad (13b)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{Q}_K \mathbf{\Lambda}_K \mathbf{Q}_K^H, \quad (13c)$$

(13) 式中矩阵 Ψ 由模态振型在个面元点的值所构成, \mathbf{X}_{21} 与 \mathbf{X}_{22} 为系数矩阵的逆矩阵对应的元素, $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3$ 与 \mathbf{G}_4 统称为耦合矩阵, $\Phi_2(r_c)$ 为控制

力点处各模态振型的值组成的矢量, 具体推导过程限于篇幅此处略去. 然而实际中为了简化系统, 还可直接将前 K 阶辐射模态幅值平方和作为前 K 辐射模态声功率的近似:

$$J_K = \mathbf{y}_K^H \mathbf{y}_K, \quad (14)$$

此时, 最优次级力源强度的表达式仍具有 (12) 式的形式, 但需将矩阵 \mathbf{C} 变为 $\mathbf{C}' = \mathbf{Q}_K \mathbf{Q}_K^H$. 以 (14) 式为控制目标又可进一步简化传感系统的实现.

3 基于 PVDF 阵列的辐射模态幅值检测

通过分布式智能材料 (如 PVDF 薄膜) 获取辐射板 c 前 K 阶辐射模态声功率作为误差信号, 关键在于获取前 K 阶辐射模态幅值 \mathbf{y}_K . 本文通过布置在辐射板 c 表面的一组小块矩形 PVDF 薄膜阵列来获取. 假设有 S 块等面积的矩形 PVDF 薄膜沿长与宽方向均匀布置于辐射板 c 表面, 如图 2 所示, PVDF 薄膜的长和宽分别为 l_{px} 与 l_{py} , 厚度为 h_p .

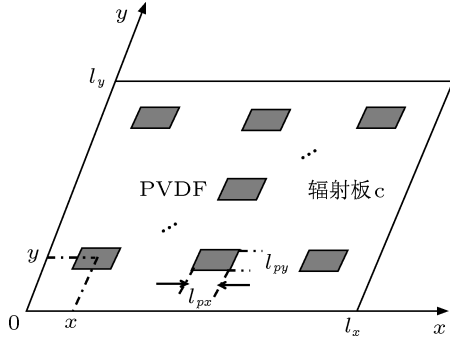


图 2 PVDF 阵列模型图

根据 Lee 与 Moon 的研究^[26], 中心坐标为 (x, y) 位置处的 PVDF 矩形薄膜输出电流可表示为

$$I(t) = \frac{h_c + h_p}{2} \int_{x-l_{px}/2}^{x+l_{px}/2} \int_{y-l_{py}/2}^{y+l_{py}/2} \left[e_{31} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] dx dy, \quad (15)$$

(15) 式中 e_{31} 与 e_{32} 为压电系数, 将 (15) 式中的振速 v 进行模态展开, 同时两边做傅里叶变换可得 PVDF 矩形薄膜输出电流的频域表达式为

$$I(\omega) = \frac{h_c + h_p}{2} \sum_{m=1}^M u_{c,m}(\omega) \phi_{p,m}(x, y), \quad (16)$$

其中有

$$\phi_{p,m}(x, y) = \frac{4l_x l_y}{m_1 m_2 \pi^2} \left[e_{31} \left(\frac{m_1 \pi}{l_x} \right)^2 + e_{32} \left(\frac{m_2 \pi}{l_y} \right)^2 \right]$$

$$\begin{aligned} & \times \sin \left(\frac{m_1 \pi l_{px}}{2l_x} \right) \sin \left(\frac{m_2 \pi l_{py}}{2l_y} \right) \\ & \times \sin \left(\frac{m_1 \pi x}{l_x} \right) \sin \left(\frac{m_2 \pi y}{l_y} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

(16) 和 (17) 式中, $u_{c,m}(\omega) = j\omega q_{3,m}(\omega)$ 为辐射板 c 第 m 阶模态振速幅值, $m = (m_1, m_2)$ 为第 m 阶振动模态序号, M 为所取模态个数的上限. 假设分别位于中心坐标为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_S, y_S)$ 位置的 S 个 PVDF 薄膜的输出电流构成列矢量 $\mathbf{I} = (I_1, I_2, \dots, I_S)^T$, 则它与振速模态幅值矢量 $\mathbf{U}_c = (u_{c,1}, u_{c,2}, \dots, u_{c,M})^T$ 之间的关系为

$$\mathbf{I} = \mathbf{T} \mathbf{U}_c, \quad (18)$$

(18) 式中矩阵 \mathbf{T} 为 $S \times M$ 阶矩阵, 它的第 (s, m) 元素为

$$t(s, m) = \frac{h_c + h_p}{2} \phi_{p,m}(x_s, y_s). \quad (19)$$

由 (18) 式可求解出辐射板 c 内 M 个振动模态的速度幅值 \mathbf{U}_c 为

$$\mathbf{U}_c = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{I}. \quad (20)$$

要使 (20) 式有解, 一般要求 $S = M$, 即 PVDF 矩形薄膜的个数与所取的振动模态个数上限相等. 文献 [27] 指出, 在 $S \geq M$ 的情况下, (20) 式可获得最小二乘意义下的近似解. 但 $S < M$ 时, 使用少量的 PVDF 薄膜对振动信息采样, 由于采样不足会导致所谓的“空间混叠”现象, 即高阶振动模态的信息会泄露到低阶模态, 此时通过 (20) 式得不到准确解. 因而设计时 PVDF 薄膜与振动模态个数的选取要求满足 $S \geq M$.

获得模态振速幅值后, 第 k 阶辐射模态幅值可表示为

$$y_k = \mathbf{q}_k^T \mathbf{V} = \mathbf{q}_k^T \Phi \mathbf{U}_c = \mathbf{q}_k^T \Phi \mathbf{T}^{-1} \mathbf{I}, \quad (21)$$

(21) 式中 Φ 为辐射板 c 的模态振型函数在各面元点上的值构成的 $N \times M$ 阶矩阵. (21) 式表明第 k 阶辐射模态幅值可通过 PVDF 薄膜阵列的输出电流获得, 进一步假设矢量 \mathbf{W}_k 为

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{q}_k^T \Phi \mathbf{T}^{-1}, \quad (22)$$

(22) 式中 \mathbf{W}_k 为 $1 \times S$ 阶矢量. 矩阵 Φ 与 \mathbf{T} 不随频率变化, 由辐射模态的“嵌套特性”, 可以利用某上限频率的模态形状作为低频段内统一的辐射模态形状^[28], 即 \mathbf{q}_k 的取值也不随频率变化. 因而当

q_k 的值确定之后, 权向量 \mathbf{W}_k 不随频率变化. 假定 $\mathbf{W}_k = (W_{k,1}, W_{k,2}, \dots, W_{k,S})$, 则 y_k 可表示为

$$y_k = I_1 W_{k,1} + I_2 W_{k,2} + \dots + I_S W_{k,S}. \quad (23)$$

(23) 式表明, 第 k 阶辐射模态幅值是各 PVDF 薄膜输出电流通过固定的权向量加权求和的结果. 只要系统参数确定, 上式中权向量 \mathbf{W}_k 为定值且不随频率变化.

4 目标函数选取与有源控制

4.1 模型参数

设入射板 a 与辐射板 c 均为铝板, 长和宽为 $l_x = 0.6 \text{ m}$, $l_y = 0.42 \text{ m}$, 厚度分别为 $h_a = 0.002 \text{ m}$, $h_c = 0.004 \text{ m}$. 为了简化研究, 假设作为平面声源的中间板 b 也为铝板, 且厚度为 $h_b = 0.003 \text{ m}$. 铝的密度为 $\rho = 2790 \text{ kg/m}^3$, 杨氏模量 $E = 7.2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 泊松比 $\sigma = 0.34$, 模态阻尼比均取 0.005. 两空腔的厚度分别为 $h_1 = 0.2 \text{ m}$ 和 $h_2 = 0.2 \text{ m}$; 空气的密度与声速分别为 $\rho_0 = 1.21 \text{ kg/m}^3$, $c_0 = 340 \text{ m/s}$, 空腔内声模态阻尼比均取 0.001. 假设小块 PVDF 薄膜的长和宽分别为 0.02 与 0.02 m, 厚度为 $0.0028 \times 10^{-3} \text{ m}$, 压电常数分别为 $e_{31} = 0.046 \text{ N/(V}\cdot\text{m)}$, $e_{32} = 0.006 \text{ N/(V}\cdot\text{m)}$. 作用于入射板的初级激励为斜入射的平面波, 其波阵面法线与 Z 轴的夹角为 $\pi/4$, 法线投影与 x 轴的夹角为 $\pi/4$, 入射波幅值为 1 Pa. 次级控制点力作用于中间板 b 的 $(0.1l_x, 0.1l_y)$ 位置处, 以便激起板 b 所有类型的振动模态.

4.2 目标函数选取

控制前由于声能量在三层结构中特殊的传输规律, 导致能量传输到辐射板 c 时, 0—230 Hz 频段奇 - 奇类模态的能量占主导, 230—380 Hz 和 380—470 Hz 频段分别为偶 - 奇与奇 - 偶模态占主导. 由结构振动模态与声辐射模态的对应关系可知^[29], 低频段内奇 - 奇类、偶 - 奇类与奇 - 偶类模态的声辐射分别与前三阶辐射模态的声辐射对应. 因而这三个频段的声辐射就分别由前三阶辐射模态的声辐射占主导. 图 3—图 5 为前三阶辐射模态声功率与总声功率的比较, 图中黑实线均代表辐射板 c 的声功率, 灰虚线分别代表前三阶辐射模态声功率,

图中所示虚线之间的频段就为前三阶辐射模态的主导频段.

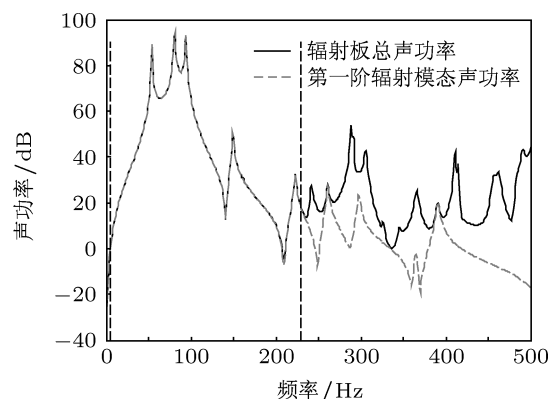


图 3 第一阶辐射模态声功率与总功率比较

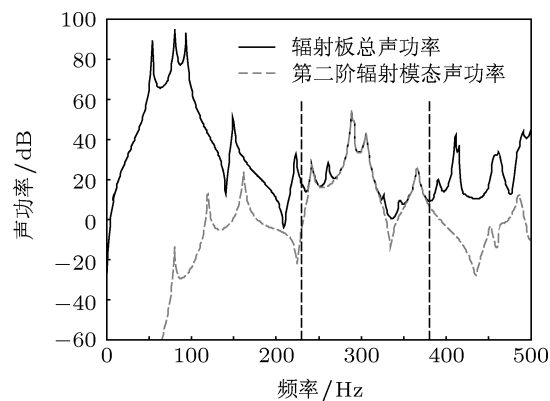


图 4 第二阶辐射模态功率与总功率比较

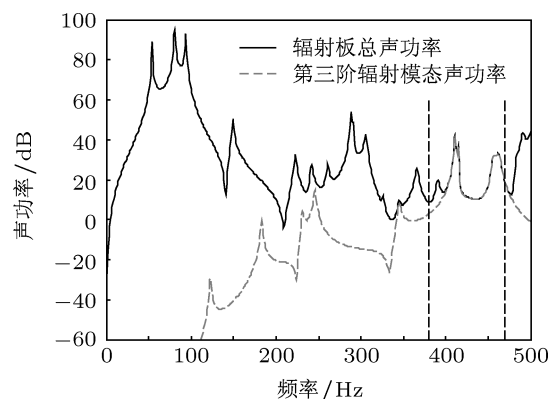


图 5 第三阶辐射模态声功率与总功率的比较

比较发现, 0—500 Hz 频段内辐射板 c 前三阶辐射模态声功率分别在不同的频段占主导, 因而对于含平面声源的这类三层有源隔声结构, 控制目标选取辐射板前三阶辐射模态声功率, 就可近似代替总声功率信息. 对于第四阶辐射模态, 其只在很窄

的频段占主导,对 500 Hz 内的控制结果影响很小,可以忽略.

4.3 有源控制

选取合适的目标函数后,通过 (10)—(14) 式可解出最优次级力源强度 f_{s0} ,进而可获得有源控制的降噪效果.图 6 为分别以辐射板 c 总声功率和前三阶辐射模态声功率为目标函数下的降噪效果.图中黑线表示控制前辐射板 c 的声功率,灰色虚线表示控制目标为总声功率时控制后辐射板的声功率,黑色虚线表示控制目标为前三阶辐射模态声功率时的降噪效果.分析表明,低频段两种控制目标能取得几乎同样的控制效果,即前三阶辐射模态声功率可代替总声功率作为控制目标.

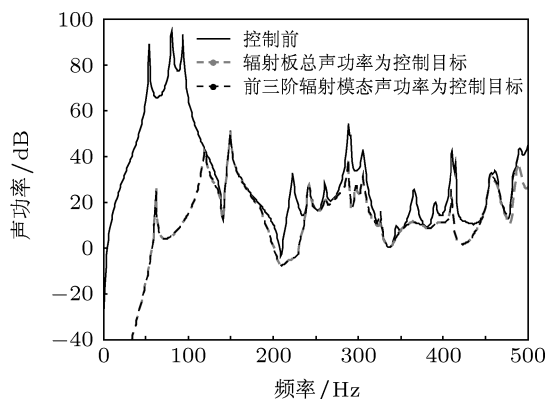


图 6 总声功率与前三阶辐射模态声功率两种控制目标的降噪效果比较

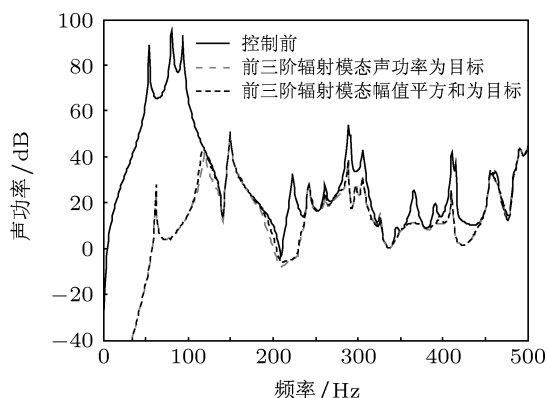


图 7 辐射模态声功率与辐射模态幅值平方和两种目标的控制效果比较

为了分析各阶辐射模态效率 λ_1, λ_2 与 λ_3 对控制效果的影响,直接将前三阶辐射模态幅值平方和作为目标函数,与前三阶辐射模态最小声功率所得结果比较,如图 7 所示.图中黑色实线表示控制前

辐射板 c 声功率,灰色虚线表示以前三阶辐射模态声功率为目标控制后辐射板的声功率,黑色虚线表示以前三阶辐射模态幅值平方和为目标控制后辐射板的声功率.比较发现,两种目标下的控制效果相近,前三阶辐射模态的辐射效率对目标函数构成的影响较小.实现时可直接将辐射模态幅值平方和作为误差信号,无须通过具有特征值频响的滤波器,从而可有效简化误差传感设计.

5 PVDF 阵列优化及辐射模态幅值检测

系统实现时误差信号的获取关键在于准确检测出前三阶辐射模态幅值 $y_k (k = 1, 2, 3)$, 根据第 2 节中设计思路,结合三层结构的特殊能量传输规律本节对系统中各参数的优化及设计结果进行详细分析.

5.1 结构振动模态数选取

结构振动模态数 M 的取值应保证最高阶模态的特征频率大于分析的上限频率,对于文中给定参数的辐射板 500 Hz 内有 7 个模态,计算时一般取 $M = 7$,更高阶振动模态对 500 Hz 内的振动响应影响很小,可忽略不计.500 Hz 内辐射板的振动模态其序数与特征频率如表 1 所示.然而要检测准确的辐射模态幅值信息,必须要求矩形 PVDF 薄膜的个数满足 $S \geq 7$.同时敷设很多块矩形 PVDF 薄膜,势必会增大系统的复杂性.利用三层结构中声能量的特殊传输规律,能有效优化矩形 PVDF 薄膜的数目.

表 1 辐射板 500 Hz 内的模态序数与固有频率

模态序数	(1, 1)	(2, 1)	(1, 2)	(3, 1)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 1)
频率/Hz	82	163	247	298	328	463	487

按模态序数奇偶性的不同结构振动模态分为四类,相应声能量在三层结构中传输形成四个传输通道,且具有带通特性.奇-奇类模态的能量传输主要通过两腔 (0,0,0) 声模态耦合进行,因而导致辐射板 c 在 0—230 Hz 段内奇-奇模态的能量占主导,而辐射板在此频段的奇-奇模态只有 (1,1) 模态,可知奇-奇类模态的能量应主要集中在 (1, 1) 模态内.同理,偶-奇类模态所含能量的传输主要与两腔 (1,0,0) 声模态的耦合进行,导致能量传到辐

射板 c 时在 230—380 Hz 段占主导, 此频段内虽没有偶 - 奇模态, 但偶 - 奇类模态的能量应主要集中在固有频率与 (1,0,0) 声模态最接近的 (2,1) 模态内. 奇 - 偶类模态主要与两腔 (0, 1, 0) 声模态耦合进行能量传输, 导致辐射板 c 在 380—470 Hz 段内奇 - 偶模态的能量占主导, 而此频段的奇 - 偶模态只有 (3,2) 模态, 因而奇 - 偶模态的能量主要集中在 (3, 2) 模态内. 在所考虑的频段内偶 - 偶类模态主要与两腔 (1, 1, 0) 声模态耦合进行能量传输, 且此频段内偶 - 偶类模态只有 (2, 2) 模态, 因而偶 - 偶类模态的能量传输到辐射板 c 时应主要集中在该模态内. 因而 0—500 Hz 频段内辐射板 c 的能量主要集中在上述四个振动模态内, 且辐射板 c 表面振速应有如下的近似关系:

$$\mathbf{V} \approx \mathbf{v}_{(1,1)} + \mathbf{v}_{(2,1)} + \mathbf{v}_{(3,2)} + \mathbf{v}_{(2,2)}, \quad (24)$$

(24) 式中各表面振速均为 N 阶列向量. 图 8 所示为辐射板 c 总振动动能与精选的四个振动模态动能和的比较, 图中黑实线为辐射板总的振动动能曲线, 灰色虚线为四个模态的总动能曲线. 比较发现, 两者结果符合良好, 证实了上述推论的正确性. 由于辐射板 c 的振动能量主要集中在 4 个振动模态上, 因而可等效认为此频段内只包含四个模态, 误差传感设计时取 $M = 4$ 即可. 相应检测所需要的矩形 PVDF 薄膜的数量会大幅减少, 从而简化系统设计.

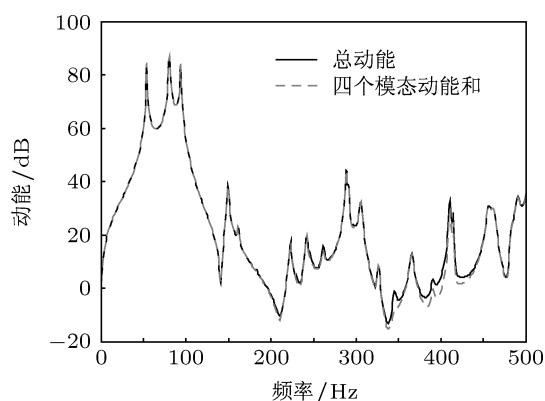


图 8 辐射板 c 总动能与四个模态动能之和比较

5.2 PVDF 阵列优化及检测结果

优化结构振动模态数目后, 计算时只取 (1,1), (2,1), (3,2) 与 (2,2) 模态, 相应 S 的取值应满足 $S \geq 4$. S 取值越大, 即采样点数越多, 测量获得的声辐射

模态幅值与理论值越接近, 但最终 S 的取值应在检测精度与系统可实现性之间取折中. 矩形 PVDF 薄膜沿 x 与 y 方向均匀布置, 同时避开上述四个模态的结线位置以保证足够的采样信息. 以下分别取 4 块、6 块以及 8 块矩形 PVDF 薄膜进行计算, 分析采样点数对控制效果的影响. 确定了 M 与 S 的值以及矩形 PVDF 薄膜中心坐标位置后, 先获得未施加控制时系统的振动响应, 根据 (16) 式计算出理论上 PVDF 薄膜的输出电流, 注意此时应取 500 Hz 内所有的振动模态. 然后根据 (18)—(21) 式, 取上述精选的四个振动模态计算前三阶辐射模态幅值的检测值. 对 $Q_k (k = 1, 2, 3)$ 取工作频率为 100 Hz 时的值作为前三阶辐射模态在低频段统一的形状.

图 9—图 11 分别为通过 PVDF 阵列检测获得的前三阶声辐射模态幅值与理论值的对比. 各图中黑色实线表示辐射模态幅值的理论值, 细实线表示 4 点检测获得的测量值, 虚线与点线分别表示 6 点与 8 点检测获得的测量值. 分析表明, 4 点检测获得的前三阶辐射模态幅值的测量值与理论值符合良好, 测量点数的增加没有显著提高传感精度. 因而对于本文给定参数的三层有源隔声结构, 均匀布置 4 块 PVDF 矩形薄膜即可精确检测到前三阶辐射模态幅值信息.

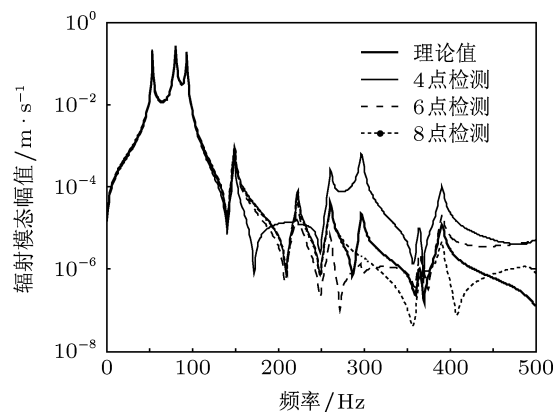


图 9 第一阶辐射模态幅值

采用 4 块 PVDF 检测时, 虽然第一和第二阶辐射模态幅值的检测值与理论值在某些频段的偏差稍大, 但在前两阶辐射模态主导的频段 0—230 Hz 和 230—380 Hz 段内检测值和理论值符合良好, 因而偏差不会对总的误差信号的构建带来较大影响, 相应对有源控制的影响也较小. 产生偏差的主要原因可能在于对结构模态精选后, 丢失少量结构振动信息所致. 此外, 本文的方法对 4 块矩形 PVDF 薄

膜的布放没有严格限制,理论上只要避开上述四个模态的结线位置即可,再者辐射板边缘振动响应较小,因而 PVDF 薄膜还应稍远离辐射板边缘布置.

根据 (22) 式可获得检测前三阶辐射模态幅值所对应的固定加权向量 \mathbf{W}_k , 图 12 所示为 4 点检测下加权向量的分布. 四块 PVDF 的输出电流顺序 $I_1—I_4$ 如图 13 所示, 图 12 中横坐标为对应 $I_1—I_4$ 加权值的序数, 纵坐标为加权值 $W_k(n)$.

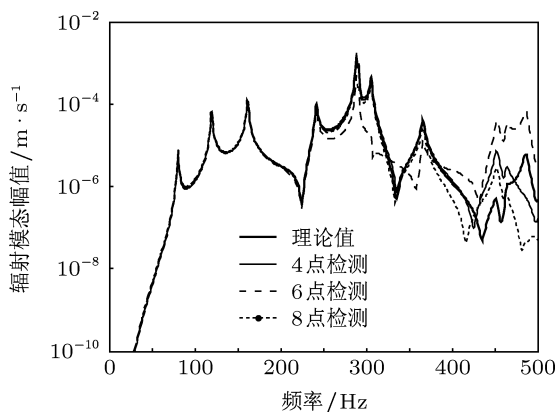


图 10 第二阶辐射模态幅值

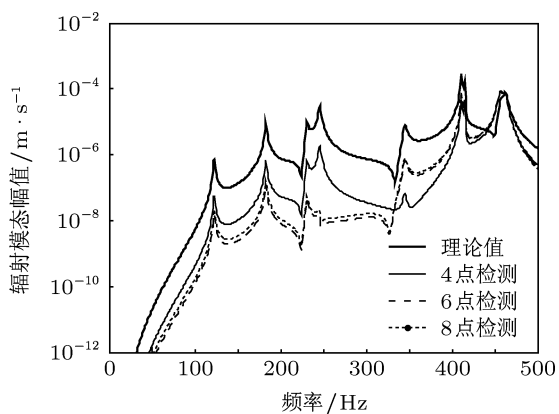


图 11 第三阶辐射模态幅值

将各 PVDF 薄膜的输出电流经上述固定值的权向量加权获得前三阶辐射模态幅值, 然后将各阶辐射模态幅值的平方求和就获得误差信号. 将其输入到多通道控制系统, 通过已有的控制算法 (如滤波-xLMS 算法) 进行自适应控制, 图 13 为整个误差传感及控制系统示意图. 本文所提出的误差传感方案是一种简单且较精确的方法, 所需 PVDF 薄膜数目较少, 且无须对其形状进行特殊设计, 同时布放位置也较灵活. 各 PVDF 薄膜输出电流的加权系数

固定, 且可忽略辐射效率滤波器的设计, 这都大大简化了系统. 文中优化设计虽然在特定参数的三层结构中展开, 但由于三层结构中声能量特殊传输规律的不变性, 本文的设计方法也可视为一种通用的误差传感设计方法. 此外, 本文的误差传感设计方法适合构建低频段的误差信号. 对于高频段, 由于平板振动模态和空腔声模态的模态密度增大, 模态间复杂的相互耦合导致声能量传输不会产生类似低频段的带通特性, 因而文中对 PVDF 阵列的优化设计方法不再适用.

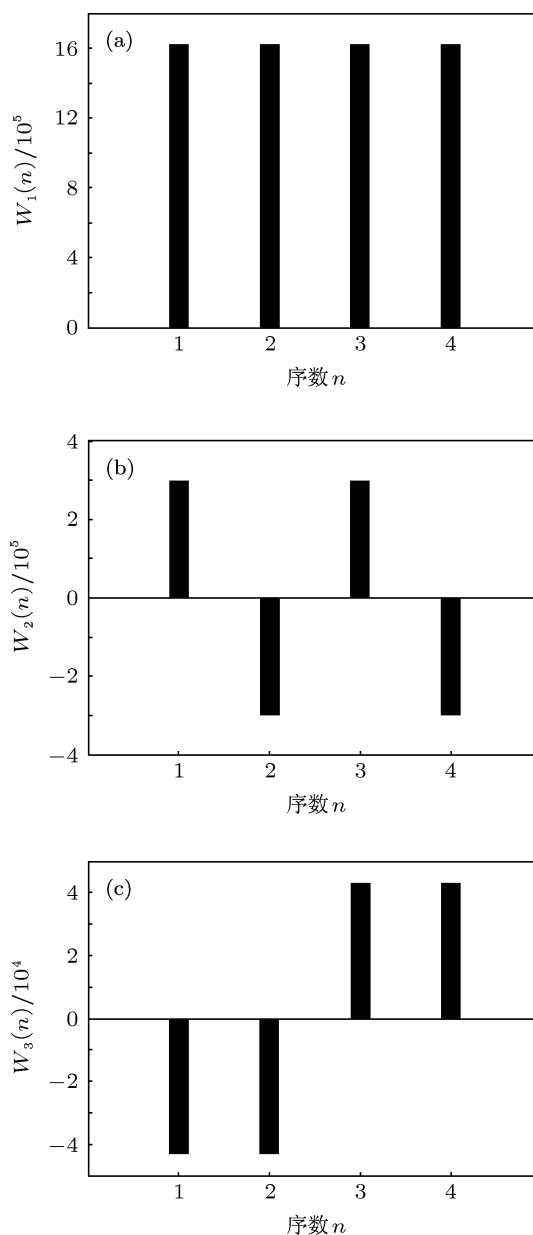


图 12 检测前三阶辐射模态对应的加权向量 (a) 第一阶辐射模态对应的权向量 \mathbf{W}_1 ; (b) 第二阶辐射模态对应的权向量 \mathbf{W}_2 ; (c) 第三阶辐射模态对应的权向量 \mathbf{W}_3

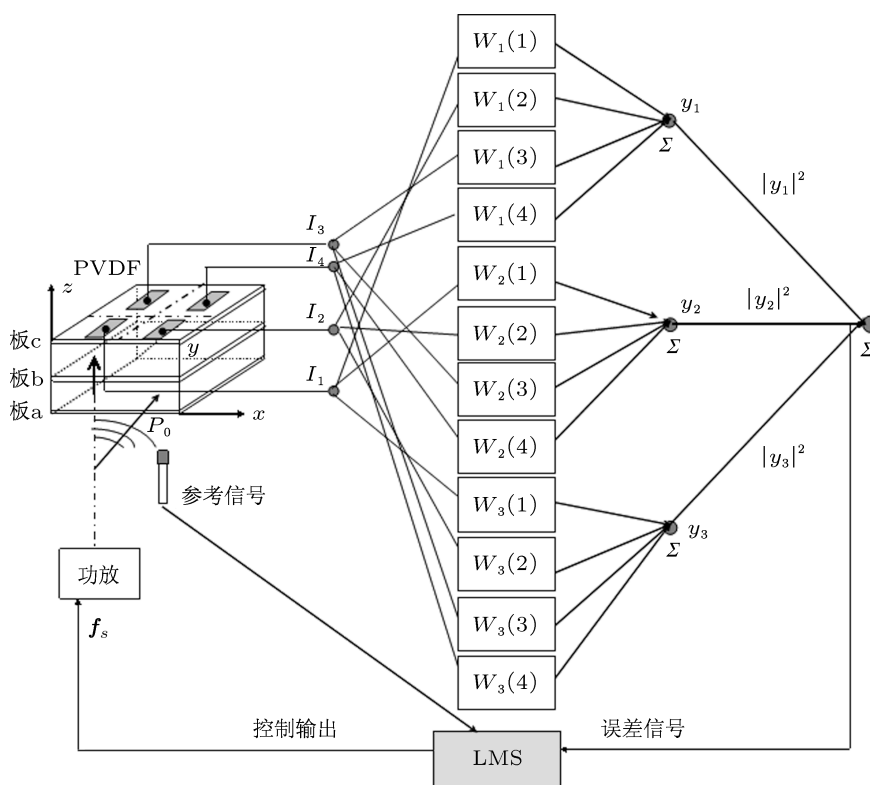


图 13 误差传感系统示意图

6 结论

本文对用于三层有源隔声结构误差传感的 PVDF 阵列进行了优化设计. 由于三层结构中特殊的能量传输规律, 在所考虑的低频段控制目标只需包含前三阶辐射模态声功率. 同时通过优选辐射板

的振动模态进行辐射模态幅值传感设计, 可有效减少采样 PVDF 薄膜的个数, 保证控制效果的同时简化了传感系统. 该方法克服了传统检测辐射模态时所需 PVDF 薄膜形状复杂且数量多的缺点, 而且布置位置较灵活, 是实现这类含平面声源的三层隔声结构误差传感的简单有效的途径.

[1] Sas P, Bao C, Augusztinovicz F, Desmet W 1995 *J. Sound Vib.* **180** 609
 [2] Carneal J P, Fuller C R 1995 *J. AIAA* **33** 618
 [3] Pan J, Bao C 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **103** 1916
 [4] Bao C, Pan J 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **102** 1664
 [5] Jakob A, Moser 2003 *Appl. Acoust.* **64** 163
 [6] Jakob A, Moser M 2003 *Appl. Acoust.* **64** 183
 [7] Carneal J P, Fuller C R 2004 *J. Sound Vib.* **272** 749
 [8] Li Y Y, Cheng L 2006 *J. Sound Vib.* **297** 1068
 [9] Zhu H, Rajamani R, Stelson K A 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **113** 852
 [10] Chen K, Koopmann G H 2002 *J. Vib. Acoust.* **124** 2
 [11] Chen K A, Koopmann G H 2003 *Acta Acustica* **28** 279 (in Chinese) [陈克安, Koopmann G H 2003 声学学报 **28** 279]
 [12] Clark R L, Fuller C R 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **91** 3321
 [13] Hill S G, Snyder S D, Tanaka N 2008 *J. Sound Vib.* **318** 1050
 [14] Elliott S J, Johnson M E 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **94** 2194
 [15] Mao Q B, Jiang Z 2001 *Acta Acustica* **26** 277 (in Chinese) [毛崎波, 姜哲 2001 声学学报 **26** 277]
 [16] Jin G Y, Zhang H T, Liu Z G, Yang T J 2011 *J. Vib. Eng.* **24** 435 (in Chinese) [靳国永, 张洪田, 刘志刚, 杨铁军 2011 振动工程学报 **24** 435]
 [17] Mao Q B, Xu B L 2003 *Acta Acustica* **28** 262 (in Chinese) [毛崎波, 徐柏龄 2003 声学学报 **28** 262]
 [18] Johnson M E, Elliott S J 1995 *J. Acoust. Soc. Am.* **98** 2174
 [19] Charette F, Berry A 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **103** 1493
 [20] Sors T C, Elliott S J 2002 *J. Sound Vib.* **258** 867
 [21] Pan X, Sutton T J, Elliott S J 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **104** 2828
 [22] Jin G Y, Liu Z G, Du J T, Yang T J 2009 *Acta Acustica* **34** 342 (in Chinese) [靳国永, 刘志刚, 杜敬涛, 杨铁军 2009 声学学报 **34** 342]
 [23] Mao Q, Xu B, Jiang Z Gu 2003 *Appl. Acoust.* **64** 669
 [24] Chen K A 2003 *Active Noise Control* (Beijing: National Defense Industry Press) p267 (in Chinese) [陈克安 2003 有源噪声控制 (北京: 国防工业出版社) 第 267 页]
 [25] Chen K A, Chen G Y, Li S, Pan H R 2007 *Acta Acustica* **32** 42 (in Chinese) [陈克安, 陈国跃, 李双, 潘浩然 2007 声学学报 **32** 42]
 [26] Lee C K, Moon F C 1990 *J. Appl. Mech.* **57** 434
 [27] Fuller C R, Hansen C H, Snyder S D 1991 *J. Sound Vib.* **150** 179
 [28] Borgiotti G V, Jones K E 1994 *J. Acoust. Soc. Am.* **96** 3516
 [29] Li S, Chen K A 2007 *Acta Acustica* **32** 171 (in Chinese) [李双, 陈克安 2007 声学学报 **32** 171]

Optimization of piezoelectric sensor arrays in error sensing of active triple sound insulation structure*

Ma Xi-Yue[†] Chen Ke-An Ding Shao-Hu Zhang Bing-Rui

(Department of Environmental Engineering, College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(Received 11 July 2012; revised manuscript received 7 March 2013)

Abstract

The active triple sound insulation structure using planar loudspeaker as the secondary actuator can be easily implemented and has better sound insulation performance in the low frequency range. The key problem encountered when implementing such a control system is to sense the error signal which should be highly correlated with the radiated sound power. In this paper, the theory of sensing the radiation modes of simply supported beam using polyvinylidene fluoride (PVDF) arrays used in one-dimensional case is extended to two-dimensional structure, and then it is used in triple panel structure to optimally design the error sensing strategy. Based on the specific rule of sound energy transmission through triple panel structure, some key problems encountered in realizing the sensing system such as selection of the objective function, optimization of the number of PVDFs and implementing the sensing system, are analyzed thoroughly. The results obtained demonstrate that due to the fact that the majority of vibrating energy of radiated panel is stored in several limited number of panel modes, the amplitude of the first three order radiation modes can be obtained by simply summing the limited number of weighted PVDF film current output. And the weighted coefficient is fixed. The amplitudes of the radiation modes sensed by the proposed method are in good agreement with the theoretical value. The sensing accuracy of the error sensing system can be guaranteed, and this approach highly simplify the implementation of the error sensing system.

Keywords: active triple-layer sound insulation structure, error sensing strategy, polyvinylidene fluoride arrays, radiation modes

PACS: 43.50.+y, 43.40.+s, 43.20.+g

DOI: 10.7498/aps.62.124301

* Project supported by the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20096102110007), the Aeronautical Science Foundation of China (Grant No. 2011ZA53004), and the Doctorate Foundation of Northwestern Polytechnical University, China (Grant No. CX201004).

[†] Corresponding author. E-mail: mxy3641@163.com