

声子对隧穿量子点分子辐射场系统量子相位的影响*

周青春[†] 狄尊燕

(江苏科技大学物理系, 镇江 212003)

(2012年11月12日收到; 2013年3月16日收到修改稿)

用全量子理论导出隧穿量子点分子-辐射场相互作用系统状态满足的微分方程组, 在相干态辐射场和量子点分子处于隧穿激发态及基态的初始条件下, 应用 Pegg-Barnett 相位理论计算和分析了辐射场的相位概率分布及相位涨落, 研究了声子-量子点分子作用对辐射场相位的影响, 并与 Husimi 相位分布做了比较. 结果表明, 温度显著影响光场相位概率分布的时间演化规律, 声子既可以抑制也可以增强辐射场相位扩散和涨落, 取决于量子点分子的初态. Husimi 相位分布和 Pegg-Barnett 相位分布符合度相当高.

关键词: 量子点分子, 声子, 量子相位, Q 函数

PACS: 42.50.-p, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.62.134206

1 引言

原子与光场的相互作用系统的量子性质是量子光学研究的重要内容, 它不仅有助于我们深入认识量子力学基本问题, 而且在量子信息处理和量子计算领域有潜在应用前景^[1]. 自从 Pegg-Barnett^[2,3] 相位表述形式提出以后, 人们能够直接用量子力学方式严格处理光场的相位问题. 作为场的非经典性质, 各种辐射场态的量子相位被人们广泛研究^[4-6], 而原子和辐射场相互作用系统中场的量子相位演化和控制更引起学者的研究兴趣^[7-10].

半导体量子点有与原子类似性质, 除了易于集成, 而且由于电子有效质量小, 在子带间跃迁具有大的电偶极矩和高非线性光学系数, 量子点与原子相比有一定优势. 最近, 受限在双量子点中的电子与外加驱动电磁场之间的相互作用引起了一些学者的关注, 可以利用这种相互作用实现两量子点之间的电子受控迁移^[11]、红外光脉冲受控存取^[12]、超光速光孤子^[13]、慢光的电场控制^[14] 等有意思的现象. 这些研究中都采用了经典驱动场, 难以反映出场的量子特性. 本文将其中驱动场量子化, 运用 Pegg-Barnett 相位理论探讨在相互作用过程中场

的量子相位分布和涨落的演化规律, 着重研究隧穿量子点分子模型与光场相互作用过程中温度对光场相位的影响, 同时计算了场的 Q 函数.

2 模型及系统态矢量

考虑如图 1 所示的单模光场与量子点分子的相互作用模型, 其中能级 $|0\rangle$ 与 $|1\rangle$ 之间的跃迁与频率为 ω 的光场发生近共振相互作用, 而能级 $|1\rangle$ 与 $|2\rangle$ 之间通过电子隧穿产生相互耦合, 右边量子点由于与场远离共振, 能级 $|2\rangle$ 与频率为 ω 的光场相互作用可略^[15]. 计入声子对隧穿电子的散射作用, 假设声子场弛豫时间很短, 在回到热平衡态来不及与激子交换能量, 则在旋波近似下的量子点分子与场相互作用系统的哈密顿量可表示为^[16,17] ($\hbar = 1$)

$$H' = \epsilon_0 |0\rangle\langle 0| + (\epsilon_1 - \chi) |1\rangle\langle 1| + (\epsilon_2 - \chi) |2\rangle\langle 2| + \omega a^\dagger a + g e^{-\left(N_{\text{ph}} + \frac{1}{2}\right)\lambda} (a^\dagger |0\rangle\langle 1| + a |1\rangle\langle 0|) + T_c e^{-2\left(N_{\text{ph}} + \frac{1}{2}\right)\lambda} (|2\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 2|), \quad (1)$$

其中, a, a^\dagger 为单模场的湮没和产生算符, T_c 是电子隧穿矩阵元, ω 为场频率, g 为场-量子点分子耦合

* 国家自然科学基金(批准号: 11205071)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: dg0222076@126.com

系数, $\varepsilon_i (i = 0, 1, 2)$ 是图中能级相应的能量,

$$\chi = \sum_k \frac{g_k^2}{4\omega_k}, \quad \lambda = \sum_k \left(\frac{g_k}{2\omega_k} \right)^2,$$

g_k 为声子与量子点的耦合系数, ω_k 为声子频率, $N_{\text{ph}} = \frac{1}{e^{\omega_{\text{ph}}/T} - 1}$ (取 $k_B = 1$) 是温度为 T 时的 Bose-Einstein 分布函数, 式中采用了爱因斯坦模型, 声子频率取为常数 $\omega_k = \omega_{\text{ph}}$. 为了去掉 Hamiltonian(1) 中引起快速震荡的部分, 做变换

$$|\psi'\rangle = e^{-i[\varepsilon_0|0\rangle\langle 0| + (\varepsilon_0 + \omega)(|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2|) + \omega a^\dagger a]t} |\psi\rangle, \quad (2)$$

转化到相互作用绘景, 有效 Hamiltonian 为

$$\begin{aligned} H = & (\delta - \chi)|1\rangle\langle 1| + (\delta - \chi - \omega_{12})|2\rangle\langle 2| \\ & + g e^{-(N_{\text{ph}} + \frac{1}{2})\lambda} (a^\dagger|0\rangle\langle 1| + a|1\rangle\langle 0|) \\ & + T_e e^{-2(N_{\text{ph}} + \frac{1}{2})\lambda} (|2\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 2|). \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $\omega_{12} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, $\delta = \varepsilon_1 - \varepsilon_0 - \omega$ ($\delta \ll \omega$) 为量子点分子-场失谐量.

设初始时刻 ($t = 0$) 量子点分子处于隧穿激发态 $|2\rangle$ 或基态 $|0\rangle$, 单模光场处于相干态

$$|\beta\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle, \quad (4)$$

$$F_n = \exp(-\bar{n}/2) \frac{\bar{n}^{n/2}}{\sqrt{n!}} \exp(in\varphi_\beta), \quad (5)$$

式中 $\bar{n} = |\beta|^2$ 为初始平均光子数, φ_β 为 β 的相位角 (下文取 $\varphi_\beta = 0$). 系统的初态可表示为

$$|\psi_s(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |k, n\rangle, \quad (k = 0, 2). \quad (6)$$

在任意时刻系统的态矢为

$$|\psi_s(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n(t)|0, n+1\rangle + b_n(t)|1, n\rangle + c_n(t)|2, n\rangle]. \quad (7)$$

由薛定谔方程得到

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} 0 & e_1 & 0 \\ e_1 & \delta - \chi & e_2 \\ 0 & e_2 & \delta - \chi - \omega_{12} \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$e_1 = g\sqrt{n+1} e^{-2(N_{\text{ph}} + \frac{1}{2})\lambda}, \quad e_2 = T_e e^{-2(N_{\text{ph}} + \frac{1}{2})\lambda}.$$

为得出闭合解, 令

$$\delta - \chi = \omega_{12} = \Delta, \quad (9)$$

结合初始条件, 可求出方程 (8) 的解. (6)

式中 $k = 2$ 时,

$$a_n(t) = F_n \frac{e_1 e_2}{2\gamma} \left[\frac{e^{i(\gamma-\Delta/2)t}}{\gamma-\Delta/2} + \frac{e^{-i(\gamma+\Delta/2)t}}{\gamma+\Delta/2} - \frac{2\gamma}{\gamma^2 - (\Delta/2)^2} \right], \quad (10a)$$

$$b_n(t) = F_n \frac{e_2}{2\gamma} [e^{-i(\gamma+\Delta/2)t} - e^{i(\gamma-\Delta/2)t}], \quad (10b)$$

$$c_n(t) = F_n \frac{e_2^2}{2\gamma} \left[\frac{e^{i(\gamma-\Delta/2)t}}{\gamma-\Delta/2} + \frac{e^{-i(\gamma+\Delta/2)t}}{\gamma+\Delta/2} + \frac{2\gamma}{\gamma^2 - (\Delta/2)^2} \left(\frac{e_1}{e_2} \right)^2 \right], \quad (10c)$$

$k = 0$ 时,

$$a_n(t) = F_{n+1} \left\{ \frac{e_1^2}{2\gamma} \left[\frac{e^{i(\gamma-\Delta/2)t}}{\gamma-\Delta/2} + \frac{e^{-i(\gamma+\Delta/2)t}}{\gamma+\Delta/2} \right] + \frac{e_2^2}{e_1^2 + e_2^2} \right\}, \quad (11a)$$

$$b_n(t) = F_{n+1} \frac{e_1}{2\gamma} [e^{-i(\gamma+\Delta/2)t} - e^{i(\gamma-\Delta/2)t}], \quad (11b)$$

$$c_n(t) = F_{n+1} \left\{ \frac{e_1 e_2}{2\gamma} \left[\frac{e^{i(\gamma-\Delta/2)t}}{\gamma-\Delta/2} + \frac{e^{-i(\gamma+\Delta/2)t}}{\gamma+\Delta/2} \right] - \frac{e_2^2}{e_1^2 + e_2^2} \right\}, \quad (11c)$$

其中 $\gamma = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + (\Delta/2)^2}$.

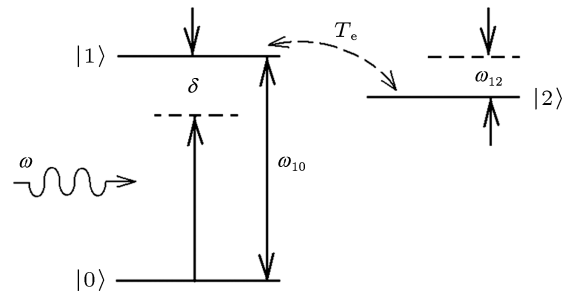


图1 模型能级结构

3 光场量子相位特性

根据 Pegg-Barnett 相位理论^[2,3], 定义光场的厄米相位算符

$$\phi = \sum_{m=0}^s \theta_m |\theta_m\rangle\langle \theta_m|, \quad (12)$$

式中 $|\theta_m\rangle$ 是 $(s+1)$ 维 Hilbert 空间的一组正交完备相位基矢

$$|\theta_m\rangle = (s+1)^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \exp(in\theta_m)|n\rangle, \quad (13)$$

其中

$$\theta_m = \theta_0 + \frac{2\pi m}{s+1}, \quad (m=0, 1, 2, \dots, s), \quad (14)$$

式中 θ_m 为相位算符本征态矢 $|\theta_m\rangle$ 对应的本征值, θ_0 为参考相位, $(s+1)$ 为相位本征态矢集张开的 Hilbert 空间的维数. 量子点分子模型与光场相互作用系统的态矢 $|\psi_s(t)\rangle$ 按光场相位本征态矢集展开后可得场相位为 θ_m 的概率, 在连续谱极限下 ($s \rightarrow \infty$), θ_m 变成连续变量 θ . 取 $\theta_0 = -\pi$, 相位概率分布函数和方差分别为

$$P(\theta, t) = \frac{1}{2\pi} \left[\left| \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) e^{-i(n+1)\theta} \right|^2 + \left| \sum_{n=0}^{\infty} b_n(t) e^{-in\theta} \right|^2 + \left| \sum_{n=0}^{\infty} c_n(t) e^{-in\theta} \right|^2 \right], \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \langle (\Delta\phi)^2 \rangle &= \langle \phi^2 \rangle - \langle \phi \rangle^2 \\ &= \frac{\pi^2}{3} + 4\text{Re} \left[\sum_{m>n} \frac{(-1)^{m-n} \rho_{mn}}{(m-n)^2} \right] \\ &\quad - 4 \left[\text{Im} \sum_{m>n} \frac{(-1)^{m-n} \rho_{mn}}{m-n} \right]^2, \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_{mn}(t) &= a_{m-1}(t)a_{n-1}^*(t) + b_m(t)b_n^*(t) \\ &\quad + c_m(t)c_n^*(t). \end{aligned} \quad (17)$$

相位概率分布函数展示场模的相位结构, 而方差代表场的相位涨落, 它们的演化情况分别由 (15) 和 (16) 给出.

数值计算表明, 随相互作用时间推移, 相位分布函数由初始相干态的单峰结构分裂为三峰结构. 在共振情况下, 其中心峰固定, 边峰对称地分布在 $\theta = 0$ 两侧. 图 2 中绘出了对给定一组参量, 标度时间 $gt = 26$ 时场的相位概率分布曲线, 其中粗实线和细实线分别表示温度 $T = 0$ 和 $T = 50 \omega_{\text{ph}}$ 时场的相位结构. 与不考虑声子情况相比, 由图易见声子作用导致边峰移动速度下降. 若量子点初始处于隧穿激发态 $|2\rangle$, 则温度上升会增加 $\theta = 0$ 处中峰的高度, 压制边峰峰高 (图 2(a)). 在更长的时间内

考察发现, 在相位窗口 $-\pi \leq \theta \leq \pi$ 内, 边峰运动到 $\theta = \pm\pi$ 后又向中峰聚拢, 然后再向两边分开, 如此周期性重复. 这种行为与量子点分子能级布居 Rabi 振荡有关 [10], 下一节将用相空间准概率分布 Q 函数直观地显示这一特性. 若量子点分子初态为基态 $|0\rangle$, 则声子对场的相位作用与上述结果相反, 声子散射压制中峰而增强了边峰 (图 2(b)). 计算结果表明, $\Delta \neq 0$ 的主要影响是使得相位分布失去对称性.

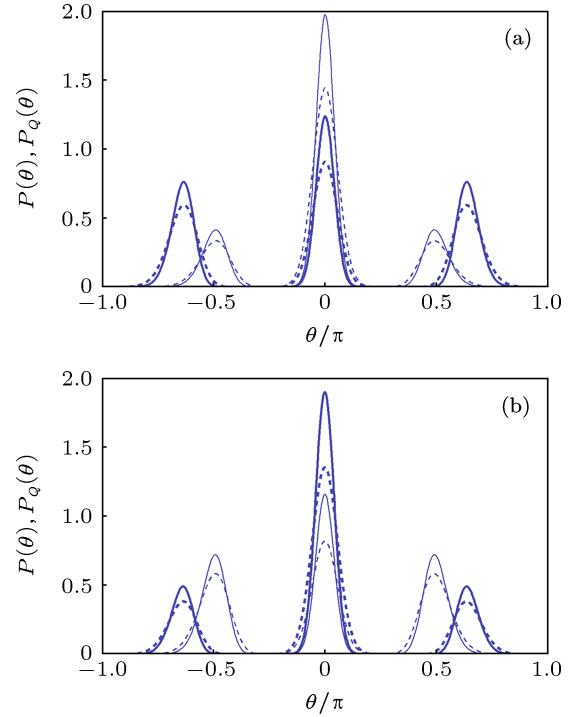


图 2 相位概率分布 $P(\theta)$ 与准相位概率分布 $P_Q(\theta)$ 曲线 (a) 量子点分子初态为隧穿激发态; (b) 量子点分子初态为基态 (图中粗线: $T = 0$; 细线: $T/\omega_{\text{ph}} = 50$; 实线: $P(\theta)$; 虚线: $P_Q(\theta)$. $\bar{n} = 16$, $T_c/g = 5$, $\Delta = 0$, $\lambda = 0.01$, $gt = 26$)

对 (16) 式进行数值计算, 得到场与量子点分子相互作用的相位涨落曲线, 如图 3 所示. 图 3 中参量取值与图 2 相同, 它直观地显示了温度 T 对光场相位涨落的影响. 显然, 相位涨落在极大值和极小值之间震荡, 震荡幅度愈来愈小, 最后围绕一个相对稳定值微幅振荡. 对 $T = 0$ 此值低于 $\pi^2/3$, 表明相位最终未趋向随机均匀分布, 这归因于两量子点之间的隧穿作用. 如果量子点分子初态为隧穿激发态, 当 $T \neq 0$ 时, $\langle (\Delta\phi)^2 \rangle$ 最大值以及演化后相对稳定值都随温度上升而下降 (图 3(a)). 由此可见, 声子作用压制了场相位的扩散和涨落. 物理上看, 上述现象是由于声子散射对电子隧穿有阻碍作用, 从而减小了场与量子点分子之间的直接相互作用, 场受到量子点分子的影响降低了. 所以相位概率分布在

高温下转向单峰结构, 相位涨落被明显抑制. 图 3(b) 对应量子点分子初态为基态, 类似分析可知声子助长了场的相位扩散和涨落, 随温度升高, 演化结果使 $\langle(\Delta\phi)^2\rangle$ 趋于 $\pi^2/3$, 即相位趋于随机均匀分布.

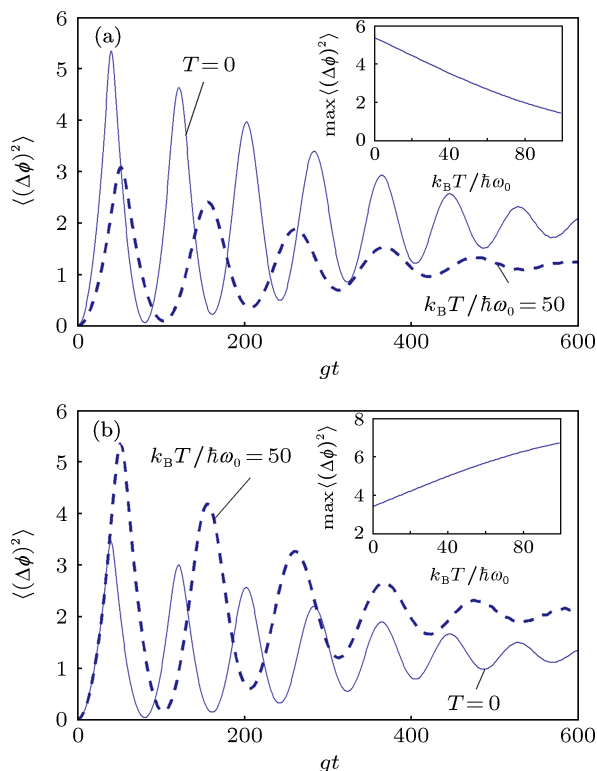


图3 温度 $T=0$ 和 $T=50\omega_{ph}$ 的 $\langle(\Delta\phi)^2\rangle$ 演化曲线 (a) 量子点分子初态为隧穿激发态; (b) 量子点分子初态为基态 (插图是最大相位方差与温度之间关系曲线, 参量取值同图 2)

4 相空间 Q 函数

相空间准概率分布函数能很好地揭示量子态信息, 其中 Q 函数因其非负性和非奇异性更接近概率分布函数, 已被广泛用于研究场动力学. Q 函数定义为场密度算符的相干态平均除以 π , 故有

$$\begin{aligned}
 Q(\alpha, \alpha^*) &= \frac{1}{\pi} e^{-|\alpha|^2} \sum_{m,n} \rho_{mn} \frac{\alpha^n (\alpha^*)^m}{\sqrt{m!n!}} \\
 &= \frac{1}{\pi} e^{-|\alpha|^2} \left[\left| \sum_{n=1}^{\infty} a_{n-1} \frac{(\alpha^*)^n}{\sqrt{n!}} \right|^2 \right. \\
 &\quad + \left| \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{(\alpha^*)^n}{\sqrt{n!}} \right|^2 \\
 &\quad \left. + \left| \sum_{n=0}^{\infty} c_n \frac{(\alpha^*)^n}{\sqrt{n!}} \right|^2 \right]. \tag{18}
 \end{aligned}$$

依据 (10) 和 (18) 式计算得标度时间 $gt=26$ 时的准概率分布函数 Q 结果如图 4 所示, 图中参量与图 2 相同. 图 4 中位于 $\alpha=4$ 附近的峰固定不动, 另外

两峰沿半径 $|\alpha|=4$ 的圆周绕原点反向转动, 转动角速度相等. 由于 Q 函数可解释成场态在相空间的概率分布, 所以相平面上准概率分布函数峰所在处 α 的辐角对应比较集中分布的相位. 图 4 中三峰的周期性重合和分离, 对应于图 2 相位分布峰的聚散. 图 4(b) 中转动峰刚好经过 α 平面虚轴, 故在 $\theta = \pm\pi/2$ 和 $\theta=0$ 有集中相位分布, 这与图 2 相符合. 众所周知, Q 函数峰分离和碰撞与原子能级 Rabi 振荡的崩塌和复苏相关, 由此可见, 相位分布峰离合也带有原子 (本文是量子点分子) 能级布居 Rabi 振荡的信息. 与 Q 函数相联系的相位分布为 Husimi 相位分布:

$$P_Q(\theta) = \int_0^\infty Q(\alpha, \alpha^*) |\alpha| d|\alpha|. \tag{19}$$

其数值计算结果也用虚线展示在图 2 中. 比较两种相位分布曲线可见, Husimi 相位分布峰值位置和 Pegg-Barnett 相位分布的非常一致, 峰宽比 Pegg-Barnett 相位分布的大, 峰值偏小, 以满足曲线下面积为 1 的条件.

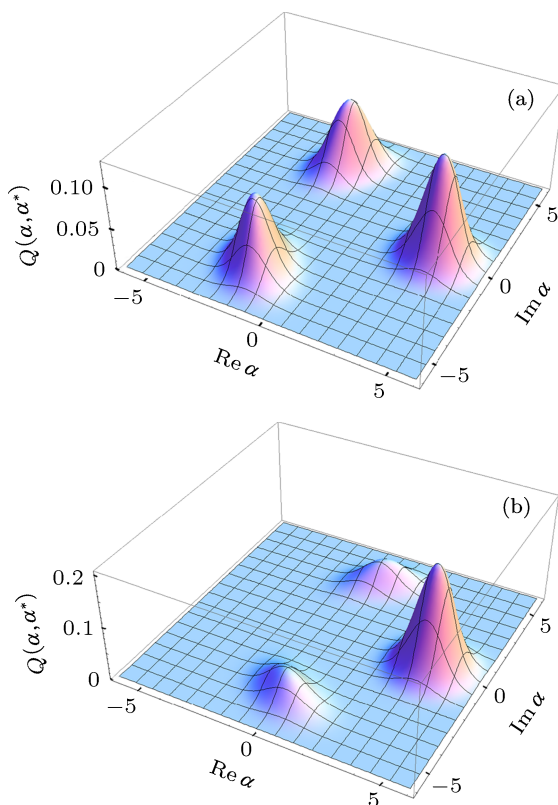


图4 标度时间 $gt=26$ 时的 Q 函数 (a) $T=0$; (b) $T=50\omega_0$ (其他参量同图 2(a))

5 结论

在共振条件下, 根据量子理论, 对相干态光场

与初始时刻处于隧穿激发态和基态的隧穿量子点分子相互作用系统中光场的相位的温度效应进行了探讨. 研究发现, 声子对光场相位分布的演化规律有显著影响, 并强烈依赖于量子点分子的初态. 若量子点分子初始处于隧穿激发态, 声子散射作用

使相位扩散和涨落受到抑制, 高温下相位分布趋向单峰结构. 若量子点初态为基态, 声子作用增强相位扩散和涨落, 高温下使相位趋向随机均匀分布. 数值计算表明, 准概率分布 Q 函数能够很好地反映 Pegg-Barnett 相位分布的演化规律.

-
- [1] Gerry C, Knight P 2004 *Introductory quantum optics*. (New York: Cambridge University Press)
- [2] Barnett S M, Pegg D T 1989 *J. Mod. Opt.* **36** 7
- [3] Pegg D T, Barnett S M 1989 *Phys. Rev. A* **39** 1665
- [4] Wang Y, Wang J, Liu S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 074206
- [5] Honarasa G R, Tavassoly M K, Hatami M 2012 *Chin. Phys. B* **21** 054208
- [6] Verma A, Patha K 2009 *Phys. Lett. A* **373** 1421
- [7] Qian Y, Ma A, Ma Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4751 (in Chinese) [钱妍, 马爱群, 马志名 2007 物理学报 **56** 4571]
- [8] Obada A F, Hessian H A, Hashem M 2009 *J. Phys. B* **42** 175502
- [9] Gantsog T, Tanas R 1996 *Phys. Rev. A* **53** 562
- [10] Dung H T, Tanas R, Shumovsky A S 1990 *Opt. Commun.* **79** 462
- [11] Kosionis S G, Terzis A F, Paspalakis E 2007 *Phys. Rev. B* **75** 193305
- [12] Li Jiehua, Yu Rong, Si Liugang 2009 *Opt. Commun.* **282** 2437
- [13] Li J, Liu J, Yang X 2008 *Physica E* **40** 2916
- [14] Yuan C 2007 *J. Appl. Phys.* **102** 023109
- [15] Villas-Bose J M, Govorov A O, Ulloa S E 2004 *Phys. Rev. B* **69** 125342
- [16] Yuan X Z, Zhu K D 2005 *Phys. Lett. A* **334** 226
- [17] Wu C, Zhu K 2008 *Phys. Lett. A* **372** 537

Phonon effect on the quantum phase of a radiation field interacting with a tunneling-coupled quantum-dot molecule*

Zhou Qing-Chun[†] Di Zun-Yan

(*Department of Physics, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China*)

(Received 12 November 2012; revised manuscript received 16 March 2013)

Abstract

A full quantum theory is adopted to derive the differential equations satisfied by the state of a system that is composed of an electron tunneling-coupled quantum-dot molecule interacting with a single-mode radiation field. The phase of the field is calculated by the Pegg-Barnett quantum phase formalism under the initial condition of a coherent-state field and the tunneling excited state or ground state for the quantum-dot molecule. Phase distribution and fluctuation of the field are analyzed, the influence of interaction between phonons and the quantum-dot molecule on the Pegg-Barnett quantum phase is investigated, and the phase distribution is compared with the Husimi phase distribution of the field. Results indicate that temperature can have a marked impact on the phase evolution. The existence of phonons suppresses the field phase distribution and fluctuation in the case when the quantum dot molecule is initially in the tunneling-excited state, while it enhances the diffusion and fluctuation of the field phase in the case when the quantum dot molecule is initially in the ground state. The Husimi phase distribution and the Pegg-Barnett phase distribution agree with each other fairly well in our study.

Keywords: quantum-dot molecule, phonon, quantum phase, Husimi Q function

PACS: 42.50.-p, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.62.134206

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11205071).

[†] Corresponding author. E-mail: dg0222076@126.com