

么正极限附近费米气体反常激发模式的涡旋*

周昱^{1)†} 周青春¹⁾ 马晓栋²⁾

1) (江苏科技大学数理学院, 镇江 212003)

2) (新疆师范大学物理与电子工程学院, 乌鲁木齐 830054)

(2013年3月12日收到; 2013年3月20日收到修改稿)

在么正极限附近研究了处于旋转外势中费米气体的量子化涡旋动力学. 选取适当的试探波函数并利用含时分法, 得到了小振幅涡旋运动方程及描述其反常激发模式的解. 详细讨论了在么正极限附近的反常模式产生的条件. 结果显示系统囚禁外势的临界转动频率在么正极限附近随粒子间相互作用参数的增加而变大, 而涡旋进动的周期则随着粒子间相互作用参数的增加而减小.

关键词: 费米气体, 涡旋, 么正极限

PACS: 03.75.Kk, 05.30.Jp, 67.85.De

DOI: 10.7498/aps.62.140301

1 引言

得益于实验技术的进步和测量精度的提高, 冷原子体系作为一种新颖的可操控宏观量子系统, 近来受到广泛关注和重视, 已成为物理学重要交叉研究领域. 这不仅是由于对该系统本身理论研究的重要性, 而且由于冷原子体系, 特别是费米原子体系被认为是可从实验角度研究从传统 BCS 超流到玻色-爱因斯坦凝聚态 (BEC) 转变的一个重要载体. 除已有的分别对 BEC 和 BCS 超流这两种体系的研究外, 从 BCS 超流到 BEC 的转变已被公认是在实验室条件可控范围内对许多现实物理体系模拟的良好平台^[1], 例如凝聚态物理中的一些强相互作用问题和天体物理中的一些以往无法通过实验模拟的问题^[2]. 由于冷原子体系的主要研究对象是稀薄原子(分子)体系, 相比于普通凝聚态物质具有更好的纯净性和可操控性, 且一个重要方面是在这个体系中, 原子间相互作用(粒子间散射长度)可以通过外加磁场调节^[3], 进而使得体系在不同相互作用条件下处于不同超流态. 理论和实验针对这一系统进行了大量研究并且仍在继续^[2]. 实验上, 利用激光冷却和囚禁技术, 可以使得体系的温度低至 nK

数量级^[3].

超流体与普通流体的最大区别除了其通过毛细管的无黏滞性外, 是其中可出现量子化涡旋^[4], 这种量子行为没有经典对应. 尽管已有大量有关费米气体的集体激发、自由膨胀、干涉、孤子等方面的结果可以从不同角度揭示体系的超流态性质^[5-14], 但最有力的说明体系处于超流态的证据却是在该系统中能够产生量子化涡旋^[15]. 已有一些文献利用诸如博戈留波夫-德热纳 (BdG) 方程来研究体系的不含时性质或静态涡旋^[16], 但研究体系涡旋的含时演化却更为重要和具有现实意义. 本文利用含时密度泛函理论研究零温超流费米气体在么正极限附近的涡旋行为, 给出具有负频率的反常激发模式, 这导致了在外势旋转速度小于某一临界值时涡旋的进动.

2 模型

考虑配对的费米气体的基态, 其密度 $n_s = n/2$ (n 是原子密度), 定义无量纲的相互作用参数 $\eta = 1/(k_F a_s)$, 其中 k_F 和 a_s 分别是费米波数 $k_F = (6\pi^2 n_s)^{1/3}$ 和 s-波散射长度. 可以通过如上无量纲相互作用参数 η 区分不同的超流区域,

* 国家自然科学基金(批准号: 11047101, 11105039, 11205071, 11264039)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: yzhou@just.edu.cn

分别是 BCS ($\eta < -1$), BEC ($\eta > 1$) 和 BCS-BEC 交叉 ($-1 < \eta < 1$) 区域; 当 $\eta \rightarrow \pm\infty$ 时系统处于 BCS ($\eta \rightarrow -\infty$) 或 BEC ($\eta \rightarrow +\infty$) 极限; $\eta = 0$ 处称为么正极限, 此时对应于粒子间的散射长度发散 ($a_s \rightarrow \pm\infty$), 么正极限附近的费米气体由于处于强相互作用区域且相互作用可调, 故而性质尤为引人注目 [3]. 诸多理论和实验研究都显示从 BCS 到 BEC 的相变是连续且光滑的, 这就表明可以用统一的理论框架描述处于不同超流区域的费米气体.

许多理论研究是利用推广的 BCS 平均场理论求解体系的涡旋性质, 但这些利用不含时 BdG 方程来研究涡旋的做法无法应用到对含时演化等问题的研究上. 考虑到超冷情况下, 低能集体激发不可能由于形成单粒子激发而衰减 (热激发效应的影响很小), 故该体系可以认为是处于超流态. 利用含时密度泛函理论, 作用泛函可写为 [7,14]

$$S[\Psi] = \int \mathcal{L}(\Psi, \partial\Psi/\partial t, \nabla\Psi) d\mathbf{r} dt, \quad (1)$$

其中 Ψ 是超流体序参量, 这里的拉格朗日密度为

$$\mathcal{L} = \frac{i\hbar}{2} \left(\Psi \frac{\partial\Psi^*}{\partial t} - \Psi^* \frac{\partial\Psi}{\partial t} \right) + \Psi^* (\hat{H}_0 - \Omega \hat{L}_z) \Psi + \frac{\mu_{s0}}{n_{s0}^\gamma (1+\gamma)} |\Psi|^{2\gamma+2}, \quad (2)$$

$\hat{H}_0 = -\hbar^2/2M + V_s$ 为单个费米子对的哈密顿量, 谐振子势 $V_s = M\omega_\perp^2 [(x^2 + y^2) + \lambda^2 z^2]/2$, 各向异性参数 $\lambda = \omega_z/\omega_\perp$, 费米子对质量 $M = 2m$. (2) 式中额外的能量项 $-\Omega \hat{L}_z$ 计入考虑是因为假定外势以角速度 Ω 绕轴转动, 角动量算符 $\hat{L}_z = -i\hbar(x\partial_y - y\partial_x)$; μ_{s0} , n_{s0} 分别为参考化学势和粒子对密度, n_{s0} 通常取为费米气体在谐振子中心的密度. $\mu_{s0} = \varepsilon_{F0} [\sigma(\eta_0) - \eta_0 \sigma'(\eta_0)/5]$, 其中 $\varepsilon_{F0} = \hbar k_{F0}^2/2m$, $\eta_0 = 1/k_{F0} a_s$, $k_{F0} = (6\pi^2 n_{s0})^{1/3}$. 将不同大小的不同 $|\eta_0|$ 内插关于 $\sigma(\eta_0)$ 的一些理论渐进表达式, 代入可以得到普遍公式 $\sigma(\eta_0) = \alpha_1 - \alpha_2 \arctan[\alpha_3 \eta_0 (\beta_1 + |\eta_0|) / (\beta_2 + |\eta_0|)]$, 内插参数 $\alpha_i (i=1,2,3)$ 和 $\beta_j (j=1,2)$ 已由文献 [14] 给出, 有效多方指数也随之可写为 $\gamma = (2\sigma/3 - 2\eta_0 \sigma'/5 + \eta_0^2 \sigma''/15) / (\sigma - \eta_0 \sigma'/5)$.

描述 Ψ 的欧拉 - 拉格朗日方程可以通过对作用泛函 (1) 式取极小得到, 这样得到描述超流费米气体的序参量 $\Psi(\mathbf{r}, t)$ 所满足的推广的 Gross-Pitaevskii (GP) 方程

$$i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V_s(\mathbf{r}) - \Omega \hat{L}_z + \mu_s(n_s) \right] \Psi, \quad (3)$$

这里 $\mu_s(n_s) = \mu_{s0}(n_s/n_{s0})^\gamma$ 是系统的态方程 (化学势), 不同的超流区域可以由不同的 μ_s 刻画. 利用多方近似可在不同超流区得到涡旋激发模式的本征频率和本征值的表达式. 实际上, γ 随 η_0 的慢变性质使得所研究的相关问题可以得到与实验结果相当符合的解析表达 [7-10].

3 涡旋态反常模的动力学及其解

现在考虑在么正极限附近单个涡旋的动力学演化. 为方便起见, 引入无量纲变量 $(x', y') = (x, y)/R_\perp$, $z' = z/R_z$, $t' = \omega_\perp t$, $\Psi' = \Psi/\sqrt{n_{s0}}$, $\Omega' = \Omega/\omega_\perp$, 其中 $R_\perp = \hbar/\sqrt{M\omega_\perp}$, $R_z = \hbar/\sqrt{M\omega_z}$, 如此, 将撇号去掉后, 拉格朗日密度可以重写为

$$\mathcal{L}(\Psi) = N\hbar\omega \mathcal{L}_{\text{eff}} = N\hbar\omega \int \mathcal{L}_{\text{eff}} d\mathbf{r}, \quad (4)$$

其中

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{i}{2} \left(\Psi^* \frac{\partial\Psi}{\partial t} - \Psi \frac{\partial\Psi^*}{\partial t} \right) - \frac{1}{2|\nabla\Psi|^2} - V_{\text{tr}}(\mathbf{r}) |\Psi|^2 - 2\pi\tilde{\mu} |\Psi|^{2\gamma+2} + \Psi^* \Omega L_z \Psi, \quad (5)$$

这里 $\tilde{\mu} = \mu_{s0}/[2\pi(\gamma+1)\hbar\omega_\perp]$, $V_{\text{tr}}(\mathbf{r}) = (x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2)/2$, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \lambda\partial/\partial z)$.

假定系统中产生近轴的单个涡旋线, 则选取形如 [17,18]

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A(t) f[\mathbf{r} - \mathbf{r}_v(t)] \times F[\mathbf{r} - \mathbf{r}_f(t)] e^{i[x\alpha_x(t) - y\alpha_y(t)]} \quad (6)$$

的试探波函数描述涡旋的含时演化, 系数 $A(t)$ 满足归一化条件; 函数 $f(\mathbf{r})$ 代表了势阱内远离涡旋核心的涡线, 其近似形式为 $f(\mathbf{r}) = e^{i\theta}$; 函数 $F(\mathbf{r})$ 描述体系的密度分布; 涡旋线和体系的中心位置分别由矢量 $\mathbf{r}_v(t) = (x_v(t), y_v(t), 0)$ 和 $\mathbf{r}_f(t) = (x_f(t), y_f(t), 0)$ 表示, 考虑涡旋的动力学, 这里也必须包括凝聚体的速度 $\alpha_x(t)$ 和 $\alpha_y(t)$.

考虑涡旋和系统整体的运动, 假设体系形状较小, 也就是系统处于弱耦合极限, 于是试探波函数可以取为形如

$$\Psi(x, y, z, t) = \frac{C}{\pi^{3/4}} [(x - x_v) + i(y - y_v)] \times e^{-[(x - x_f)^2 + (y - y_f)^2 + z^2]/2} \times e^{i(x\alpha_x + y\alpha_y)}, \quad (7)$$

其中 $C = 1/\sqrt{1 + |\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_v|^2}$ 是归一化系数; 将此试探波函数 (7) 式代入拉格朗日密度 (5) 式, 可得到有

效拉格朗日量,它是变分参量和它们的一阶导数的函数.得到的一组常微分方程组(欧拉-拉格朗日方程)具有对应于涡旋相对体系运动的解.在这个情况下得到一个约束条件 $x_{\text{f}}y_{\text{v}} = x_{\text{v}}y_{\text{f}}$,这代表初始点、涡旋核心和凝聚体中心这三点共线.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{eff}} &= \int L_{\text{eff}} \mathbf{d}\mathbf{r} \\ &= \int (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5) \mathbf{d}\mathbf{r} \\ &= \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_4 + \mathcal{L}_5\end{aligned}$$

其中 $L_1 = i(\psi^* \partial_t \psi - \psi \partial_t \psi^*)/2$, $L_2 = -|\nabla \psi|^2/2$, $L_3 = -V_{\text{tr}} |\psi|^2$, $L_4 = -2\pi \tilde{\mu} |\psi|^{2\gamma+2}$, $L_5 = \psi^* \Omega L_z \psi$. $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ 和 \mathcal{L}_3 可直接算出, \mathcal{L}_4 的计算需要用到不完全 Γ 函数的性质

$$\begin{aligned}\Gamma(\nu, z) &= \Gamma(z) - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{\nu+k}}{k!(\nu+k)} \\ &= \int_z^{\infty} u^{\nu-1} e^{-u} \mathbf{d}u \quad (|\arg z| < \pi),\end{aligned}$$

对展开做近似,取有限项得到

$$\mathcal{L}_4 = \frac{-2\pi \tilde{\mu} C^{2\gamma+2}}{\sqrt{\gamma+1} \pi^{3\gamma/2}} \frac{1 + (\gamma+1)d^2}{(\gamma+1)^{\gamma+1}} \Gamma(\gamma+1),$$

而

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_5 &= \Omega C^2 [(x_{\text{f}} \alpha_y - y_{\text{f}} \alpha_x)(1 + x_{\text{v}}^2 + y_{\text{v}}^2) \\ &\quad + (x_{\text{v}} \alpha_y - y_{\text{v}} \alpha_x) + (x_{\text{f}} x_{\text{v}} + y_{\text{f}} y_{\text{v}}) + 1],\end{aligned}$$

至此,得到了在么正极限附近含单个涡旋的旋转超流费米气体

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{eff}} &= -2 - \frac{\lambda}{2} - \frac{2\tilde{\mu}\Gamma(\gamma+1)}{\pi^{3\gamma/2-1}(\gamma+1)^{\gamma+3/2}} + \Omega \\ &\quad - (\dot{s}_x - 2\dot{d}_x) d_y + (\dot{s}_y - 2\dot{d}_y) d_x + \dot{\alpha}_x s_x - \dot{\alpha}_y s_y \\ &\quad - \frac{1}{2\alpha^2} + \alpha_x (d_y - \Omega s_y) + \alpha_y (d_x - \Omega s_x) \\ &\quad - \frac{1}{2} s^2 + (s_x d_x + s_y d_y) \Omega \\ &\quad + \left[-2\Omega + \frac{3}{2} - \frac{2\pi\gamma\Gamma(\gamma+1)\tilde{\mu}}{\pi^{3\gamma/2}(\gamma+1)^{\gamma+1/2}} \right] d^2\end{aligned}\quad (8)$$

这里令 $\mathbf{d} = \mathbf{r}_{\text{f}} - \mathbf{r}_{\text{v}}$ 及 $\mathbf{s} = 2\mathbf{r}_{\text{f}} - \mathbf{r}_{\text{v}}$, 且利用近似 $C^{2\gamma+2} \approx 1 - (\gamma+1)d^2$. 当 $\gamma=1$ 时(8)式可以退化到 BEC 极限的情形^[17,18]. 从 \mathcal{L}_{eff} 的表达式可得由六个参数表示的六个耦合一阶微分方程,用来描述速度场和体系及涡旋中心的位置. 利用

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha}_x \\ \dot{\alpha}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}t} & -\Omega \\ \Omega & \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix}\quad (9)$$

消去 $\alpha_x(t)$ 和 $\alpha_y(t)$ 得到两个分别描述位置 \mathbf{d} 和 \mathbf{s} 的方程组如下:

$$\begin{pmatrix} \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}t} & -\omega_{\text{an}} \\ \omega_{\text{an}} & \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \end{pmatrix} = 0,\quad (10a)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\mathbf{d}^2}{\mathbf{d}t^2} - (\Omega^2 - 1) & -2\Omega \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}t} \\ 2\Omega \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}t} & \frac{\mathbf{d}^2}{\mathbf{d}t^2} - (\Omega^2 - 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix} = 0,\quad (10b)$$

其中频率

$$\omega_{\text{an}} = -1 + \Omega + \frac{\gamma\Gamma(\gamma+1)\tilde{\mu}}{\pi^{3\gamma/2-1}(\gamma+1)^{\gamma+1/2}}.\quad (11)$$

上述微分方程描述了系统的运动,所以下面将看到 \mathbf{d} 和 \mathbf{s} 分别与不同的描述涡旋运动的激发模式相联系. 我们所关注的是反常模式 \mathbf{d} 的激发.

4 涡旋进动的反常激发模式

反常激发模式对应于涡旋核心绕势阱中心的进动,由当 $\mathbf{s} = 0$ 时的 \mathbf{d} 来表示,这首先在 BEC 中在对博格留波夫方程的研究中被发现^[4]. (11) 式中频率为 ω_{an} 的模式具有 $2\mathbf{r}_{\text{f}} = \mathbf{r}_{\text{v}}$ 的性质,亦即涡旋距阱中心的位置是凝聚体中心位置的两倍,这同样也对可从限制条件 $x_{\text{f}}y_{\text{v}} = x_{\text{v}}y_{\text{f}}$ 看出. 对应的运动方程和方程(10a)形式类似,是一组二维线性微分方程,其通解形如

$$\begin{pmatrix} d_x \\ d_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\omega_{\text{an}} t) + \cos(\omega_{\text{an}} t) & \sin(\omega_{\text{an}} t) - \cos(\omega_{\text{an}} t) \\ \cos(\omega_{\text{an}} t) - \sin(\omega_{\text{an}} t) & \cos(\omega_{\text{an}} t) + \sin(\omega_{\text{an}} t) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = d_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega_{\text{an}} t + \phi + \pi/2) \\ -\sin(\omega_{\text{an}} t + \phi + \pi/2) \end{pmatrix},\quad (12)$$

系数 $d_0 = \sqrt{(C_1 + C_2)^2 + (C_1 - C_2)^2}$ 且非零常数 $C_1 \neq C_2$, $\phi = \arctan[(C_1 - C_2)/(C_1 + C_2)]$. 不失普遍性,为方便起见,下面令 $\phi = -\pi/2$, 即 $C_1 + C_2 = 0$. 解析上,由于方程(10a)的根是两个共轭的复数,这使得方程(10a)的零解稳定(但非渐进稳定);进而,相空间中解轨迹是一族圆^[19]. 这样,定性的分析与通解(12)式的形式符合,所以可以利用反常模式的

条件 $\mathbf{s} = 0$ 来方便地给出 $\mathbf{r}_v, \mathbf{r}_f$ 分别为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_v \\ \mathbf{r}_f \end{pmatrix} = d_0 \begin{pmatrix} -2\cos(\omega_{an}t), & 2\sin(\omega_{an}t), & 0 \\ -\cos(\omega_{an}t), & \sin(\omega_{an}t), & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

从上面的解可以看出涡旋核心和体系本身处于进动, 小振幅运动 \mathbf{r}_v 的大小为 \mathbf{r}_f 的两倍. 这表明一种动力学不稳定性, 这种系统除了在有外加角动量的情况下本性地具有不稳定性. 在这种系统中, 甚至可以出现具有负频率的模式, 使得涡旋在沿外势轴的绕行中不稳定.

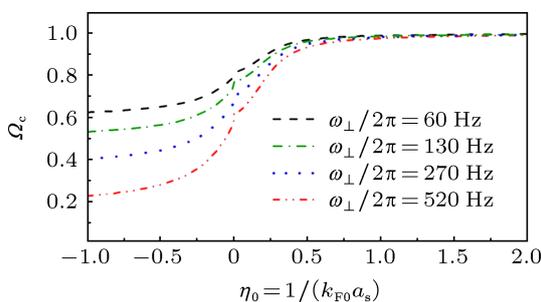


图1 外势临界转动频率在不同径向囚禁频率时随粒子间相互作用的变化关系

反常模式的性质与原子间相互作用密切相关, 因为由 (11) 式知其表达式 ω_{an} 中含有 $\gamma(\eta_0)$, 当 $\omega_{an} = 0$ 时的临界频率 Ω_c 刻画了系统的相对稳定性, 此时涡旋不再进动. 考虑配对的 ^{40}K 原子, 粒子数目为 $N = 1.3 \times 10^4$, 径向囚禁频分别为 $\omega_{\perp} = 60, 130, 270, 520 \times 2\pi$ Hz. 图 1 中显示临界频率 Ω_c 随着系统从 BCS 往 BEC 区域过渡的过程中越来越大, 最终在 BEC 区域趋向于定值 1. 并且, 在么正极限附近, 尤其是左侧 (BCS 区域) 随着 ω_{\perp} 的增加 Ω_c 迅速减小; 但是如果考虑 BEC 端, 则可以发现 Ω_c 将逐渐趋向于一个常数值. 当 $\eta_0 > 1$, 这些不同频率的 ω_{\perp} 对应的曲线最终将重合. 还可以发现, BCS 区的临界频率比在 BEC 区的小, 而这也和在集体激发的计算和实验中所得到的结果一致. 所有的 Ω_c 曲线都趋于同一个值的行为与在 BEC 情况下得到的结论一致, 表明了 BEC 中这种反常模式发生的临界频率与 ω_{\perp} 无关.

如果没有外加角动量 (即 $\Omega = 0$), 则 $\omega_{an} =$

$-\Omega_c$, 得到逆时针旋转的涡旋解, 其负频率由 (11) 式给出, 周期为 $T_0 = 2\pi/|\omega_{an}|$ (在图 2 中给出). 这个周期当系统从 BCS 到 BEC 转化的过程中逐渐变小, 最终在 BEC 区域趋向于一个定值; 并且, 当径向囚禁频率增强时, 这个周期在 BCS 区域迅速增加; 而在 BEC 区, 当 $\eta_0 > 1$ 时随着不同的径向囚禁频率则很难区分不同曲线的值. 当增加外势旋转频率 Ω , 负的反常模频率逐渐增加并趋向于零, 最终在 $\Omega = \Omega_c$ 处消失. 当 $\Omega > \Omega_c$ 时, 显然运动开始反向, 变为顺时针方向. 反常模式的频率 (周期) 在 BCS 区域比在 BEC 区域更小 (大), 这也和已有的集体激发的结果符合.

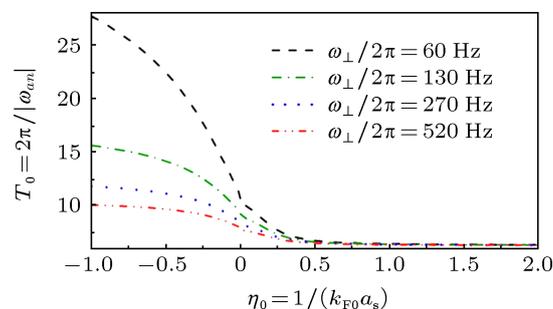


图2 涡旋周期在不同径向囚禁外势下随粒子间相互作用的关系

5 结论

通过选取适当的试探波函数, 本文利用变分法研究了处于么正极限附近的超流费米气体的单个涡旋随时间的演化行为, 得到了反常激发模式的解及其进动, 讨论了么正极限附近反常模式产生的条件. 给出了系统囚禁外势的临界转动频率随不同径向囚禁势阱频率的关系, 并给出涡旋周期随不同径向囚禁外势下随粒子间相互作用的变化. 发现当系统从 BCS 端过渡到 BEC 端时, 外势的临界转动频率越来越大, 并且径向囚禁越大, 临界转动频率越小; 而涡旋运动的周期则随不同径向囚禁频率在从 BCS 到 BEC 转变过程中越来越小. 外势的临界转动频率和涡旋的运动周期在 BEC 端都趋于一个常数. 本文给出的费米气体的相关结论在 BEC 端的结果和已有的 BEC 结论符合.

[1] Giorgini S, Pitaevskii L P, Stringari S 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1215
 [2] Zwerger W 2012 *The BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi Gas* (Berlin: Springer-Verlag)

[3] Chin C, Grimm R, Julienne P, Tiesinga E 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1225
 [4] Fetter A L 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 647

- [5] Kinast K, Turlapov A, Thomas J E 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 170404
 [6] Stringari S 2004 *Europhys. Lett.* **64** 749
 [7] Kim Y E, Zubarev A L 2004 *Phys. Rev. A* **70** 033612
 [8] Wen W, Li H J, Chen B Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 220306 (in Chinese)
 [中文, 李慧军, 陈秉岩 2012 物理学报 **61** 220306]
 [9] Yin J, Ma Y L, Huang G 2006 *Phys. Rev. A* **74** 013609
 [10] Adhikari S K 2010 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **43** 085304
 [11] Yang S R, Cai H Q, Qi W, Xue J K 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060304 (in Chinese) [杨树荣, 蔡宏强, 漆伟, 薛具奎 2011 物理学报 **60** 060304]
 [12] Salasnich L 2011 *Europhys. Lett.* **96** 40007
 [13] Liu K, Chen J S 2010 *Chin. Phys. B* **20** 020501
 [14] Manini N, Salasnich L 2005 *Phys. Rev. A* **71** 033625
 [15] Pitaevskii L, Stringari S 2002 *Science* **298** 2144
 [16] Hu H, Liu X J 2007 *Phys. Rev. A* **75** 011603
 [17] Linn M, Fetter A L 1999 *Phys. Rev. A* **60** 4910
 [18] Fetter A L, Svidzinsky A A 2001 *J. Phys.: Condens. Matter* **13** R135
 [19] Zhukov A V, Belonenko M B, Paliy M, George T F 2011 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **44** 165301

Vortex of an anomalous mode in Fermi gas near unitarity limit*

Zhou Yu^{1)†} Zhou Qing-Chun¹⁾ Ma Xiao-Dong²⁾

1) (School of Mathematics and Physics, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China)

2) (School of Physics and Electronic Engineering, Xinjiang Normal University, Urumuchi 830054, China)

(Received 12 March 2013; revised manuscript received 20 March 2013)

Abstract

We investigate the dynamics of a quantized vortex in a trapped superfluid Fermi gas near the unitarity limit. By taking a trial wave function for the order-parameter of a condensate in a rotating axisymmetric trap confinement and using a time-dependent variational analysis we obtain the equations of motion and their solutions for anomalous mode. The results show that the critical rotating frequency of the trap increases when the system ranges from the left to the right side of the unitarity limit, while the period of the vortex decreases in this regime.

Keywords: Fermi gas, vortex, unitarity limit

PACS: 03.75.Kk, 05.30.Jp, 67.85.De

DOI: 10.7498/aps.62.140301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11047101, 11105039, 11205071, 11264039).

† Corresponding author. E-mail: yzhou@just.edu.cn